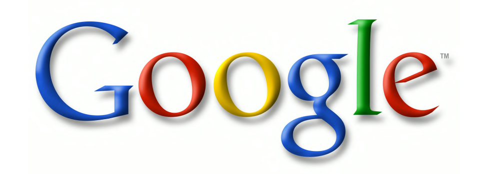



1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE



JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE

PARIS. — IMPRIMERIE DE GAUTHIER-VILLARS,
11660 Quai des Augustins, 55.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME CINQUIÈME. — ANNÉE 1886.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

40, RUE D'ULM, 40.

—

1886

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

RECHERCHES THÉORIQUES SUR LA DISTRIBUTION DE LA CHALEUR A LA SURFACE DU GLOBE;

PAR M. ALFRED ANGOT.

La recherche théorique de la quantité de chaleur que le Soleil rayonne vers la Terre aux différentes saisons et aux différentes latitudes a été l'objet d'un grand nombre de travaux; il me suffira de rappeler ici ([1]) les noms de Halley, Lambert, Poisson, Meech, Plana, etc. Mais, dans tous ces travaux, on s'est borné jusqu'ici à calculer la quantité de chaleur reçue à la limite supérieure de l'atmosphère ou, ce qui revient au même, celle qui parviendrait au sol si l'atmosphère n'exerçait aucune absorption. Les nombres obtenus ainsi ne présentent guère qu'un intérêt théorique et ne sauraient avoir de relation directe avec les phénomènes thermiques que l'on observe à la surface du sol; car les quantités de chaleur transmises jusqu'au sol sont altérées par l'absorption atmosphérique à la fois dans leurs valeurs absolues et dans leurs rapports entre elles.

La connaissance de la distribution de la chaleur sur notre globe

---

([1]) Dans le Mémoire, dont je donne seulement ici un extrait et qui a été publié *in extenso* dans les *Annales du Bureau central météorologique de France*, t. I, 1883, Paris, 1885, on trouvera toutes les indications bibliographiques que j'ai pu réunir sur cette question.

forme la base de toutes les études météorologiques; j'ai donc cru utile de chercher à résoudre ce problème dans toute sa généralité.

Supposons le Soleil à la hauteur h au-dessus de l'horizon et à la distance r de la Terre (r étant exprimé en fonction du demi grand axe de l'orbite). Si nous désignons par C la *constante solaire,* ou quantité de chaleur envoyée pendant l'unité de temps par le Soleil, situé à la distance 1, sur une surface de 1^{cq}, normale aux rayons incidents, par p le *coefficient de transparence,* ou fraction de la chaleur totale qui parviendrait au sol pour un faisceau de rayons homogènes traversant l'atmosphère normalement, et par z la masse atmosphérique traversée par les rayons quand la hauteur du Soleil est h, la quantité de chaleur dq reçue pendant le temps dt sur une surface horizontale de 1^{cq} sera

$$dq = \frac{C}{r^2} p^z \sin h \, dt. \tag{1}$$

Dans un lieu de latitude λ et à une époque de l'année où la déclinaison du Soleil est δ, la hauteur h du Soleil au temps t est donnée par la formule

$$\sin h = \sin\lambda \sin\delta + \cos\lambda \cos\delta \cos t. \tag{2}$$

La quantité de chaleur reçue en ce lieu pendant une journée entière à la surface du sol sera donc

$$q = \frac{C}{r^2}\int_{t'}^{t''} p^z \sin h \, dt = \frac{CI}{r^2}, \tag{3}$$

en désignant, pour abréger, l'intégrale par I. Dans cette formule h est une fonction de t donnée par l'équation (2), z une fonction de h qui a été calculée par différents auteurs (Bouguer, Lambert, Laplace, Maurer), et enfin t' et t'' les heures du lever et du coucher du Soleil. Quant à r et δ, qui sont aussi, en réalité, des fonctions du temps, on peut, sans aucune erreur, les supposer constantes pendant toute la durée d'une journée.

L'expression (3) a été calculée aisément quand on suppose $p = 1$; mais il n'en est plus de même quand on tient compte de l'absorption atmosphérique ($p < 1$). Le calcul soit direct, soit même par un développement en série, ne m'a pas paru possible. J'ai alors employé la méthode suivante :

Pour toutes les latitudes comprises entre 0° et 90° et variant de 10° en 10°, on a calculé d'heure en heure la hauteur h du Soleil et l'expression $p^z \sin h$, en donnant successivement à p les valeurs 1, 0,9, 0,8, 0,7 et 0,6 et à la déclinaison du Soleil les quinze valeurs 0°, ± 4°, ± 8°, ± 12°, ± 16°, ± 20°, ± 22°, ± ε, ε étant l'obliquité de l'écliptique, que l'on a prise égale à 23°27′20″.

Pour chaque valeur de la déclinaison du Soleil et de la latitude, on a alors construit les cinq courbes qui ont pour abscisses le temps et pour ordonnées les valeurs de $p^z \sin h$, p variant de 1 à 0,6, comme il a été dit plus haut. L'aire de ces courbes représente l'intégrale I ou, à un facteur près, la quantité totale de chaleur qui arrive sur le sol pendant toute la journée. Ces aires ont été mesurées d'abord au planimètre d'Amsler, puis calculées indépendamment par les formules de quadratures, de manière à éviter toute erreur. On a pris ensuite le rapport des aires des quatre courbes, construites en donnant à p les valeurs 0,9, 0,8, 0,7 et 0,6 à l'aire de la courbe qui correspond à $p = 1$, et l'on a multiplié par ces rapports la valeur de l'intégrale I calculée directement dans le cas où l'on suppose $p = 1$, ce qui n'offre pas de difficulté. On a obtenu ainsi, avec une erreur relative moindre qu'un millième, c'est-à-dire avec toute l'exactitude désirable pour les applications, les valeurs de l'intégrale I à différentes latitudes et à différentes époques de l'année. Nous ne pouvons reproduire ici les résultats de tous ces calculs qui, pour les cinq valeurs de la transparence de l'atmosphère, les dix valeurs de la latitude et les quinze valeurs de la déclinaison du Soleil, ne comportent pas moins de six cent soixante-dix valeurs de l'intégrale I. On trouvera le Tableau de tous ces nombres dans le Mémoire *in extenso,* publié dans les *Annales du Bureau central météorologique*.

Il ne suffit pas d'avoir ainsi calculé la valeur de l'intégrale I pour un certain nombre d'époques choisies arbitrairement; il faut pouvoir l'obtenir aisément pour une époque quelconque, afin de résoudre tous les problèmes, tels que détermination des maxima et minima de chaleur en un même lieu dans le cours de l'année, ou à un même moment sur toute la Terre, calcul de la quantité totale de chaleur reçue pendant une période quelconque, mois, saison ou année, etc. La méthode suivante m'a conduit au résultat.

Pour des valeurs données de la latitude géographique λ et du

coefficient de transparence de l'atmosphère p, l'intégrale I ne dépend que de la déclinaison du Soleil δ ou de sa longitude l, liée à la déclinaison par la relation connue

$$\sin\delta = \sin\varepsilon \sin l.$$

L'intégrale I est évidemment une fonction périodique de l, qui reprend la même valeur d'année en année, quand l augmente d'un multiple de 2π. On peut donc la représenter par la série de Fourier

$$I = a + b_1 \sin l + c_1 \cos l + b_2 \sin 2l + c_2 \cos 2l + b_3 \sin 3l + \ldots,$$

où a_1, b_1, c_1, b_2, ... sont des coefficients qui ne dépendent que de λ et de p. Cette série se simplifie dès l'abord si l'on remarque que δ, h et par suite I ont la même valeur quand on change l en $\pi - l$, ce qui montre *a priori* que les coefficients sont nuls pour tous les termes en $\sin 2nl$ et $\cos(2n+1)l$. De plus, quand on change à la fois λ en $-\lambda$ et δ en $-\delta$ ou l en $\pi + l$, la valeur de $\sin h$ et par suite de I, ne change pas. La série précédente a donc nécessairement la forme

$$(4) \qquad I = a \pm b_1 \sin l + c_2 \cos 2l \pm b_3 \sin 3l + c_4 \cos 4l \pm \ldots,$$

où les coefficients ont la même valeur absolue pour une même latitude dans les deux hémisphères, et où il n'y a de changé que le signe des termes en $\sin(2n+1)l$, quand on passe de l'hémisphère nord à l'hémisphère sud.

Nous avons calculé précédemment la valeur numérique de I, pour quinze valeurs de δ (ou de l); en identifiant, pour ces valeurs de l, l'expression (4) avec ces quinze nombres, nous aurons, pour chaque latitude et chaque valeur de la transparence atmosphérique, quinze équations de condition qui fourniront les valeurs des coefficients a, b_1, c_2, b_3, ... Le calcul a montré que les quinze valeurs de I pouvaient être représentées par une série telle que (4), en s'arrêtant après le terme en $\cos 4l$; ce n'est que pour les latitudes élevées qu'il faut aller jusqu'au terme en $\sin 5l$.

L'établissement de ces formules donne lieu à une remarque intéressante pour les latitudes circompolaires. Pour ces latitudes, en effet, la marche annuelle de l'intégrale I est bien représentée par une formule analogue à (4) tant que le Soleil se couche pen-

dant les vingt-quatre heures, c'est-à-dire tant que la déclinaison du Soleil est plus petite que le complément de la latitude; mais la formule ne convient plus dès que la déclinaison dépasse cette valeur.

Considérons en effet le cas où l'on a $p = 1$, et soient $\mp t_0$ les heures du lever et du coucher du Soleil, données par l'équation

$$\sin h = 0 \quad \text{ou} \quad \sin\lambda \sin\delta + \cos\lambda \cos\delta \cos t_0 = 0.$$

La valeur de l'intégrale I, pour $p = 1$, est

$$I = 2(\sin\lambda \sin\delta\, t_0 + \cos\lambda \cos\delta \sin t_0).$$

Tant que t_0 est plus petit que π, I peut être représenté en fonction de l par une série telle que (4); mais, quand t_0 devient égal à π ou que le Soleil ne se couche plus, la valeur de I se réduit à

$$I = 2\pi \sin\lambda \sin\delta = 2\pi \sin\lambda \sin\varepsilon \sin l = \pm b_1 \sin l,$$

c'est-à-dire seulement au second terme de la série (4). Si l'on suppose $p < 1$, le calcul montre que la valeur de I, dans la même période où le Soleil ne se couche pas, est représentée par une série telle que

$$I = \pm b_1 \sin l \pm b_3 \sin 3l \pm b_5 \sin 5l \pm \ldots.$$

Il y a donc dans l'année trois périodes à considérer pour les latitudes circompolaires :

1° Quand λ et δ sont de signes contraires et que l'expression $\lambda - \delta$ est, en valeur absolue, plus grande que $\frac{\pi}{2}$, le Soleil reste pendant tout le temps au-dessous de l'horizon et la valeur de l'intégrale I est constamment nulle.

2° Quels que soient les signes de λ et de δ, quand l'expression $\lambda + \delta$ est, en valeur absolue, plus petite que $\frac{\pi}{2}$, le Soleil se couche tous les jours, et la valeur de I peut être représentée par une série telle que (4).

3° Quand λ et δ sont de même signe et que leur somme, en valeur absolue, est plus grande que $\frac{\pi}{2}$, le Soleil ne se couche pas, et la valeur de l'intégrale I est représentée par une série qui ne contient que des termes en $\sin(2n + 1)l$.

Dans le cas particulier du pôle, la période intermédiaire disparaît et il n'y a plus à considérer que les deux périodes extrêmes.

Les formules calculées ainsi donnent pour un jour quelconque, caractérisé par la longitude l du Soleil, la valeur de l'intégrale I. Pour en déduire la quantité de chaleur reçue pendant les vingt-quatre heures, il suffirait de calculer le rayon vecteur r du Soleil et de multiplier I par $\frac{C}{r^2}$. Il est intéressant, pour certains problèmes, d'évaluer la somme totale de chaleur reçue pendant une période quelconque, mois ou saison par exemple. Dans ce cas, il est commode de prendre comme variable non plus la longitude l du Soleil, qui n'est pas proportionnelle au temps, mais l'anomalie moyenne m, ou distance angulaire, à partir du périgée, d'un Soleil fictif qui se mouvrait d'un mouvement uniforme sur une orbite circulaire. On connaît, en Astronomie, le développement en série qui donne la longitude du Soleil en fonction de l'anomalie moyenne; on conçoit donc, sans qu'il soit nécessaire de reproduire ici tous les calculs, qu'on puisse exprimer le rayon vecteur r et les sinus et cosinus de l et de ses multiples par des séries qui contiennent les sinus et cosinus des multiples de m. Au moyen d'une simple substitution, on obtiendra donc enfin les valeurs numériques des coefficients A, B_1, C_1, B_2, C_2, ... de l'équation

$$(5)\qquad q = \frac{CI}{r^2} = A + B_1 \sin m + C_1 \cos m + B_2 \sin 2m + C_2 \cos 2m + \ldots,$$

qui donne, à une époque quelconque de l'année m, pour une certaine latitude et un certain état de l'atmosphère, la quantité de chaleur envoyée en un jour par le Soleil sur le sol. Pour avoir la quantité totale de chaleur reçue pendant une portion quelconque de l'année, il n'y aura plus qu'à calculer entre des limites convenables l'intégrale

$$\int q\, dm,$$

ce qui ne présentera aucune difficulté. De même, les époques des maxima et des minima de la chaleur reçue en vingt-quatre heures à la latitude considérée s'obtiendront en égalant à zéro la dérivée de l'expression (5).

On trouvera dans le Mémoire *in extenso* les Tableaux numériques qui donnent pour toutes les latitudes de 10° en 10°, et pour

cinq valeurs du coefficient de transparence p, la quantité de chaleur reçue pendant un jour à certaines époques de l'année, les maxima et minima de cette quantité, la quantité totale de chaleur reçue pendant les douze mois, les saisons astronomiques et l'année entière. Nous nous bornerons à donner ici, pour les latitudes 0°, 30°, 60° et 90°, les quantités totales de chaleur reçues pendant l'année, selon que l'on suppose différentes valeurs au coefficient de transparence de l'atmosphère.

Coefficient de transparence atmosphérique.	Chaleur totale reçue pendant l'année sous la latitude :			
	0° (Équat.).	30°.	60°.	99° (Pôle).
1,0	350,3	307,9	199,2	145,4
0,9	298,4	256,8	152,9	100,1
0,8	251,9	212,3	118,2	68,2
0,7	209,2	172,9	90,2	45,0
0,6	170,2	137,6	67,4	28,4

Dans ce Tableau, on a pris comme unité la quantité totale de chaleur qui tomberait à l'équateur, à la limite supérieure de l'atmosphère, le jour de l'équinoxe, en supposant le Soleil à sa distance moyenne. Pour exprimer ces nombres en calories (gramme-degré) reçues sur un centimètre carré, il faudrait adopter une valeur de la constante solaire déterminée expérimentalement. En prenant, par exemple, celle qui résulte des expériences de M. Violle ($2^{cal},54$ par minute), on verrait facilement que l'unité adoptée ci-dessus correspond à $1164^{cal},25$.

Nous donnons également, pour les mêmes latitudes et avec la même unité, le maximum et le minimum, dans toute l'année, de la quantité de chaleur reçue en un jour.

Coefficient de transparence atmosphérique.	Latitude.						
	90° N.	60° N.	30° N.	Equateur.	30° S.	60° S.	90° S.
	Maximum de la quantité de chaleur reçue en un jour.						
1,0	1,210	1,101	1,096	1,010	1,170	1,176	1,293
0,9	0,929	0,901	0,936	0,866	0,999	0,960	0,992
0,8	0,691	0,730	0,794	0,737	0,848	0,780	0,738
0,7	0,494	0,585	0,661	0,617	0,706	0,625	0,528
0,6	0,335	0,456	0,541	0,506	0,578	0,488	0,358

Coefficient de transparence atmosphérique.	Latitude. 90° N.	60° N.	30° N.	Équateur.	30° S.	60° S.	90° S.
Minimum de la quantité de chaleur reçue en un jour.							
1,0.....	»	0,056	0,524	0,888	0,491	0,050	»
0,9.....	»	0,017	0,408	0,751	0,381	0,014	»
0,8.....	»	0,005	0,312	0,629	0,292	0,004	»
0,7.....	»	0,001	0,236	0,517	0,220	»	»
0,6.....	»	»	0,171	0,416	0,160	»	»

Sous la même latitude, le maximum absolu de la chaleur totale reçue en un jour est plus élevé et le minimum plus bas dans l'hémisphère sud que dans l'hémisphère nord, ce qui se comprend aisément, puisque le Soleil est plus près de la Terre au solstice d'hiver, dans la saison chaude de l'hémisphère sud, qu'au solstice d'été. Mais la différence entre les deux hémisphères devient nulle quand on considère la chaleur reçue soit pendant l'année entière, soit pendant deux saisons correspondantes. On démontre facilement, en effet, que la quantité totale de chaleur reçue à une latitude boréale quelconque, pendant que la longitude du Soleil varie de l à l', est rigoureusement la même que celle qui est reçue à la même latitude australe pendant que la longitude du Soleil varie de $\pi + l$ à $\pi + l'$. La distance du Soleil à la Terre n'est pas la même dans les deux cas, mais le temps écoulé n'est pas non plus le même et, d'après les lois de Kepler, il y a une compensation parfaite entre les effets opposés de la distance du Soleil et de la rapidité de son mouvement sur son orbite.

On remarquera enfin, dans tous les nombres rapportés précédemment, avec quelle rapidité la quantité de chaleur reçue diminue dans les hautes latitudes, dès que le coefficient de transparence tombe au-dessous de 0,8, c'est-à-dire dans les valeurs que l'on rencontre d'ordinaire.

Il est facile de déduire des nombres que nous avons calculés la quantité moyenne de chaleur reçue pendant l'année sur toute la Terre. Considérons une zone à la latitude λ et de largeur très petite $d\lambda$; la surface de cette zone, en désignant par R le rayon de la Terre, sera

$$2\pi R^2 \cos\lambda \, d\lambda,$$

Soit Q la quantité totale de chaleur qui tombe pendant l'année sur l'unité de surface dans cette zone, et appelons M la quantité moyenne de chaleur reçue pendant l'année sur l'unité de surface du globe terrestre, on aura

$$4\pi R^2 M = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi R^2 Q \cos\lambda \, d\lambda \quad \text{ou} \quad M = \int_0^{\frac{\pi}{2}} Q \cos\lambda \, d\lambda.$$

Comme on ne connaît pas l'expression générale qui donne Q en fonction de λ, on a calculé M en multipliant par $\cos\lambda$ les valeurs de Q calculées précédemment de 10° en 10° de latitude, construisant la courbe qui a pour abscisses λ et pour ordonnées $Q\cos\lambda$, et déterminant la surface de cette courbe au planimètre et par la formule de Simpson. On a ainsi obtenu pour M les valeurs suivantes :

	Coefficient de transparence de l'atmosphère.				
	1.	0,9.	0,8.	0,7.	0,6.
M.........	182,6	150,7	123,9	100,4	79,6

Ces nombres sont dans le rapport de

1, 0,825, 0,6799, 0,550, 0,436.

Comme le coefficient de transparence de l'atmosphère est généralement compris entre 0,7 et 0,8, on voit que, même en supposant le ciel constamment serein, il arrive seulement en moyenne sur toute la surface de la Terre les $\frac{6}{10}$ environ de la chaleur qui tombe à la limite supérieure de l'atmosphère.

On a souvent cherché, pour fixer les idées, à représenter l'action calorifique du Soleil par différents effets physiques qu'elle serait capable de produire, par exemple par la hauteur d'une couche de glace fondue, ou encore par l'épaisseur de la couche de charbon dont la combustion donnerait la même quantité de chaleur. Nous avons indiqué plus haut qu'en adoptant la valeur de la constante solaire obtenue par M. Violle, l'unité employée dans nos calculs correspond par centimètre carré à $1164^{\text{cal}},25$. Pour fondre 1^{cc} de glace à 0°, il faut $73^{\text{cal}},44$ et la combustion de 1^{cc} de houille dégage environ 10400^{cal}. Pour obtenir l'équivalent de la chaleur solaire en glace fondue ou en houille brûlée, il faut donc multiplier respectivement les nombres rapportés plus haut par

$\frac{1164,25}{73,44}$ ou $\frac{1164,25}{10400}$, ce qui donne, pour l'équivalent de la quantité de chaleur reçue en moyenne sur la Terre pendant toute l'année, des couches de l'épaisseur suivante en mètres :

	Coefficient de transparence atmosphérique.				
	1.	0,9.	0,8.	0,7.	0,6.
	m	m	m	m	m
Épaisseur de glace fondue.....	28,95	23,90	19,65	15,92	12,62
Houille brûlée................	0,20	0,17	0,14	0,11	0,09

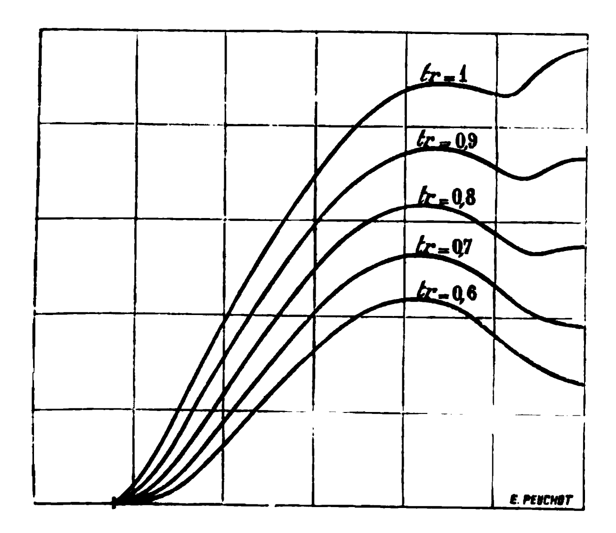
J'indiquerai encore, pour terminer, deux résultats particuliers de ces recherches, qui présentent quelque intérêt au point de vue de l'explication de la distribution des températures à la surface du globe.

Le premier résultat concerne la détermination du parallèle sur lequel la quantité de chaleur reçue en un jour quelconque est maximum pour toute la Terre. A l'équinoxe, la durée du jour étant partout la même, la chaleur reçue est maximum à l'équateur et décroît symétriquement dans les deux hémisphères jusqu'aux pôles. Mais, à mesure que le Soleil s'éloigne de l'équateur, le maximum de la chaleur reçue se déplace dans le même sens et plus vite. En effet, sous la latitude égale à la déclinaison du Soleil, cet astre passe au zénith à midi, mais la durée du jour y est moindre qu'aux latitudes élevées et, dans l'évaluation de la chaleur totale reçue en un jour, ce dernier effet surpasse le premier. Le maximum de chaleur se produit ainsi à une latitude toujours plus élevée que celle où le Soleil passe au zénith à midi. La différence est nécessairement d'autant moindre que la transparence de l'atmosphère est plus faible, puisque l'absorption est beaucoup plus grande comparativement dans les latitudes élevées, où le Soleil reste plus bas sur l'horizon.

C'est ainsi qu'au moment du solstice le parallèle où la chaleur reçue en un jour est maximum est celui de 43° 30′ quand on néglige l'influence de l'atmosphère, soit une latitude qui dépasse de plus de 20° celle où le Soleil passe au zénith. Mais, quand on tient compte de l'absorption, cette latitude s'abaisse beaucoup : elle tombe à 36° quand on suppose le coefficient de transparence égal à 0,8 à 34° pour une transparence 0,7 et à 32° 30′ pour une transparence 0,6. On se rapproche ainsi beaucoup de la latitude sous

laquelle l'observation a montré que se produit le maximum de température au moment du solstice, au moins dans les grands continents, tandis que les travaux antérieurs où l'on avait négligé l'influence de l'atmosphère avaient donné une latitude beaucoup trop élevée.

Les calculs dont j'ai indiqué le principe font également disparaître une autre anomalie très curieuse, relative aux latitudes circompolaires. Nous avons dit plus haut que sous ces latitudes,



depuis le moment où le Soleil ne se couche plus, la quantité totale de chaleur reçue en un jour croît proportionnellement au sinus de la latitude, quand on suppose l'atmosphère parfaitement transparente. A partir du maximum de chaleur, dont nous venons d'indiquer la position dans les latitudes moyennes, la quantité totale de chaleur reçue en un jour diminue donc d'abord quand la latitude augmente, pour augmenter ensuite jusqu'au pôle, où se trouverait un second maximum. Au solstice, le maximum absolu serait même non pas celui des latitudes moyennes (43°30′), mais celui du pôle; c'est donc au pôle nord que, le jour du solstice d'été, la quantité de chaleur reçue pendant les vingt-quatre heures serait maximum pour toute la Terre. Cette conséquence curieuse des formules a déjà été signalée par bien des auteurs et a certainement exercé une grande influence sur les idées des partisans de la mer

libre du pôle (¹). Mais c'est un résultat purement théorique, qui n'est vrai que pour la limite supérieure de l'atmosphère. En supposant le coefficient de transparence égal à 0,9, le maximum du pôle tombe déjà au-dessous de celui des latitudes moyennes, comme on le voit sur le diagramme ci-joint, où l'on a porté en abscisses les latitudes et en ordonnées les quantités de chaleur reçues le jour du solstice d'été, en supposant au coefficient de transparence de l'atmosphère successivement les valeurs 1; 0,9; 0,8; 0,7 et 0,6. A mesure que le coefficient de transparence diminue, il en est de même du maximum du pôle, qui finit par disparaître entièrement pour les valeurs du coefficient de transparence inférieures à 0,73; la quantité de chaleur reçue le jour du solstice diminue alors constamment depuis les latitudes moyennes jusqu'au pôle.

L'introduction de l'absorption atmosphérique dans les calculs fait donc disparaître toutes les anomalies que l'on avait signalées dans la comparaison de la distribution théorique de la chaleur solaire à la surface du globe et de la répartition des températures fournies par les observations.

SUR LES PHÉNOMÈNES PRÉSENTÉS PAR LES LAMES ÉPAISSES;

PAR M. P. JOUBIN.

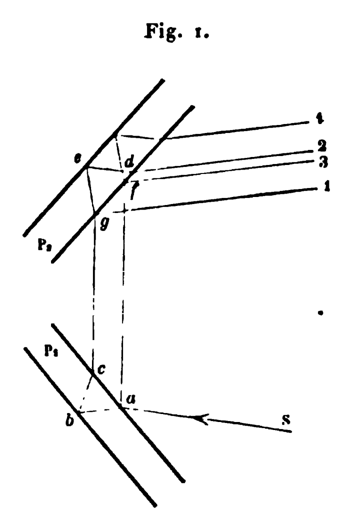
Dans un Mémoire récent (²), M. Lummer étudie des courbes d'interférence produites au moyen de deux lames épaisses inclinées. Si l'on considère, avec lui, un système d'ondes planes correspondant à un rayon incident Sa, ces ondes, après réflexion sur les quatre faces des plaques P_1 et P_2, donneront quatre nouveaux systèmes d'ondes planes présentant les unes sur les autres des différences de phase déterminées. Ces ondes pourront interférer et celles qui correspondent aux directions 2 et 3 donneront les

(¹) *Voir* Plana, *Sur l'expression de la chaleur solaire dans les latitudes circompolaires de la Terre* (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LVIII, p. 182; 1864).

(²) O. Lummer, *Ann. der Physik und Chemie*, t. XXIV, p. 417; 1885.

courbes observées par M. Lummer; les premières se sont réfléchies sur les faces extérieures seulement, les deuxièmes seulement sur les faces intérieures des lames.

Fig. 1.



La différence de phase des deux ondes, due à la première lame, est $2en\cos r$, en appelant e l'épaisseur de la lame, n son indice; la deuxième lame imprime un nouveau retard $2en\cos r'$; par suite, en appelant Δ la différence de marche totale de l'onde 2 sur l'onde 3,

$$(1) \qquad \frac{\Delta}{2e} = n\cos r + n\cos r' = C.$$

Si l'on élève cette équation deux fois au carré, de façon qu'elle ne renferme plus que $n^2\cos^2 r$ et $n^2\cos^2 r'$, et qu'on remplace ces expressions respectivement par $n^2 - \sin^2 i$ ou $n^2 - 1 + \cos^2 i$ et $n^2 - 1 + \cos^2 i'$, on obtient une nouvelle équation bicarrée en $\cos^2 i$ et $\cos^2 i'$.

Remarquons alors avec l'auteur que le rayon moyen af, perpendiculaire au plan bissecteur des lames, donnera le centre du phénomène; représentons par le grand cercle horizontal d'une sphère le plan des normales Oa et Ob, et désignons par $\alpha = \widehat{bOa}$ l'angle des lames; $s_1 O$ est le rayon moyen, sO un rayon voisin faisant

avec Oa et Ob respectivement les angles i et i'. Si enfin on pose

$$\widehat{sOs_1} = \rho \qquad \text{et} \qquad bs_1s = \delta,$$

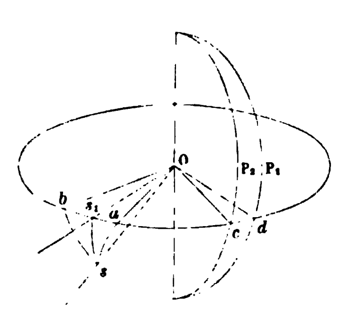
on a, dans les deux triangles sphériques as_1s et bs_1s, les deux relations

$$(2) \qquad \cos i = \cos\rho \cos\frac{\alpha}{2} + \sin\rho \sin\frac{\alpha}{2} \cos\delta,$$

$$(3) \qquad \cos i' = \cos\rho \cos\frac{\alpha}{2} - \sin\rho \sin\frac{\alpha}{2} \cos\delta.$$

Il n'y a plus qu'à remplacer dans l'équation obtenue $\cos i$ et $\cos i'$ par leurs valeurs.

Fig. 2.



On arrive à une équation du quatrième degré en $\sin\rho$; mais, si l'on se contente de considérer le phénomène autour du point s_1, on peut remplacer $\sin\rho$ par ρ, négliger les puissances de ρ supérieures à la seconde et poser

$$x = \rho \cos\delta, \qquad y = \rho \sin\delta.$$

On obtient finalement l'équation

$$(4) \qquad (\sin^2\alpha + C^2 \cos\alpha)x^2 + C^2 \cos^2\frac{\alpha}{2} y^2 = C^2\left(n^2 - \sin^2\frac{\alpha}{2} - \frac{C^2}{4}\right).$$

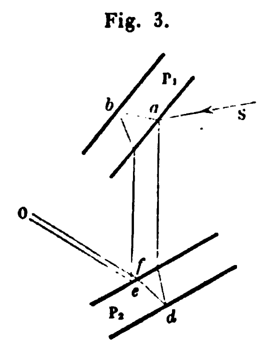
La discussion de cette équation a été faite avec beaucoup de soin par M. Lummer; il a trouvé que, suivant les valeurs données à l'angle α, elle représente des cercles, des ellipses, des hyperboles ou des lignes droites. Nous ne le suivrons pas jusque-là ; nous ajouterons seulement que la théorie a toujours été rigoureusement vérifiée par l'expérience.

Ces franges sont difficiles à voir, parce qu'elles correspondent à une grande différence de marche et qu'elles sont superposées à d'autres systèmes de courbes données par chacune des lames séparément. En outre, on ne peut employer de lames argentées par suite de la trop grande différence d'intensité qu'auraient les deux rayons 2 et 3. Il faut donc prendre des lames transparentes, ce qui affaiblit l'éclat du phénomène.

Au contraire, les ondes planes correspondant aux rayons 1 et 4 qu'on utilise dans l'appareil de M. Jamin présentent une différence de marche qui s'annule avec l'angle des lames. Elles donnent aussi naissance à un phénomène bien plus facile à obtenir et bien plus brillant par suite de la possibilité de se servir de lames argentées. Lorsqu'on veut dresser les miroirs de M. Jamin pour obtenir les franges rectilignes, on aperçoit avec la lumière homogène une série de bandes curvilignes dont la courbure s'accentue à mesure que l'angle des plaques augmente, et l'on trouve bientôt qu'elles s'épanouissent autour d'un centre commun; elles affectent alors la forme d'ellipses ou d'ovales à peu près concentriques.

Considérons deux rayons *oe* et *of* correspondant à deux ondes émanant d'une même onde incidente normale au rayon S*a*, dont chacune s'est réfléchie une fois sur la face intérieure et une fois sur la face extérieure des lames.

Fig. 3.



La différence de marche Δ de ces deux rayons est la différence des retards causés par chacune des lames, sur les ondes correspondantes, ce qui donne

(5) $$\frac{\Delta}{2e} = n \cos r - n \cos r'.$$

Cette différence de phase est évidemment maximum ou minimum au centre commun des ellipses, point qui d'ailleurs se trouve dans le plan moyen des lames. Pour ce point on aura donc $d\Delta = 0$, et, en appelant α l'angle des lames, i et i' les deux angles d'incidence

$$i' = i + \alpha. \tag{6}$$

De plus, on a toujours

$$\begin{cases} n \sin r = \sin i, \\ n \sin r' = \sin i' = \sin(i + \alpha). \end{cases} \tag{7}$$

Faisons $d\Delta = 0$,

$$\sin r \, dr = \sin r' \, dr';$$

d'où

$$\frac{dr}{dr'} = \frac{\sin r'}{\sin r} = \frac{\sin(i + \alpha)}{\sin i}. \tag{8}$$

D'ailleurs on a aussi

$$n \cos r \, dr = \cos i \, di, \qquad n \cos r' \, dr' = \cos(i + \alpha) di,$$

d'où

$$\frac{dr}{dr'} = \frac{\cos i'}{\cos(i + \alpha)} \frac{\cos r'}{\cos r}. \tag{9}$$

En comparant (4) et (5), on obtient l'équation

$$\frac{\cos r'}{\cos r} = \frac{\sin 2(i + \alpha)}{\sin 2i} \tag{10}$$

ou

$$\frac{\cos r}{\sin 2i} = \frac{\cos r'}{\sin 2i'}. \tag{11}$$

Élevons au carré et multiplions les deux membres par n^2,

$$\frac{n^2 \cos^2 r}{\sin^2 2i} = \frac{n^2 \cos^2 r'}{\sin^2 2i'} \qquad \text{ou} \qquad \frac{n^2 - \sin^2 i}{\sin^2 2i} = \frac{n^2 - \sin^2 i'}{\sin^2 2i'}.$$

Remplaçant enfin n^2 par $n^2(\sin^2 i + \cos^2 i)$ et $n^2(\sin^2 i' + \cos^2 i')$, on arrive, toutes réductions faites, à la relation

$$(\text{tang}^2 i - \text{tang}^2 i')\left(\text{tang}^2 i \, \text{tang}^2 i' - \frac{n^2}{n^2 - 1}\right) = 0, \tag{12}$$

qui donne quatre solutions du problème :

Examinons-les brièvement,

1° $\operatorname{tang} i' = \operatorname{tang} i$, c'est-à-dire

$$i + \alpha = i \quad \text{ou} \quad \alpha = 0.$$

Les lames sont parallèles, Δ est constamment nul. Écartons ce cas.

2° $\operatorname{tang} i' = -\operatorname{tang} i$, d'où

$$i' = -i,$$

c'est-à-dire

$$2i + \alpha = 0,$$

ou encore

$$i = -\frac{\alpha}{2}, \qquad i' = \frac{\alpha}{2}.$$

Le rayon intermédiaire est bissecteur de l'angle des lames. C'est le seul cas étudié par M. Lummer. D'ailleurs cette solution est étrangère; elle ne satisfait pas à l'équation (5) et a été introduite par l'élévation au carré. Elle répond à un maximum ou à un minimum de l'expression $2en(\cos r + \cos r')$, qui est bien la différence de marche des rayons considérés par le physicien allemand.

3° $\operatorname{tang} i \operatorname{tang}(i + \alpha) = -\dfrac{n}{\sqrt{n^2 - 1}}$.

Posons

$$\operatorname{tang}^2 \varphi = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}};$$

nous pourrons mettre la condition précédente sous la forme

$$\cos(2i + \alpha) = \frac{\cos\alpha}{\cos 2\varphi}. \tag{13}$$

La valeur de i donnée par cette équation ne convient pas au problème, comme on peut s'en assurer par une discussion qu'il serait trop long de rapporter. C'est encore une solution étrangère.

4° Enfin

$$\operatorname{tang} i \operatorname{tang}(i + \alpha) = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} = \operatorname{tang}^2 \varphi$$

ou

$$\cos(2i + \alpha) = \cos\alpha \cos 2\varphi. \tag{14}$$

C'est cette équation qui donne le centre du phénomène; nous pouvons remarquer qu'on pourra toujours en tirer une valeur

de i, la solution est toujours possible. Comme vérification, il faut voir si l'expérience, pour une valeur donnée de l'angle α, fournit pour i la même valeur que l'équation précédente, où l'on fera

$$2\varphi = 97^\circ 57' 20'',$$

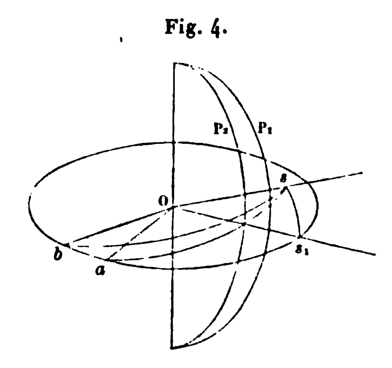
cet angle étant calculé pour $n = 1,53$.

Voici les résultats de deux expériences; on verra que, bien que faites assez grossièrement, l'appareil ne permettant pas d'évaluer les angles à plus de 2' près, elles vérifient, aussi exactement qu'on pouvait l'espérer, la théorie précédente :

	Expériences			
	i.	α.	Calcul de i.	C. — O.
I.	51°27'	—(4°56')....	51°25'5	—1'5
II.	41°55'	+ 13°57'.....	41°52'5	—2'5

Pour trouver l'équation des courbes d'interférence; nous suivrons une marche tout à fait analogue à celle de M. Lummer, qui l'a empruntée lui-même à Ketteler.

Fig. 4.



Figurons une sphère; et sur cette sphère le grand cercle horizontal qui représente le plan des normales aux plaques Oa et Ob. Soient s_1O le rayon incident qui donne le centre du phénomène, sO un rayon incident voisin.

Désignons par i_1 l'angle d'incidence correspondant à s_1O; les angles $\widehat{sOa}$ et $\widehat{sOb}$ sont i et i'. En appelant toujours ρ et δ respectivement les angles $\widehat{sOs_1}$ et $\widehat{ss_1a}$, on a, dans les deux triangles

sphériques $ss_1 a$ et $ss_1 b$, les relations

$$(15)\quad \begin{cases} \cos i = \cos\rho\cos i_1 + \sin\rho\sin i_1\cos\delta, \\ \cos i' = \cos\rho\cos(i_1+\alpha) + \sin\rho\sin(i_1+\alpha)\cos\delta. \end{cases}$$

En introduisant $\cos^2 i$ et $\cos^2 i'$ dans l'équation (5) élevée deux fois au carré, on obtient une équation du quatrième degré en $\sin\rho$, contenant $\sin^4\rho$, $\sin^3\rho\cos\rho$, $\sin^2\rho$, $\sin\rho\cos\rho$ et un terme constant.

Mais, si l'on se borne à considérer le phénomène dans le voisinage du point s_1, nous pourrons remplacer $\sin\rho$ par ρ et négliger les puissances de ρ supérieures à la seconde. Nous assimilerons ensuite la partie de la sphère correspondante à son plan tangent, ce qui nous permettra de poser

$$x = \rho\cos\delta, \qquad y = \rho\sin\delta,$$

et, faisant $\omega = i_1 + \frac{\alpha}{2}$, nous obtiendrons l'équation

$$(16)\quad \begin{cases} 2x^2(\sin^2\alpha\cos4\omega + C^2\cos\alpha\cos2\omega) \\ \qquad + y^2\left\{C^2\left[\cos^2\left(\omega-\frac{\alpha}{2}\right)+\cos^2\left(\omega+\frac{\alpha}{2}\right)\right]-\sin^2\alpha\sin^2 2\omega\right\} \\ \qquad - 2x[\sin^2\alpha\cos2\omega + C^2\cos\alpha]\sin2\omega \\ \quad = -\frac{1}{2}\sin^2\alpha\sin^2 2\omega \\ \qquad + C^2\left[2n^2-\sin^2\left(\omega-\frac{\alpha}{2}\right)-\sin^2\left(\omega+\frac{\alpha}{2}\right)-\frac{C^2}{2}\right]. \end{cases}$$

Remarquons d'ailleurs que, pour le rayon qui a une différence de marche maximum ou minimum, la courbe du second degré que représente cette équation, et qui se réduit alors à un point, doit être rapportée à son centre, d'après l'hypothèse que $s_1 O$ était le rayon central, ce qui fournit la valeur

$$C_m^2 = -\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}\cos2\omega$$

ou, en introduisant l'angle φ donné par $\tang^2\varphi = \frac{n}{\sqrt{n^2-1}}$,

$$C_m^2 = -\sin^2\alpha\cos2\varphi;$$

par suite,

$$\Delta_m = 2e\sin\alpha\sqrt{-\cos2\varphi},$$

Δ_m étant la différence de marche correspondant au centre.

L'équation (16) peut encore être beaucoup simplifiée; nous poserons pour cela

$$C^2 = C_m^2 + \varepsilon;$$

ε représente, si l'on néglige la seconde puissance de λ, la quantité $\frac{p\lambda}{4e^2}\Delta_m$, p étant égal à 1, 3, 5, ... pour les courbes brillantes. En effet, on peut poser

$$\Delta = \Delta_m + \frac{p\lambda}{2};$$

on en déduit

$$\Delta^2 = \Delta_m^2 + p\lambda\Delta_m,$$

d'où

$$C^2 = C_m^2 + \frac{p\lambda}{4e^2}\Delta_m.$$

Le second membre de l'équation (5), s'annulant pour $\varepsilon = 0$, est proportionnel à ε; de même le terme en x qui devient

$$-2\varepsilon\cos\alpha\sin 2\omega x.$$

Si nous négligeons ce terme, ce qui revient à admettre que les courbes sont rigoureusement concentriques, nous obtenons finalement l'équation

$$(17)\quad \left\{\begin{aligned} &(\sin^2\alpha\sin^2 2\omega - \varepsilon\cos^2\alpha\cos 2\varphi)x^2 \\ &\quad + \left[\sin^2\alpha\cos^2\varphi - \frac{\varepsilon}{2}(1+\cos^2\alpha\cos 2\varphi)\right]y^2 = \varepsilon\frac{\sin^2 2\varphi}{4\cos 2\varphi}.\end{aligned}\right.$$

Cette équation représente des ellipses; elles sont réelles, car les coefficients des termes en x^2 et en y^2 sont positifs, ainsi que le deuxième membre. Pour le voir, il suffit de chercher le signe de la quantité ε, c'est-à-dire d'une quantité proportionnelle à $(d^2\Delta)_m\Delta_m$. Or, si l'on calcule $(d^2\Delta)_m$, on trouve

$$(d^2\Delta)_m = -A^2\sin 2\alpha;$$

par suite, comme on a aussi

$$\Delta_m = B^2\sin\alpha,$$

on voit que, α étant compté de $-\frac{\pi}{2}$ à $+\frac{\pi}{2}$, ε est toujours négatif. Donc, $\cos 2\varphi$ étant aussi négatif, le deuxième membre est positif,

et les ellipses sont réelles. — Le terme en x^2 paraît devoir s'annuler pour une valeur très petite de l'angle α. En réalité, il n'en est rien, et il est facile de s'assurer qu'il garde toujours son signe, en remplaçant ε par sa valeur; nous avons vu qu'elle était proportionnelle à $\sin^2\alpha$.

Le rapport des axes des ellipses est donné par l'expression

$$(18) \qquad \frac{b^2}{a^2} = \frac{\sin^2\alpha \sin^2 2\omega - \varepsilon \cos^2\alpha \cos 2\varphi}{\sin^2\alpha \cos^2\varphi - \frac{\varepsilon}{2}(1 + \cos^2\alpha \cos 2\varphi)},$$

en appelant b le demi-axe vertical et a le demi-axe horizontal. Mais, comme ε, c'est-à-dire $\frac{p\lambda}{4e^2}\Delta_m$, est très petit, p pour les premières ellipses sombres étant égal à 1, 3, 5, 7, ..., on peut négliger le deuxième terme du numérateur et du dénominateur; on a par suite sensiblement

$$\frac{b^2}{a^2} = \frac{\sin^2 2\omega}{\cos^2\varphi}$$

ou

$$(19) \qquad \frac{b^2}{a^2} = \frac{1 - \cos^2\alpha \cos^2 2\varphi}{\cos^2\varphi}.$$

D'ailleurs $\cos\alpha$ variant de zéro à 1, le numérateur ne varie que de 0,9808 à 1; le rapport ne varie que de 2,2761 à 2,3207, et sa racine carrée de 1,508 à 1,514, valeurs très rapprochées l'une de l'autre. Le rapport des axes est donc à très peu près égal à $\frac{3}{2}$.

L'expérience vérifie complètement ce résultat; un grand nombre d'observations ont donné pour moyenne 1,50. Il est d'ailleurs très difficile d'obtenir une exactitude de mesures permettant de déterminer un troisième chiffre décimal, à cause de la largeur des franges sombres et de l'incertitude que l'on éprouve pour amener le fil du réticule à leur être tangent. Par suite, il est impossible de déterminer la variation du rapport des axes quand l'angle d'inclinaison des plaques change.

Les courbes d'interférence existent pour toutes les valeurs de l'angle α comprises entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$. Pratiquement, dès que l'on a atteint 20° ou 25°, on cesse de les apercevoir. C'est que, quand l'angle α est grand, la différence de marche correspondant au

centre est aussi très grande, les courbes sont alors très fines et peu visibles.

Lorsqu'on fait varier lentement l'angle des lames, on constate l'existence de périodes alternatives de netteté et de trouble dans le phénomène, périodes qui tiennent à ce que la lumière jaune du sodium n'est pas une lumière simple. On observe tout à fait les mêmes apparences que dans le phénomène bien connu de M. Fizeau sur les anneaux à grande différence de marche.

SUR LA LOI D'AMPÈRE;

PAR M. P. DUHEM.

Gauss a énoncé le premier la proposition suivante :

« Il existe une infinité de lois pour l'action d'un élément de courant sur un autre élément de courant, telles que l'action d'un courant fermé sur un élément de courant soit identique à l'action déterminée par la loi d'Ampère ; mais, parmi toutes ces lois, une seule, la loi d'Ampère, est telle que l'action d'un élément de courant sur un autre élément de courant se réduise à une force unique dirigée suivant la droite qui joint les deux éléments. »

Depuis l'époque où Gauss a découvert cette proposition, on en a donné plusieurs démonstrations. La suivante nous paraît particulièrement simple.

La proposition en question résulte immédiatement de celle-ci :

L'action d'un élément de courant sur un autre élément de courant est complètement déterminée lorsqu'on connaît l'action d'un courant fermé et uniforme sur un élément de courant, et lorsqu'on sait, de plus, que l'action élémentaire est dirigée suivant la droite qui joint les éléments.

Soient ds, ds' les deux éléments de courant; soient i, i' les intensités des courants qui les traversent. Supposons que l'on puisse admettre pour l'action de l'élément ds sur l'élément ds' deux expressions distinctes, soumises toutes deux aux restrictions indiquées dans l'énoncé précédent. D'après la première expression,

les composantes de l'action de ds sur ds' auraient pour valeur

$$ii'X\,ds\,ds',$$
$$ii'Y\,ds\,ds',$$
$$ii'Z\,ds\,ds'.$$

D'après la seconde expression, ces mêmes composantes auront pour valeur

$$ii'X_1\,ds\,ds',$$
$$ii'Y_1\,ds\,ds',$$
$$ii'Z_1\,ds\,ds'.$$

Supposons que l'élément ds fasse partie d'un courant fermé et uniforme quelconque. L'action de ce courant sur l'élément ds' doit être la même, que l'on accepte l'une ou l'autre des deux lois élémentaires. On doit donc avoir

$$\int X\,ds = \int X_1\,ds,$$
$$\int Y\,ds = \int Y_1\,ds,$$
$$\int Z\,ds = \int Z_1\,ds,$$

les intégrales étant des intégrales curvilignes étendues à un contour fermé quelconque.

D'après les propriétés connues des intégrales curvilignes, ces égalités peuvent être remplacées par les suivantes :

$$(1)\qquad \begin{cases} (X - X_1)ds = d\mathfrak{F}(x, y, z), \\ (Y - Y_1)ds = d\mathfrak{G}(x, y, z), \\ (Z - Z_1)ds = d\mathfrak{H}(x, y, z), \end{cases}$$

$\mathfrak{F}$, $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{H}$ étant des fonctions quelconques des coordonnées x, y, z d'un point de l'élément ds.

Si les deux actions considérées sont dirigées suivant la droite qui joint les deux éléments ds, ds', on devra avoir, en désignant par x', y', z' les coordonnées d'un point de l'élément ds',

$$(y' - y)Z - (z' - z)Y = 0,$$
$$(z' - z)X - (x' - x)Z = 0,$$
$$(x' - x)Y - (y' - y)X = 0;$$

et aussi

$$(y' - y)Z_1 - (z' - z)Y_1 = 0,$$
$$(z' - z)X_1 - (x' - x)Z_1 = 0,$$
$$(x' - x)Y_1 - (y' - y)X_1 = 0.$$

On déduit alors des égalités (1) les relations suivantes :

$$(2)\quad \left\{\begin{array}{l}(y'-y)\,d\mathfrak{H}(x,y,z)-(z'-z)\,d\mathfrak{G}(x,y,z)=0,\\ (z'-z)\,d\mathfrak{F}(x,y,z)-(x'-x)\,d\mathfrak{H}(x,y,z)=0,\\ (x'-x)\,d\mathfrak{G}(x,y,z)-(y'-y)\,d\mathfrak{F}(x,y,z)=0.\end{array}\right.$$

Posons

$$\begin{array}{l}F(x,y,z)=(y'-y)\,\mathfrak{H}(x,y,z)-(z'-z)\,\mathfrak{G}(x,y,z),\\ G(x,y,z)=(z'-z)\,\mathfrak{F}(x,y,z)-(x'-x)\,\mathfrak{H}(x,y,z),\\ H(x,y,z)=(x'-x)\,\mathfrak{G}(x,y,z)-(y'-y)\,\mathfrak{F}(x,y,z).\end{array}$$

Les égalités (2) permettront d'écrire

$$(3)\quad \left\{\begin{array}{l}\mathfrak{H}(x,y,z)\,dy-\mathfrak{G}(x,y,z)\,dz=-\,dF(x,y,z),\\ \mathfrak{F}(x,y,z)\,dz-\mathfrak{H}(x,y,z)\,dx=-\,dG(x,y,z),\\ \mathfrak{G}(x,y,z)\,dx-\mathfrak{F}(x,y,z)\,dy=-\,dH(x,y,z).\end{array}\right.$$

Examinons la première égalité : la différentielle totale de $F(x,y,z)$ ne renfermant pas de terme en dx, la fonction $F(x,y,z)$ est indépendante de x ; il en est de même de ses dérivées partielles $\mathfrak{G}(x,y,z)$ et $\mathfrak{H}(x,y,z)$. En raisonnant de même sur les deux autres égalités, on arrive à la conclusion suivante :

$\mathfrak{F}$ est une fonction de la seule variable x,
$\mathfrak{G}$ est une fonction de la seule variable y,
$\mathfrak{H}$ est une fonction de la seule variable z.

Mais les égalités (3) nous donnent également, en exprimant que les premiers membres sont des différentielles totales,

$$(4)\quad \left\{\begin{array}{l}\dfrac{\partial\mathfrak{H}}{\partial z}+\dfrac{\partial\mathfrak{G}}{\partial y}=0,\\ \dfrac{\partial\mathfrak{F}}{\partial x}+\dfrac{\partial\mathfrak{H}}{\partial z}=0,\\ \dfrac{\partial\mathfrak{G}}{\partial y}+\dfrac{\partial\mathfrak{F}}{\partial x}=0.\end{array}\right.$$

De là on déduit

$$\frac{\partial\mathfrak{F}}{\partial x}=0,$$
$$\frac{\partial\mathfrak{G}}{\partial y}=0,$$
$$\frac{\partial\mathfrak{H}}{\partial z}=0.$$

Si l'on joint ces résultats à ceux qui viennent d'être obtenus, on voit que les quantités $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{H}$ sont de simples constantes. En se reportant aux égalités (1), on trouve

$$X = X_1,$$
$$Y = Y_1,$$
$$Z = Z_1,$$

ce qui démontre la proposition énoncée.

SUR LA DILATATION THERMIQUE DES LIQUIDES A DIVERSES PRESSIONS; ÉTUDE EXPÉRIMENTALE,

Par M. S.-P. GRIMALDI (1).

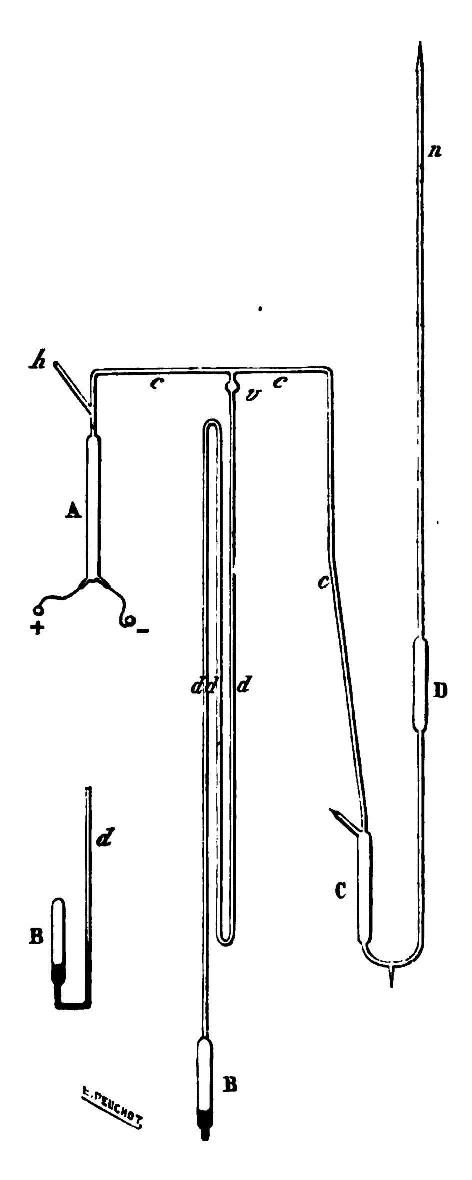
Méthode expérimentale. — On s'est proposé d'étudier la dilatation thermique des liquides à diverses pressions et de vérifier plusieurs formules théoriques. Les recherches décrites dans ce premier Mémoire ont été exécutées avec l'oxyde d'éthyle à des pressions qui varient depuis 1^m jusqu'à 25^m de mercure et à des températures comprises entre 0° et 105°.

L'appareil, construit tout en verre, était entièrement scellé à la lampe excepté en *h*. La pression était produite par la décomposition de l'eau acidulée du tube A (*manogène*). On la transmettait par le tube *cc* au piézodilatomètre B*dv* et au manomètre CD*u*. L'éther sulfurique remplissait $\frac{1}{5}$ du réservoir B dont le restant était plein de mercure. On mesurait les dilatations dans les tubes *d*, *d*, *d* qui avaient la longueur totale de $1^m,50$; ils avaient été gradués et calibrés avec le plus grand soin. Le manomètre à air comprimé, long de 1^m environ, avait un renflement en D qui en augmentait la sensibilité. On scellait à la lampe le tube *h*, qui était très fin, avec un peu de cire à cacheter : on l'ouvrait, pour faire tomber la pression, avec un jet de vapeur d'eau chaude.

Les variations de volume de l'éther par la température et la

(1) Résumé par l'auteur.

pression étaient indiquées dans les tubes *d*, *d*, *d* par l'extrémité libre du mercure qui les parcourait.



Le récipient B était environné par un bain avec un agitateur.

Dans le bain plongeaient deux thermomètres : un thermomètre à poids dont on avait déterminé les constantes avec soin et un thermomètre à tige qu'on avait préalablement calibré.

Lorsque l'on entreprenait une série d'expériences, on commençait par remplir le tube A d'eau acidulée que l'on décomposait jusqu'à la pression désirée qui demeurait à peu près constante pour toute la série des expériences. On enveloppait ensuite le réservoir B de neige fondante et on lisait la position du mercure dans les tubes *d*, *d*, *d*, le réservoir étant à 0°. Après la lecture, on enlevait la neige et l'on y plaçait le bain qui était porté à des températures toujours ascendantes, en déterminant chaque fois la position du mercure.

Dans les calculs, qui étaient longs et pénibles, on faisait toutes les corrections nécessaires. On avait déterminé tout exprès le coefficient de dilatation et le coefficient de compressibilité du verre du réservoir B.

Résultats. — Dans le Tableau qui suit sont enregistrés les résultats de mes expériences :

TEMPÉRATURE.	Δ.				δ.			μ.	$\frac{dp}{dt}$.		
	1m.	9m.	17m.	25m.	9m.	17m.	25m.		9m.	17m.	25m.
0°	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,001520	0,001475	0,001449	0,000207	7,34	7,13	7,00
10	0,01575	0,01538	0,01500	0,01475	0,001533	0,001533	0,001502	232			
20	0,03160	0,03113	0,03056	0,03010	0,001613	0,001600	0,001567	258	6,25	6,20	6,07
30	0,04850	0,04775	0,04698	0,04610	0,001690	0,001676	0,001644	286			
40		0,06505	0,06405	0,06302	0,0,1805	0,001780	0,001753	316	5,71	5,66	5,54
50		0,08413	0,08287	0,08130	0,001990	0,001959	0,001916	356			
60		0,10475	0,10310	0,10125	0,002141	0,002087	0,002032	407	5,26	5,13	4,90
70		0,12687	0,12450	0,12207	0,002278	0,002195	0,002140	462			
80		0,15035	0,14733	0,14433	0,002431	0,002369	0,002319	517	4,70	4,58	4,48
90		0,17562	0,17200	0,16865	0,002603	0,002546	0,002493	574			
100		0,20250	0,19833	0,19425	0,002794	0,002743	0,002679	632	4,42	4,34	4,24

Les dilatations Δ aux diverses pressions ont été calculées en drenant pour unité le volume à 0° pour chaque pression : on a tiré les nombres enregistrés des courbes construites avec les va-

leurs moyennes de chaque série et dessinées avec le plus grand soin.

N'ayant pas réussi à représenter chaque courbe par une seule formule empirique, j'en ai choisi trois pour chacune en calculant les coefficients à l'aide de la méthode des moindres carrés, simplifiée par M. Deyen. La différentiation de ces formules a donné les coefficients vrais de dilatation δ.

De la dilatation Δ, on a pu déduire les coefficients de compressibilité μ pour un mètre de pression aux diverses températures.

Ces coefficients se sont trouvés indépendants de la pression, comme MM. Jamin, Amaury et Descamps l'avaient observé jusqu'à la pression de 10^{atm} et M. Cailletet jusqu'à 630^{atm}, contrairement aux résultats des expériences de Colladon et Sturm et de M. Amagat.

Dans les dernières colonnes du Tableau sont enregistrés les *coefficients de tension à volume constant* $\frac{dp}{dt}$, qu'on a tirés aisément des résultats précédents.

Maximum de densité. — Si l'on admet, comme on croit pouvoir le faire, que les coefficients de compressibilité de l'éther soient indépendants de la pression, on peut déduire un corollaire intéressant.

Soient OBC, OB'C', OB''C'', ... les courbes qui représentent les dilatations que j'ai trouvées aux pressions p, p', p'', ..., équidistantes entre elles et construites en prenant comme abscisses les températures t, et comme ordonnées les dilatations Δ.

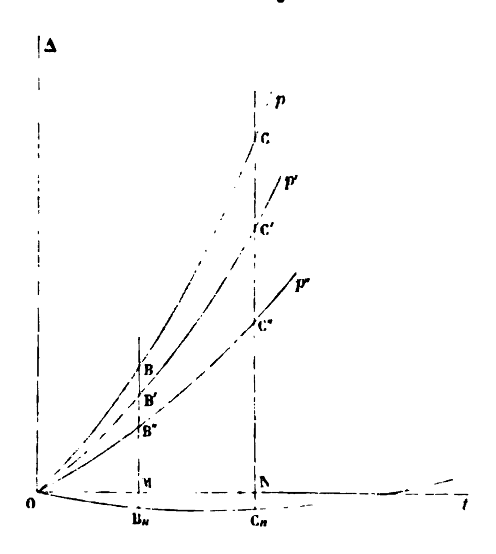
Soient M et N les points correspondant à deux températures t et t'; les dilatations de $0°$ à t et de $0°$ à t' seront représentées par MB, MB', MB'', ..., NC, NC', NC''. Il suit de ce que l'on a admis, les pressions p, p', p'' étant équidistantes, que l'on a

$$BB' = B'B'', \qquad CC' = C'C'', \quad \ldots.$$

Puisque, d'autre part, $CC' > BB'$, en faisant croître la pression dans les courbes successives, BM décroît, mais CN décroîtra d'une quantité plus grande et, pour une pression suffisamment élevée p_n, on aura $MB_n = NC_n$. Dans ce cas, la courbe entre B_n et C_n passera par un *minimum*. A la pression p_n l'éther aura donc un maximum de densité à une température comprise entre t et t'.

On peut aisément calculer à quelle pression la température du *maximum* de densité tombera entre deux températures données, par exemple entre 0° et 10°. Le calcul donne la pression de 382^{atm} environ.

On voit facilement qu'en faisant croître la pression, la température du maximum de densité ira toujours croissant.



Il n'est pas nécessaire, du reste, pour qu'il y ait un *maximum* de densité, que les équations

$$BB' = B'B'', \qquad CC' = C'C'', \quad \ldots$$

soient vérifiées. Il suffit que le rapport $\frac{CC'}{BB'}$, c'est-à-dire le rapport entre les coefficients de compressibilité à deux températures données, reste constant ou augmente avec la pression. Dans ce dernier cas, cependant, on ne peut déterminer la température du *maximum* de densité sans connaître la loi selon laquelle ce rapport varie.

Formule de Dupré. — Dupré, dans son *Traité de Thermodynamique* établit une équation théorique qui peut être réduite à la forme suivante

$$\frac{T\alpha V^2}{\beta} = K. \tag{1}$$

T indique la température absolue, α le coefficient vrai de dilatation, V le volume, β le coefficient de compressibilité et K une constante qui dépend seulement de la nature du corps.

Cette équation a fait l'objet de plusieurs vérifications expérimentales. M. Amagat, en déterminant les valeurs de β à diverses températures, pour l'éther chlorhydrique, et à l'aide des valeurs de α données par Drion, qu'il a en partie corrigées, vérifia l'équation de Dupré avec des résultats satisfaisants. Pour l'éther sulfurique, il fit usage des coefficients α déterminés par Is. Pierre jusqu'à la température de 38° et il obtint aussi des résultats satisfaisants. Cependant, ainsi que MM. Pagliani et Palazzo le font observer, ces vérifications, faites avec des nombres tirés de divers échantillons de liquides, ne présentent pas toute la rigueur nécessaire.

MM. Pagliani et Palazzo ont vérifié la formule de Dupré pour six liquides; ils obtinrent des résultats satisfaisants pour le toluène, le xylène et le cymène; pour la benzine, l'alcool propylique et l'alcool isobutylique, les différences furent plus fortes.

Il faut cependant observer que MM. Pagliani et Palazzo n'ayant pas dépassé, dans la détermination de β, la pression de 5^{atm} et la température d'ébullition des liquides examinés, leurs recherches ne présentent pas l'extension nécessaire à la vérification d'une formule théorique.

Mes expériences permettent de vérifier aisément l'équation de Dupré. Les valeurs de α, β, V sont déterminées directement avec le même appareil et la même méthode expérimentale; ils sont donc sujets aux mêmes erreurs qui, en grande partie, se détruisent dans le calcul de k.

En substituant dans la formule (1), les valeurs numériques de α, β, V que j'ai trouvées, j'ai pu obtenir un Tableau des valeurs de k aux diverses températures et pressions. Ce Tableau fait voir que les valeurs de k décroissent sensiblement avec la pression. Pour une même pression, elles restent constantes jusqu'à 35° environ, mais, à des températures plus élevées, elles croissent rapidement à mesure que la température augmente.

L'équation de Dupré ne se vérifie donc pas pour l'éther sulfurique; elle est à peu près satisfaite jusqu'à 35° seulement, comme l'avait annoncé M. Amagat, elle ne l'est plus à des températures plus élevées.

Formule de M. Van der Waals. — L'équation générale de l'isotherme donnée par M. Van der Waals

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = \mathrm{RT}$$

n'a pas été, jusqu'ici, vérifiée expérimentalement pour les liquides proprement dits. Mes expériences, cependant, permettent d'en tenter la vérification pour l'éther, au moins entre certaines limites. Cela peut se faire en considérant comme inconnues a et b et en vérifiant si ces quantités restent constantes quand on fait varier p, v, t.

Les calculs numériques nous ont donné des valeurs de a et de b qui ne restent pas constantes et qui sont inadmissibles.

On peut attribuer ce résultat à ce qu'une des hypothèses sur lesquelles M. Van der Waals a fondé sa formule est en défaut. En effet, on peut déduire l'équation de M. Van der Waals de l'équation de l'isotherme des gaz parfaits

$$pv = \mathrm{RT}, \tag{2}$$

en tenant compte de la pression intérieure que M. Van der Waals démontre, ainsi que l'avait fait Dupré, être égale à $\frac{a}{v^2}$, a étant une constante.

Pour ce qui regarde le volume, les corps devant être regardés comme composés de molécules ayant des dimensions sensibles, le chemin moyen de leurs molécules l_1 sera moindre que s'ils étaient composés de simples points matériels. En l'appelant l dans ce dernier cas, M. Van der Waals démontre que

$$\frac{l'}{l} = \frac{v - h}{v}. \tag{3}$$

h est un multiple égalant, selon M. Blaserna, huit fois, selon M. Van der Waals, quatre fois la somme des volumes des molécules du corps.

Or le nombre des chocs et conséquemment la pression, étant inversement proportionnels au chemin moyen de la molécule, le premier membre de l'équation (2) doit être multiplié par $\frac{l_1}{l}$ ou, ce qui revient au même, on doit substituer à v, $v - h$.

Il faut ici remarquer, ainsi que l'avait noté M. Blaserna, que dans le cas d'une pression très grande (intérieure et extérieure) à laquelle sont, dans certains cas, soumis les liquides, $\frac{h}{8}$, c'est-à-dire le volume moléculaire, peut être une fraction considérable, $\overline{\gtrless}\frac{1}{8}$ (les molécules étant très rapprochés), du volume total. On peut donc avoir $v \overline{\gtrless} h$: on aurait, dans ce cas, $l_1 \overline{\gtrless} 0$, ce qui est absurde. Cela démontre que les hypothèses sur lesquelles l'équation (3) est fondée, ne sont pas justifiées pour des pressions élevées : elle donne alors des résultats absurdes.

La correction introduite dans la formule (2) est donc inexacte dans ce cas, et la formule de M. Van der Waals inapplicable.

Nous pouvons nous convaincre de cela en examinant les différentes valeurs de h tirées des expériences de M. Andrews sur l'acide carbonique. Constantes lorsqu'il est gazeux, elles ne le sont plus lorsqu'il est liquide.

Il serait intéressant de rechercher s'il y a des liquides pour lesquels la formule de M. Van der Waals soit applicable dans certaines conditions à déterminer.

Formules de M. Mendeleeff et de M. Avenarius. — M. Mendeleeff, en examinant les dilatations de différents liquides, a trouvé qu'on peut les représenter par l'équation

$$V_t = \frac{1}{1 - kt}, \tag{4}$$

k étant une constante. Il croit que la loi exprimée par cette équation est analogue à la loi de Mariotte et de Gay-Lussac pour les gaz, c'est-à-dire qu'elle représente les dilatations des liquides à des températures éloignées du point d'ébullition. M. Avenarius et d'autres physiciens nient la généralité de la formule de M. Mendeleeff. Elle donne des résultats satisfaisants seulement lorsque le coefficient de dilatation est peu considérable.

Avenarius propose, d'autre part, pour représenter la dilatation des liquides à la pression critique, l'équation

$$v = a + b \log(t_c - t), \tag{5}$$

dans laquelle t_c est la température critique et a et b sont deux constantes.

Il a vérifié cette équation avec des résultats suffisamment satisfaisants pour l'éther sulfurique et MM. Schuck et Jouk ont trouvé qu'elle représente aussi la dilatation à la pression critique de l'alcool, de l'anhydride sulfureuse, de la diéthylamine et de l'éther chlorhydrique. M. Avenarius pense qu'une telle formule peut aussi représenter (bien entendu avec des constantes diverses) la dilatation des liquides aux différentes pressions.

Quoique la formule de M. Mendeleeff ait été reconnue peu satisfaisante par plusieurs expérimentateurs, j'ai cru qu'il serait à propos de voir si elle représente les dilatations que j'ai trouvées.

J'ai pu vérifier que ces dilatations à des températures peu élevées, lorsqu'elles varient presque proportionnellement aux températures, sont bien représentées par la formule de M. Mendeleeff. Mais, pour des températures plus élevées, les différences deviennent très grandes, ce qui confirme les objections faites par M. Avenarius à la formule de M. Mendeleeff.

Mes expériences permettent aussi de vérifier si, comme le pense M. Avenarius, la formule (5) représente la dilatation des liquides aux diverses pressions. Je rapporte ci-dessous un Tableau des volumes observés et calculés avec la formule (5) aux diverses pressions. Les constantes a et b ont les valeurs suivantes :

Pression.		
m		
9	$a = 2,47314$	$b = -0,64496$
17	$a = 2,44549$	$b = -0,63334$
25	$a = 2,42009$	$b = -0,62180$

TEMPÉRATURE.	9m.		17m.		25m.	
	V observé	V calculé.	V observé.	V calculé.	V observé.	V calculé.
0°	1,00000	0,99964	1,00000	0,99853	1,00000	0,99951
20	1,03113	1,03034	1,03056	1,03191	1,03010	1,02909
40	1,06305	1,06485	1,06405	1,06255	1,06302	1,06237
60	1,10475	1,10415	1,10310	1,10426	1,10125	1,10027
80	1,15035	1,14999	1,14733	1,14615	1,14433	1,14445
100	1,20250	1,20479	1,19833	1,19998	1,19425	1,19728

Ainsi qu'on le voit aisément, les différences entre les valeurs

calculées et observées sont plus grandes que les erreurs probables d'observation; elles sont cependant plus petites que celles que M. Avenarius a trouvées en vérifiant l'équation (5) pour la pression critique.

Nous pouvons donc dire que l'équation (5) représente approximativement les dilatations de l'éther sulfurique aux diverses pressions jusqu'à la pression critique, pourvu que pour chaque pression on emploie des coefficients différents. Elle donne des valeurs qui diffèrent de 1 pour 100 à peu près des résultats des expériences.

KNUT ÅNGSTRÖM. — Ueber die Diffusion der strahlenden Wärme von ebenen Flächen (Sur la diffusion de la chaleur rayonnante par les surfaces planes); *Wied. Annalen*, t. XXVI, p. 253; 1885.

L'auteur rappelle les résultats obtenus par F. de la Provostaye et P. Desains. Pour déterminer les intensités calorifiques, qui sont fort petites, il substitue à la pile thermo-électrique un thermomètre différentiel électrique, sorte de bolomètre, fondé sur la variation de conductibilité électrique avec la température. Les résistances sont mesurées à l'aide d'un pont de Wheatstone. Les bandes métalliques du bolomètre de M. S.-P. Langley (1) sont remplacées par des treillis de vingt-trois bandelettes, taillées dans une feuille d'étain recouverte de chlorure de platine, et frottées avec du noir de fumée fixé à l'alcool. Ces treillis sont assujettis au moyen de gomme laque à des ouvertures circulaires pratiquées dans une plaque d'ébonite, que l'on cale dans une boîte de bois, placée dans un réservoir en zinc rempli d'eau. Cet instrument de mesure est fixe. La plaque diffusante est fixée sur l'axe horizontal d'un appareil possédant deux axes de rotation comme un théodolite. Une lampe à gaz, système Argand, est mobile autour de l'axe vertical de ce dernier appareil.

L'auteur fait quelques recherches pour étudier les variations de sensibilité de l'appareil de mesure, d'une part, avec les variations

---

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XXIV, p. 275.

d'intensité de la chaleur incidente et, d'autre part, avec celle du courant. Comme les conditions expérimentales changent d'un jour à l'autre, toutes les déterminations sont ramenées à ce qu'elles seraient si le courant avait toujours la même intensité et si la source de chaleur était constante. Les substances soumises aux expériences étaient fixées sur une plaque de cuivre. Pour éviter la réflexion sur cette plaque, on la recouvrait d'une feuille de papier très mince noircie au noir de fumée. Le papier était fixé par un mélange de cire et de colophane. Enfin la plaque entière était plongée dans de l'eau contenant en suspension la poudre du corps soumis à l'expérience.

Pour représenter les résultats, on peut se servir d'une construction graphique semblable à celle qu'a donnée Bouguer. A partir de l'élément de la plaque diffusant la chaleur, on porte dans la direction de chaque rayon son intensité relative. Les points ainsi obtenus représentent une surface que l'auteur appelle *surface de diffusion*. Les déterminations se font dans le plan d'incidence, dans un plan perpendiculaire à celui-là et contenant la normale et enfin dans un plan perpendiculaire au plan d'incidence et contenant le rayon réfléchi. L'auteur énonce les propositions suivantes :

1° Dans le cas de l'incidence normale, la diffusion est symétriquement distribuée autour de la normale, et la surface de diffusion est un ellipsoïde de révolution allongé dont l'axe de rotation est la normale;

2° L'angle d'incidence croissant, la surface de diffusion conserve sa forme symétrique autour de la normale, mais l'ellipsoïde s'aplatit, devient une sphère pour un angle de 30° environ, puis un ellipsoïde de révolution aplati (1);

3° Le pouvoir de diffusion suivant la normale diminue quand l'angle d'incidence croît;

4° La symétrie autour de la normale paraît subsister jusqu'à $i = 80°$, malgré la présence de la réflexion régulière (2).

---

(1) Mes expériences sur la diffusion de la chaleur par les substances mates montrent que la loi du cosinus de l'obliquité est générale et par suite m'autorisent à dire que dans tous les cas la surface de diffusion est une sphère.

(2) L'auteur réunit ces propositions en formules empiriques.

Toutefois l'auteur constate que la symétrie est troublée quand les substances (gypse et papier à lettre) présentent un pouvoir réflecteur.

L'auteur s'occupe aussi de l'absorption du noir de fumée qui, suivant Christiansen, est 0,90 et, suivant lui, 0,976 ([1]).

De recherches anciennes, l'auteur conclut à l'influence de l'épaisseur de la couche diffusante ([2]). La surface de diffusion s'aplatit sans perdre sa symétrie autour de la normale quand l'épaisseur de la plaque diminue, tout en restant un ellipsoïde.

M. Knut Ångström étudie aussi la diffusion des plaques traversées par la chaleur. Suivant lui, la diffusion suit les mêmes lois quand la couche est suffisamment épaisse. Quand la couche est mince, l'intensité de la chaleur diffusée est maxima dans la direction de la chaleur qui traverse; l'épaisseur de la couche croissant, l'intensité diminue dans la direction de la chaleur qui traverse, mais en même temps la diffusion croît dans les autres directions jusqu'au moment où la plaque a atteint une certaine épaisseur déterminée ([3]); après qu'elle a atteint cette épaisseur, la diffusion diminue dans toutes les directions, et dans ce cas la surface de diffusion est un ellipsoïde de révolution indépendant de l'angle d'incidence, la diffusion maxima étant située dans la direction normale à la surface ([4]).

L'auteur étudie aussi la réflexion sur des surfaces métalliques noircies au noir de fumée et trouve que la réflexion diminue très rapidement quand l'angle d'incidence augmente, contrairement aux rapports habituels de la réflexion.

([1]) Calculée d'après les formules empiriques précédentes.

([2]) L'auteur ne parle ni d'une épaisseur limite, ni ne donne sa valeur. Je suis arrivé à déterminer expérimentalement cette épaisseur limite (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 14 décembre 1885).

([3]) Que l'auteur ne donne pas.

([4]) Dans cette disposition expérimentale, la diffusion me semble avoir été remplacée par l'émission quand l'épaisseur de la plaque est plus grande que l'épaisseur limite. Quand elle est moindre, à la diffusion vient s'ajouter la diathermanéité, qui diminue évidemment quand l'épaisseur de la plaque augmente. M. Knut Ångström ne sépare pas ces différents pouvoirs, ce qui permet d'expliquer dans certaines limites les différences qui existent entre ces conclusions et celles qui résultent des expériences que j'ai faites au laboratoire d'enseignement de la Physique à la Sorbonne.

Enfin, l'auteur s'occupant de la nature de la diffusion fait remarquer que cette diffusion, étant essentiellement indépendante des pouvoirs absorbant et réfléchissant de la substance diffusante, ne dépend que de la loi suivant laquelle se fait la réflexion, de la grandeur, de la forme et du groupement des parties diffusantes [1], la grandeur de la diffusion dépendant de toutes ces circonstances réunies.

LÉON GODARD.

JAMES HOPPS. — On the alterations in the electrical resistance of metallic wires, produced by coiling and uncoiling (Altération de la résistance électrique des fils métalliques, produite par enroulement et déroulement); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XVIII, p. 433; 1884.

L'auteur ayant eu à faire une bobine de résistance a été frappé par la différence de résistance que présentait le fil avant et après son enroulement; cette différence ne paraissait être ni constante ni proportionnelle à la longueur du fil employé et semblait dépendre de la tension avec laquelle le fil avait été enroulé *sur la poulie*. Certaines bobines accusaient, après l'enroulement, des changements de résistance très considérables; de même, lorsqu'on les déroulait et qu'on les enroulait ensuite avec une moindre tension. Le diamètre de la bobine paraissait aussi avoir une grande influence sur la production de ces changements de résistance. Une grande partie de ces changements paraissaient être temporaires.

Les différences, comme on l'a déjà fait remarquer, n'étaient pas constantes; elles n'étaient même pas toujours du même signe: tantôt on observait une augmentation de résistance, tantôt une diminution.

Des renseignements que l'auteur avait recueillis au sujet du phénomène en question, il résultait que des faits analogues avaient été

---

(1) Ces considérations théoriques ne sont pas accompagnées d'expériences à l'appui. Mes expériences, sur la poudre de verre entre autres, montrent que la diffusion exige, pour se faire normalement, une certaine épaisseur de la lame diffusante; que cette épaisseur varie avec la source de chaleur, avec l'état de pulvérisation de la substance et avec son état de compression; et enfin que la diffusion dépend *essentiellement* du pouvoir réfléchissant de la substance diffusante.

observés par M. Silvanus Thompson et M. Latimer Clark; mais, le phénomène n'ayant pas été étudié, l'auteur a entrepris une série d'expériences.

Les fils sont enroulés sur un tambour en ébonite, ils sont logés dans les creux d'une hélice tracée sur ce dernier. Ce tambour est fixé au sommet d'un plan incliné sur lequel se meut un chariot. L'une des extrémités du fil soumis à l'essai est fixé au chariot qui sert à tendre le fil. En faisant varier la charge du chariot ou l'angle du plan incliné, on peut faire varier la tension du fil.

A l'aide d'un treuil placé au-dessous du tambour, on peut faire tourner le tambour. En le faisant tourner dans un sens, le fil s'enroule et en même temps le chariot est amené au sommet du plan. En déroulant le treuil, le chariot descend le plan incliné et déroule le fil. Le fil métallique soumis à l'essai forme l'une des branches d'un pont de Wheatstone; on mesure sa résistance d'abord lorsqu'il est enroulé, ensuite quand il est déroulé. Ces opérations sont répétées plusieurs fois : chacune dure environ six minutes.

Le plan était très peu incliné, de manière à éviter toute déformation qu'aurait pu produire la traction.

Pendant toute la durée des expériences, la température du laboratoire était restée invariable à 0°,5 près. Les fils de plomb présentent une propriété remarquable. Ordinairement l'enroulement produit une diminution de résistance et le déroulement en produit une augmentation; mais, si l'on soumet le même fil à un certain nombre d'enroulements et de déroulements successifs, on constate qu'à partir d'un certain nombre de séries d'opérations l'enroulement et le déroulement provoquent tous les deux un accroissement de résistance. On observe encore une tendance très remarquable à reprendre la résistance primitive.

Il est à remarquer qu'en général, quelle que soit la nature du fil, l'enroulement produit un moindre effet que le déroulement. Les effets produits par ces deux opérations sont en général de signes contraires; quelquefois on remarque un renversement des signes.

Une augmentation de résistance par déroulement et une diminution par enroulement s'observent avec des fils de plomb, de cuivre, de maillechort, d'aluminium et de magnésium; de même, avec des fils de fer doux, pendant les premières opérations, après lesquelles les signes changent complètement.

Une augmentation de résistance est constatée d'une manière presque invariable avec les fils de zinc après un enroulement, de même qu'après un déroulement; seulement l'effet produit par l'enroulement varie de $\frac{1}{2}$ à $\frac{1}{10}$ de celui du déroulement.

La différence entre les deux effets de l'enroulement et du déroulement ou, si l'on veut, l'amplitude des variations de résistance, est la plus grande dans le cas du magnésium et la plus petite avec l'aluminium.

L'amplitude des différences, dans le cas du maillechort écroui, n'est pas grande après plusieurs séries d'opérations. Cependant, s'il est recuit, on constate de grands accroissements de résistance après chaque repos du fil; mais les résultats des dernières séries d'expériences s'approchent de ceux du fil écroui, ce qui prouve que le fil s'écrouit par les enroulements et déroulements successifs.

L'auteur avait mesuré avec beaucoup de soin la longueur des fils avant et après les expériences; il a tenu compte de ces variations de longueur et de section.

Après avoir fait ces corrections, il restait encore des changements inexpliqués de résistance, qu'on a résumés dans le Tableau suivant :

Métaux.	En centièmes de la résistance initiale.	En centièmes de la variation de résistance.
Fer	2,3	81,64
Plomb	1,27	2,91
Cuivre	1,18 -1,42	57,58-60,7
Zinc	1,23 -2,16	23,6 -42,4
Aluminium	0,77 -2,206	41,15-72,01
Maillechort (recuit)	0,054-0,171	11,89-21,6
Magnésium n° 2	1,549	

Si l'on considère les résultats obtenus avec le maillechort recuit, qui ont une importance spéciale, les bobines de résistance étant faites avec ce métal, on trouve que l'augmentation totale est de 0,454 pour 100 de la résistance initiale, il faut en déduire 0,4 pour 100 provenant de l'accroissement de longueur et de la diminution de section; il ne reste que 0,054 pour 100 de la résistance initiale, ou 11,54 pour 100 de la variation de résistance observée comme effet dû aux enroulements et déroulements successifs.

Les résultats sont très curieux lorsque le fil de maillechort est écroui. Par l'écrouissage la longueur du fil diminue, et, si l'on fait la correction de longueur, on trouve que la résistance devrait accuser une diminution de 0,284 pour 100; mais la diminution observée n'a été que de 0,036 pour 100, au lieu de 0,248 pour 100, c'est-à-dire moins que ne l'indique la correction.

L'auteur cite des données qui lui ont été fournies par une fabrique de câbles de Milan, d'après lesquelles la conductibilité spécifique des conducteurs de cuivre diminue dans certains cas de 1 $\frac{1}{2}$ pour 100 pendant la fabrication. Si ces conducteurs sont mis dans des tubes de plomb, leur résistance diminue quelquefois de 2 pour 100. Ces variations sont en grande partie permanentes.

L'auteur veut expliquer ces variations de résistance par une déformation due à un effet de torsion.

Les différentes manipulations auxquelles les fils sont soumis pendant la fabrication auraient laissé dans le fil une certaine torsion résiduelle et, lorsqu'on les enroule sur les bobines, ce résidu augmente ou diminue, donnant ainsi une variation de résistance.

M. Krouchkoll.

W.-E. AYRTON et J. PERRY. — The most economical potential difference to employ with incandescent lamps (De la force électromotrice la plus économique pour les lampes à incandescence); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XIX, p. 304; 1885.

On sait qu'une lampe électrique produit, par cheval-vapeur, une quantité de lumière d'autant plus grande qu'elle est plus brillante; mais il faut remarquer que, d'autre part, la durée d'une lampe est d'autant moindre qu'elle fonctionne à une plus haute température, et il y a lieu de tenir compte de la dépense résultant du renouvellement et de l'entretien des lampes, si l'on veut savoir quelle sera la différence de potentiel que l'on devra produire pour qu'une lampe de tel modèle fonctionne avec la plus grande économie.

On trouve ainsi que, pour une lampe à incandescence d'Edison de 108 volts, la force électromotrice la plus économique est de 106 volts environ, et que la dépense annuelle est augmentée de 5 pour 100 si l'on emploie 104volts,4 ou 108volts,5.

La dépense minima serait, dans des conditions moyennes, de $0^{fr},002$ par heure et par *candle,* soit environ $0^{fr},032$ par heure pour une lampe d'Edison fonctionnant à 100 volts.

A. Leduc.

F. VOGEL. — Veränderung der Brechungsverhältnisse im Glass und im Kalkspath mit der Temperatur (Variation de la réfraction dans le verre et dans le spath d'Islande avec la température); *Wied. Ann.*, t. XXV, p. 87; 1885.

Dans le verre et le spath d'Islande, les indices croissent en même temps que la température. Les mesures, effectuées par la méthode du minimum de déviation dans le prisme, ont été étendues aux températures comprises entre $+12°$ et $+260°$, et sont relatives aux trois raies de l'hydrogène et à celle du sodium. Si l'on pose

$$n_t = n_{t'} + \alpha(t-t') + \beta(t-t')^2,$$

on trouve (pour $t' = 12°$)

	H_α.	D.	H_β.	H_γ.	
	Verre blanc (n_D = 1,61399 par rapport au vide).				
$\alpha \times 10^8$........	96	123	224	327	
$\beta \times 10^{10}$........	107	106	97	93	
	Flint lourd (n_D = 1,76032 par rapport au vide).				
$\alpha \times 10^8$........	190	190	362	575	
$\beta \times 10^{10}$........	101	147	221	221	
	Spath d'Islande ($\beta = 0$).				
$\alpha \times 10^8$........	71	81	91	100	(rayons ordinaires).
$\alpha' \times 10^9$........	1012	1020	1073	1080	(rayons extraordinaires).

J. Macé de Lépinay.

E. v. FLEISCHL. — Circulardopalbrechung in Flüssigkeiten (Double réfraction circulaire dans les liquides); *Wied. Ann.*, t. XXIV, p. 127; 1885.

L'auteur s'est proposé de démontrer directement l'existence de la double réfraction circulaire dans les liquides doués de pouvoir rotatoire, en construisant, avec des prismes liquides, un appareil

analogue à celui que Fresnel a imaginé pour le quartz. Une longue auge de verre ($0^m,54$ de long) fut partagée par des cloisons convenables en 22 prismes, les deux extrêmes de 60°, les autres de 120°. Il suffit, pour obtenir un dédoublement très net d'une source lumineuse étroite, de remplir ces prismes de deux en deux, avec des liquides de rotations inverses et d'indices sensiblement égaux. L'expérience réussit fort bien : 1° avec des dissolutions de sucre de canne et de lévulose; 2° avec de l'essence d'orange et un mélange d'essence de térébenthine et d'huile de ricin.

J. Macé de Lépinay.

NATURE.

(Mai 1884-Mai 1885).

AYRTON et PERRY. — Nouvelle forme de ressorts pour appareils de mesures, électriques ou autres, t. I, p. 205.

Les auteurs utilisent, dans divers appareils, la propriété que possèdent les ressorts en spirale, de se tordre ou se détordre d'un angle considérable sous l'action d'une force relativement faible appliquée dans le sens de l'axe. On supprime ainsi les transmissions de mouvement destinées à amplifier de petits déplacements. On obtient la variation maxima de torsion, avec un ressort de section elliptique aussi allongée que possible; le petit axe de l'ellipse est perpendiculaire à l'axe du cylindre, et le plan osculateur à la surface fait avec cet axe un angle de 45°. Ces ressorts ont été employés dans la construction d'ampèremètres, dynamomètres, etc., décrits dans le Mémoire.

KŒNIG et RICHARZ. — Mesure de la densité de la Terre, t. II, p. 260 et 484.

A.-M. MAYER. — Même sujet, t. II, p. 408.

Pour déterminer la densité de la Terre, von Jolly, à Munich, avait fixé à la partie supérieure d'une tour une balance dont l'un des plateaux était suspendu à un fil de 21^m de long; un corps était plus lourd dans ce plateau que dans le plateau supérieur, par suite

de la variation de l'attraction terrestre. On faisait ensuite agir une grosse masse de plomb amenée au-dessous du plateau inférieur. Il est difficile, dans cette expérience, de connaître la température des diverses parties du fil. MM. Kœnig et Richarz ont l'intention d'employer une balance très sensible, reposant à la partie supérieure d'un bloc énorme de plomb, et munie de plateaux doubles aux deux extrémités du fléau. Ces plateaux sont réunis l'un à l'autre par un fil qui traverse la masse de plomb, de façon qu'on puisse faire agir cette masse dans le sens de la pesanteur, ou en sens inverse, sur un corps placé dans le plateau supérieur ou le plateau inférieur. Le bloc de plomb formé d'un grand nombre de pièces aurait une forme convenable et pèserait 100 000^{kg}.

M. Mayer propose de remplacer ce bloc de plomb par quatre récipients de fonte, placés deux à deux de chaque côté de la balance, l'un au-dessus, l'autre au-dessous du plateau; un réservoir latéral permettrait de les remplir facilement de mercure.

Ce procédé ne semble pas pratique à cause de la grande masse du mercure qu'il nécessiterait.

STONE. — Électrodynamomètre à bobine extrêmement légère, t. I, p. 635.

Cet appareil n'est qu'une modification de celui déjà décrit (*Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 43). La bobine en fil d'aluminium est enroulée sur un morceau de liège et recouverte d'un enduit imperméable; elle a sensiblement la même densité que l'huile de pétrole et flotte dans un petit vase rempli de ce liquide.

Éclairage électrique des phares, expériences de Trinity House, t. I, p. 362.

J. MUNRO. — Même sujet, t. I, p. 406.

Dans les expériences faites à South Fireland, on a comparé trois phares éclairés, le premier par trois lampes électriques alimentées chacune par une machine de Méritens : la puissance totale est d'environ 30000 bougies; le deuxième par quatre brûleurs à gaz portant chacun 108 becs, disposés en cercles concentriques : la puissance est de 12000 bougies; le troisième par trois lampes à huile, de

construction spéciale. On a constaté que l'influence du brouillard agit plus fortement sur la lumière électrique que sur les autres : elle ne tarde pas à perdre sa supériorité. Cette différence tient peut-être au diamètre apparent plus grand de la source et aux lentilles plus larges, employées dans les deux derniers cas.

M. Munro remarque, au contraire, que la vapeur d'eau absorbe surtout les rayons extrêmes du spectre, très abondants dans la lumière électrique, tandis qu'elle laisse passer les rayons jaunes et orangés que les deux autres flammes émettent en grande quantité. L'emploi du spectroscope donnerait la réponse à cette question.

Association américaine, t. I, p. 596.

M. Mendenhall, à propos des transmetteurs à charbon, présente des expériences relatives à l'influence de la variation de pression sur la conductibilité des charbons et conclut que cette variation est due au charbon lui-même, et non au déplacement des molécules.

M. Graham Bell fait remarquer que si dans un vase assez grand, rempli d'eau, on plonge, à une certaine distance l'une de l'autre, les électrodes d'un courant interrompu et les deux fils d'un téléphone, le son est perceptible dans l'instrument, pourvu que les deux fils ne soient pas placés sur une ligne d'égal potentiel. D'après cette expérience, un navire pourvu d'une machine dynamo dont les fils plongeraient dans la mer, l'un à l'avant, l'autre à une certaine distance à l'arrière, pourrait signaler son approche à un autre navire muni d'un téléphone.

A propos de cette Communication, M. Preece indique que ce procédé a été employé avec succès entre Southampton et l'île de Wight pour établir la communication pendant une rupture du câble. Le courant de 15 éléments Leclanché était interrompu par une clef de Morse : la distance des électrodes était de 6 miles pour la pile, et de 1 mile pour le téléphone.

Otto PETERSON. — Nouveau principe pour mesurer la chaleur, t. II, p. 321.

L'auteur propose d'employer comme mesure de la chaleur communiquée à une masse gazeuse le travail mécanique effectué par

cette masse, dans sa dilatation à température constante. Le gaz suit la loi de Mariotte, et la variation de volume est donnée par le poids de mercure que l'on fait écouler du vase, de façon à réaliser la condition indiquée. Il est nécessaire d'avoir un thermomètre très sensible, à indications instantanées. L'auteur a essayé dans ce but divers appareils, entre autres, une pile thermo-électrique réunie à un galvanomètre de construction spéciale, et un thermomètre différentiel. Ce dernier donne de bons résultats dans un appareil dont la description ne peut trouver place ici, destiné à l'étude de la chaleur rayonnante. Un autre appareil, destiné à la mesure des chaleurs spécifiques, est actuellement en construction.

SHAW. — Lignes focales, t. II, p. 185.

On montre expérimentalement l'existence des lignes focales dans un prisme, en prenant comme objet un réticule formé de fils verticaux et horizontaux, éclairé par une flamme de sodium. Dans une position de la lunette, les fils horizontaux sont visibles, les autres ne le sont pas; c'est le contraire dans une seconde position; dans une position intermédiaire, les deux séries de fils sont visibles en même temps plus ou moins nettement.

MADAN. — Isolement des rayons bleus par les expériences d'optique, t. II, p. 263.

On peut remplacer la dissolution ammoniacale d'oxyde de cuivre par un verre bleu verdâtre (*signal green glass*) employé dans la construction des signaux de chemins de fer. Le système formé par la superposition d'une de ces lames et d'un verre foncé bleu de cobalt ne laisse passer que les rayons compris entre F et G.

MADAN. — Modification des prismes polarisants de Foucault et d'Ahren, t. II, p. 371.

On fait disparaître la coloration et la déviation du rayon extraordinaire en ajoutant au prisme un système formé d'un prisme de crown et d'un prisme de flint lourd, tourné en sens inverse. On réalise ainsi un appareil plus court que le nicol, de champ à peu près égal (28°), dans la construction duquel n'entrent que des morceaux de spath relativement petits.

SPEAK PARKER. — Action des particules très fines sur la lumière, t. II, p. 481.

On emploie avec avantage une dissolution d'hyposulfite de soude (environ 1gr par litre), acidulée par l'acide chlorhydrique ou sulfurique; la décomposition donne lieu à un précipité qui se forme très lentement; aussi la lumière passe-t-elle par toutes les teintes. La couleur semble dépendre plutôt de la forme des particules que de leur nombre, car l'addition d'eau l'affaiblit sans en changer la teinte.

MICHIE SMITH. — Observations sur le soleil vert, t. I, p. 347.

Pendant le mois de septembre 1883, on a observé plusieurs fois dans l'Inde une coloration verte plus ou moins prononcée du Soleil et de la Lune, au voisinage de l'horizon. Le spectre, à ce moment, présente une forte absorption dans le rouge, un grand développement des raies de la vapeur d'eau, principalement C; au contraire, sur la photographie, on remarque très peu d'absorption dans le bleu. Ce phénomène est différent de celui observé plusieurs fois vers la même époque, au coucher du Soleil, et attribuée aux poussières lancées par le Krakatoa. On peut l'expliquer par la présence dans l'atmosphère d'une grande quantité de vapeur d'eau en remarquant que pendant cette saison la pluie tombe en abondance et qu'on observe quelque chose d'analogue lorsqu'on regarde le Soleil au travers du jet de vapeur lancé par une machine.

C. DAGUENET.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. VI, novembre 1885.

B.-C. DAMIEN. — *Recherches expérimentales sur la force électromotrice des piles à un seul liquide formé par des dissolutions salines*, p. 289.

C. DECHARME. — *Expériences hydrodynamiques*, p. 329.

A. CROVA. — *Sur l'emploi des écrans diffusants en photométrie*, p. 342.

6e série. — Tome VI. — Décembre 1885.

A. Crova. — *Comparaison photométrique des lumières de teinte différente*, p. 528.

Berthelot et Vieille. — *Nouvelle méthode pour mesurer la chaleur de combustion du charbon et des composés organiques*, p. 546.

Berthelot et Vieille. — *Sur la vitesse de propagation de la détonation dans les matières explosives solides et liquides*, p. 556.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XX, novembre 1885.

De Volson Wood. — *L'éther lumineux*, p. 389.

F. Himstedt. — *Détermination de l'ohm*, p. 417.

J. Larmor. — *Théorie moléculaire de la polarisation galvanique*, p. 422.

J.-W. Clark. — *Influence de la pression sur certains cas de conductibilité électrique et de décomposition*, p. 435.

H. Hennessy. — *Influence du gulf-stream sur les hivers de la Grande-Bretagne et de l'Irlande*, p. 439.

H. Hennessy. — *Comparaison de la température de l'hémisphère nord et de l'hémisphère sud de la Terre*, p. 442.

J.-J. Hood. — *Retard des changements chimiques*, p. 444.

C. Michie Smith. — *Électricité atmosphérique*, p. 456.

5e série. — Tome XX. — Décembre 1885.

O. Reynolds. — *Dilatation de milieux formés de parties rigides en contact*, p. 469.

G. Gladstone. — *Réfraction de la fluorine*, p. 481.

Ch. Gray. — *Mesures de l'intensité de la composante horizontale du champ magnétique terrestre effectuées au laboratoire de physique de l'Université de Glasgow*, p. 484.

Th. Carnelley. — *Loi de périodicité, démontrée par certaines propriétés physiques des composés organiques*, 2e Partie. *Points de fusion et d'ébullition des composés halogènes et alkyliques des radicaux hydrocarbonés*, p. 497.

W. Ramsay et Sydney Young. — *Quelques relations thermodynamiques*, p. 515.

H. Wilde. — *De la vitesse avec laquelle l'air se précipite dans le vide, et de quelques phénomènes relatifs à la détente des atmosphères de grande densité dans des atmosphères de densité plus faible*, p. 531.

Wiedemann's Annalen.

T. XXVI, n° 11; 1885.

E. Gumlich. — *Théorie des anneaux de Newton dans la lumière transmise*, p. 337.

L. Weber. — *Mesure de l'intensité de la lumière diffuse du jour*, p. 374.

W. von Bezold. — *Construction du triangle des couleurs par le mélange de couleurs réelles*, p. 390.

W. von Bezold. — *Addition au Mémoire sur les figures d'écoulement des liquides*, p. 407.

W. Müller-Erzbach. — *Dissociation des sels hydratés; conséquences qu'on en déduit sur la constitution des éléments salins*, p. 409.

F. Kohlrausch. — *Variabilité de la fonction d'amortissement d'un galvanomètre. Son influence sur les mesures absolues de résistance effectuées à l'aide d'un inducteur terrestre*, p. 424.

R. Colley. — *Quelques nouvelles méthodes pour l'observation des oscillations électriques. Leurs usages*, p. 432.

A. Koepsel. — *Mesure de la constante de la rotation électromagnétique du plan de polarisation de la lumière pour la raie du sodium, dans le sulfure de carbone*, p. 456.

T. XXVI, n° 12; 1885.

G. Fink. — *Influence de la pression sur la conductibilité électrique des électrolytes*, p. 484.

E. Edlund. — *Résistance au passage dans l'arc électrique*, p. 518.

K. Wesendonck. — *Fluorescence du rouge de naphtaline*, p. 521.

H.-W. Vogel. — *Relation entre l'absorption des matières colorantes et leur action sensibilisatrice sur le bromure d'argent*, p. 527.

G. Kötschau. — *Études sur le mouvement des liquides*, p. 530.

F. Himstedt. — *Évaluation de l'ohm*, p. 547.

Dr W.-B. Brace. — *Sur la rotation magnétique du plan de polarisation de la lumière et quelques cas particuliers de la réfraction*, p. 576.

G. Stern. — *Position des commutateurs dans les machines électrodynamiques*, p. 607.

E. Mach et J. Wentzel. — *Contribution à la mécanique des explosions*, p. 628.

K.-L. Bauer. — *Appareil pour démontrer que l'électricité se porte seulement à la surface des corps*, p. 640.

SUR LES MÉLANGES RÉFRIGÉRANTS ET LE PRINCIPE DU TRAVAIL MAXIMUM;

PAR M. POTIER.

De nombreuses applications du principe de Carnot, soit sous la forme primitive, soit sous la forme que lui a donnée Clausius, $\int \frac{dQ}{T} < 0$, ont déjà été faites aux réactions chimiques; d'une manière générale on peut affirmer que si une réaction est possible dans certaines conditions, si, de plus, il est possible de séparer les éléments combinés en faisant varier les conditions physiques de manière à faire décrire un cycle fermé au système, l'intégrale ci-dessus ne saurait être positive; elle peut être nulle si toutes les transformations sont réversibles. M. Moutier a montré que, lorsque toutes les transformations peuvent avoir lieu à la même température, la condition ci-dessus se réduit à $\int dQ < 0$, c'est-à-dire qu'il y a nécessairement dégagement de chaleur quand le cycle a été parcouru dans son entier, et par suite dépense de travail extérieur; cette condition détermine le sens dans lequel il est possible que le cycle soit parcouru.

Soit une dissolution saline, à une température inférieure à zéro, en contact avec une atmosphère saturée; un très petit accroissement de volume permettra la vaporisation d'une petite masse d'eau : la vapeur ainsi produite renvoyée dans un récipient, comprimée toujours à la même température, fournit de la glace. Si celle-ci, mise en contact avec la dissolution, se liquéfie, le cycle est fermé. Pour qu'il soit possible, il faut que le travail dépensé pendant la compression soit supérieur au travail produit pendant la dilatation, ou que la tension p maximum de la vapeur en contact avec la glace soit plus grande que celle de la vapeur p' en contact avec le liquide. Inversement, la séparation à l'état de glace d'une petite quantité d'eau ne pourra avoir lieu que si la tension p' est plus forte que p; et si $p = p'$, on sera au point triple de J. Thomson, auquel toutes les opérations ci-dessus sont réversibles, soit à la température de congélation.

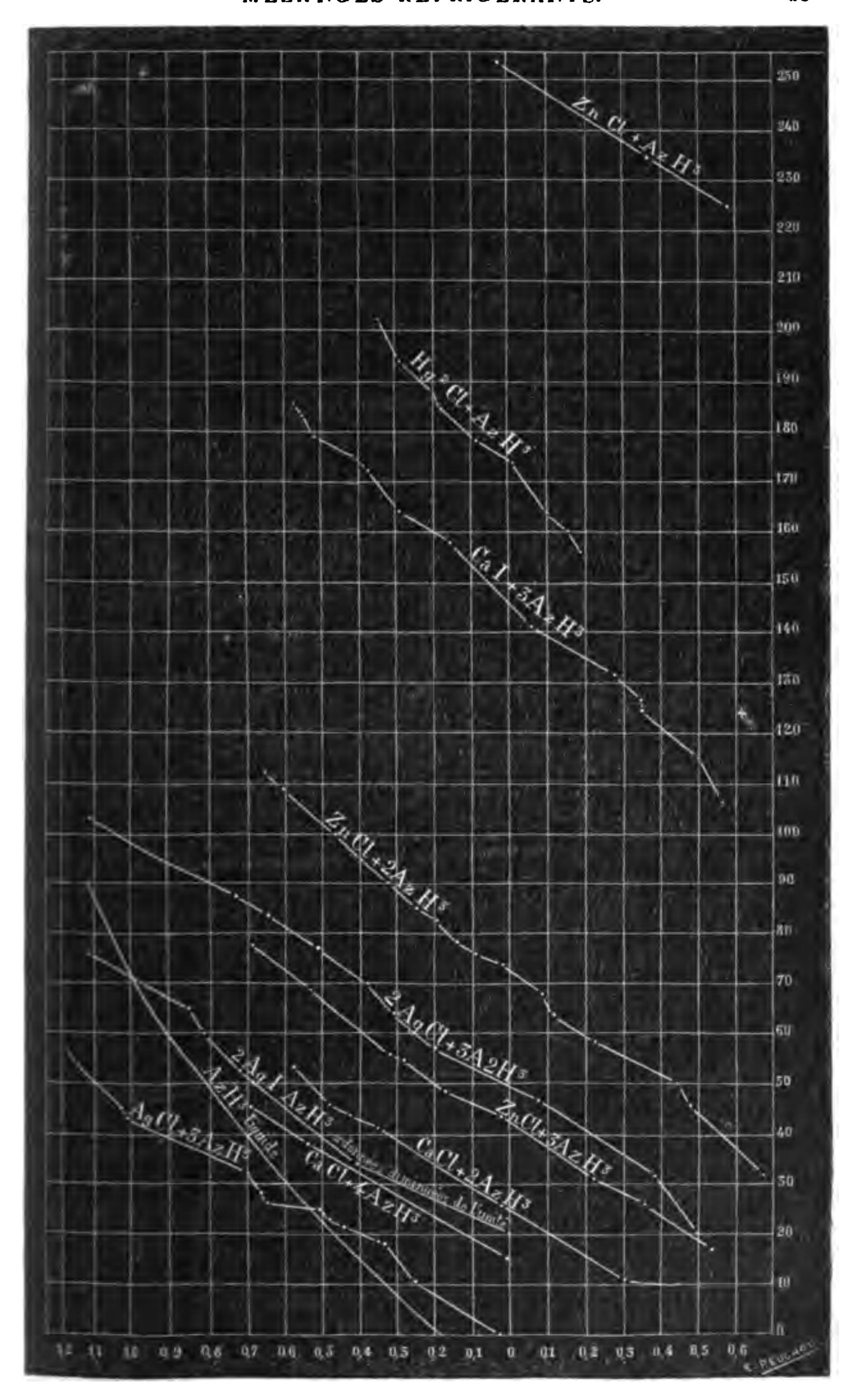
Or, à zéro on a toujours $p' < p$; la tension d'une dissolution est inférieure à celle de l'eau pure, qui est égale à celle de la glace; il en est encore de même aux températures un peu inférieures,

puisque p et p' sont des fonctions continues de la température; la glace fondra donc, même s'il doit en résulter un abaissement de température, c'est-à-dire si la chaleur latente de fusion λ est plus grande que la chaleur q produite par l'addition d'eau au liquide déjà existant. C'est le cas général; le plus souvent q est même négatif; il n'est positif que pour des liquides renfermant en dissolution une base ou un acide énergique; il deviendra toujours plus petit que λ par une dilution suffisante, ce qui est le cas des mélanges réfrigérants auxquels s'applique particulièrement ce qui suit.

Pour ces liquides, le rapport $\frac{p}{p'}$ décroît à mesure que la température s'abaisse. Il résulte, en effet, de la formule donnée par Kirchhoff que $\frac{d}{dt}\,\mathrm{L}\,\frac{p}{p'}$ est du signe de $\lambda - q$; les deux pressions différentes à zéro se rapprochent donc de l'égalité, et il peut exister une température inférieure à zéro pour laquelle ces pressions sont égales. Le système est alors dans une condition d'équilibre complet. A une température inférieure le cycle ci-dessus deviendrait impossible, la glace ne fondrait plus au contact du liquide; au contraire, une nouvelle quantité de glace se formerait, et la seule modificatiou possible dégagerait de la chaleur, tandis que dans le voisinage de zéro la seule modification possible absorbe de la chaleur. La température limite est celle de la congélation.

Au fond le principe mis en jeu est celui de la paroi froide; si, dans un espace imperméable à la chaleur, on a de la glace et du liquide, la glace se vaporisera, puis ira se condenser dans le liquide tant que l'on aura $p > p'$; si, au contraire, $p < p'$, le liquide se concentrera et la glace augmentera de poids; il est presque évident que les changements qui ont lieu doivent rester les mêmes, qu'il y ait ou non contact entre le liquide et la glace. Cette remarque permet d'exposer la théorie ci-dessus d'une manière tout à fait élémentaire et indépendante en apparence de la Thermodynamique.

Cet exemple n'est pas le seul que l'on puisse donner de réactions dont le sens change avec la température de manière à produire tantôt une absorption, tantôt un dégagement de chaleur. Si les composés AB, BC sont dissociables à la température t, si la tension de dissociation de l'élément C est p_1 pour AC, p_2 pour BC, avec $p_1 > p_2$, le composé BC sera à cette température complè-


Zn Cl + Az H³
Hg² Cl + Az H³
Ca I + 3Az H³
Zn Cl + 2Az H³
2 Ag Cl + 3Az H³
Zn Cl + 3Az H³
Ca Cl + 2Az H³
2 Ag I Az H³
Az H³ liquide
Ag Cl + 3 Az H³
Ca Cl + 4 Az H³
250
240
230
220
210
200
190
180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6

tement décomposé par le corps A; la réaction pourra être inverse à une autre température si les courbes de dissociation se coupent. On sait, d'ailleurs, qu'il n'y a pas de relation simple entre la chaleur dégagée et la pression de dissociation, mais seulement entre cette chaleur et les variations de pression. Les expériences de M. Isambert mettent bien en évidence l'indépendance entre la chaleur et la pression.

Soit, en effet, ΔU le changement d'énergie interne rapporté au dégagement de l'unité de poids d'ammoniaque; on doit avoir

$$\Delta U = KT^2 \frac{d}{dt} L \frac{p}{T}.$$

Si donc on construit, pour les chlorures et iodures ammoniacaux, étudiés par M. Isambert, une courbe ayant pour abscisses les températures et pour ordonnées les logarithmes vulgaires de $\frac{p}{T}$, la valeur du coefficient angulaire de la courbe donnera, à un facteur constant près, le rapport $\frac{\Delta U}{T^2}$; ces courbes sont tracées ci-contre, et l'on voit immédiatement qu'à même température les courbes, sensiblement droites du reste, sont parallèles dans les limites des erreurs d'observation; ΔU est le même pour les divers sels; il est plus grand, mais de même ordre que le ΔU correspondant à la vaporisation de l'ammoniaque liquide à la même température ([1]); les choses ne se passeraient pas autrement si l'on n'avait affaire, dans toutes ces dissociations, qu'à un même phénomène : la vaporisation de l'ammoniaque solide. Malgré l'égalité des quantités de chaleur mises en jeu, les pressions de dissociation sont très différentes.

On est donc dans des conditions très différentes de celles où le principe du travail maximum de M. Berthelot peut être appliqué sans restrictions, conditions que M. Berthelot a rappelées et précisées dans un récent Mémoire (*Ann. de Chimie et de Physique;* 1884). Il n'est pourtant pas impossible de trouver un lien entre ce principe et ceux de la Thermodynamique, lorsque l'on considère spécialement les réactions qui, comme on l'a supposé plus haut, sont susceptibles de se renverser par modification de la

---

([1]) Les ordonnées relatives à l'ammoniaque liquide ont été diminuées du logarithme de 760.

température et de la pression. Soient Q_0 la quantité de chaleur absorbée par la réaction à la température T_0 où elle a lieu; Q_1 la quantité absorbée dans les conditions de réversibilité à la température T_1; q la quantité de chaleur absorbée pour porter le composé de T_0 à T_1, et q_1 celle qu'absorberaient les éléments pour passer ainsi de T_0 à T_1; enfin $\mathfrak{G}$ le travail extérieur produit; on doit avoir les deux relations

$$Q_0 + q - Q_1 - q_1 = \mathfrak{G} \quad \text{et} \quad \frac{Q_0}{T_0} - \frac{Q_1}{T_1} - \frac{q - q_1}{T_2} < 0,$$

en désignant par T_2 une température intermédiaire entre T_0 et T_1.

M. Berthelot suppose d'abord que $\mathfrak{G}$ est négligeable vis-à-vis des quantités de chaleur mises en jeu; l'inégalité se réduit alors à

$$Q_1\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right) + (q - q_1)\left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}\right) < 0,$$

et il suppose, de plus, que la différence entre les chaleurs spécifiques des composants et du composé est négligeable; il ne reste plus que

$$Q_0\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right) < 0, \quad \text{ou} \quad Q_0(T_1 - T_0) < 0.$$

Telle est la conséquence nécessaire de l'inégalité de Clausius dans les cas où ces approximations sont permises.

Une combinaison directe avec absorption de chaleur $Q > 0$ n'est donc possible que si $T_1 - T_0$ est négatif ou si la température est supérieure à celle de dissociation; tandis qu'à une température inférieure à celle où la dissociation commence, il ne peut se produire que des combinaisons avec dégagement de chaleur. L'inégalité de Clausius établit donc un lien entre le principe de M. Berthelot et le fait qu'une haute température est le plus souvent nécessaire pour que la dissociation commence, sans donner à elle seule l'explication ou du principe du travail maximum, ou de l'effet d'une haute température ([1]).

([1]) Le lecteur pourra consulter sur ce sujet l'Ouvrage de M. Van t'Hoff intitulé : *Étude de Dynamique chimique*, et une Note de M. Le Châtelier (*Comptes rendus*, 10 novembre 1884).

SUR LES TEMPÉRATURES ET LES PRESSIONS CRITIQUES DE QUELQUES GAZ;

PAR MM. C. VINCENT ET J. CHAPPUIS.

Nous nous sommes proposé de déterminer les températures et les pressions critiques de quelques gaz présentant entre eux certaines relations de composition.

Nous avons choisi deux séries de composés, gazeux à la température ordinaire, différant entre eux par CH^2 : l'une comprenant l'ammoniac et les trois méthylamines, l'autre l'acide chlorhydrique et les chlorures de méthyle et d'éthyle. Nous avons pensé qu'il y aurait quelque intérêt à comparer entre eux les résultats que fourniraient ces deux séries parallèles.

L'appareil de M. Cailletet se prête aisément à la détermination des points critiques: c'est à lui que nous avons eu recours.

Préparation des substances. — L'acide chlorhydrique était chassé de sa dissolution aqueuse par l'acide sulfurique et la chaleur, puis desséché par son passage à travers l'acide sulfurique concentré et sur une longue colonne de chlorure de calcium.

Le gaz ammoniac était de même chassé par la chaleur de sa dissolution aqueuse, additionnée de lessive concentrée de soude caustique, et desséché sur une longue colonne de chaux vive.

La méthode suivie pour le remplissage du tube avec les chlorures et avec les amines exige la préparation préalable de ces corps à l'état liquide.

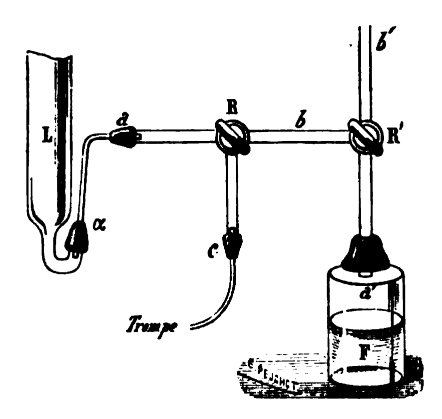
Les méthylamines liquides, parfaitement pures, sur lesquelles nous avons opéré, étaient les mêmes que celles qu'a employées l'un de nous pour la préparation des chlorures doubles que ces amines forment avec l'iridium et le rhodium ([1]). Elles ont été liquéfiées dans un mélange réfrigérant de glace et de sel.

Le chlorure de méthyle et le chlorure d'éthyle, purs, liquides, avaient été préparés en grande quantité et enfermés dans des matras fermés à la lampe.

([1]) *Comptes rendus*, t. C, n° 2, 12 janvier 1885; t. CI, n° 27, juillet 1885.

Remplissage des tubes. — Nous avons employé deux modes différents de remplissage des tubes laboratoires de l'appareil de M. Cailletet.

a. Pour l'acide chlorhydrique et le gaz ammoniac, nous avons eu recours à la méthode par circulation. Le gaz sec traversait lentement l'appareil pendant plusieurs heures; des essais successifs de dissolution dans l'eau permettaient de se rendre compte du plus ou moins grand état de pureté du gaz; la pointe très effilée du tube était fermée à la lampe rapidement lorsque ces analyses donnaient des résultats satisfaisants.



Nous n'avons pas pu conserver cette méthode de remplissage pour les autres gaz, qui sont beaucoup plus facilement décomposés par la chaleur; car alors, quelques précautions que l'on prenne lors de la fermeture, une quantité appréciable de ces gaz est toujours décomposée à la haute température nécessaire pour la fusion du verre; il se produit, en quantité notable, un gaz qui ne se liquéfie pas dans les conditions de l'expérience et dont la présence trouble notablement les résultats.

b. Nous avons alors adopté le dispositif suivant : le tube lavé, séché, et dont la pointe effilée avait été fermée à l'avance, a été mastiqué par le bas à un tube portant deux robinets à trois voies disposés de telle sorte que l'on pouvait, après avoir fait le vide dans l'appareil aussi complètement que possible avec la trompe de Sprengel, y laisser rentrer le gaz pur et sec.

Les deux robinets sont représentés en R et R'; l'extrémité *a* du

premier est reliée par un tube soudé au mastic Golaz à la partie inférieure recourbée du tube laboratoire L; au tube *c* est mastiqué un tube de plomb mettant ce robinet en relation avec la trompe; les extrémités *a'* et *b'* du robinet R' sont ouvertes.

Le robinet R étant ouvert pleinement et le robinet R' fermé sur *b*, on fait le vide dans le tube laboratoire aussi complètement que permet de l'obtenir la trompe; ce résultat une fois obtenu, on mastique sur l'ouverture *a'* un très petit flacon F plein à moitié du liquide dont on veut déterminer la température critique. Suivant la plus ou moins grande volatilité du liquide, le flacon F est maintenu dans un mélange réfrigérant ou dans la glace fondante ou dans l'eau à 10° ou 15°.

La vapeur produite s'échappe par le robinet R' et l'ouverture *b'*, se perd dans l'atmosphère ou est recueillie dans un dissolvant convenable; elle entraîne l'air du flacon et du robinet qui sont bientôt purgés; il suffit alors de tourner de 90° le robinet R' pour remplir le tube L du gaz d'expérience, après avoir fermé le robinet R sur la trompe.

A la fin de chaque expérience, le flacon F est porté et maintenu pendant quelques minutes à une température supérieure de quelques degrés à celle pour laquelle la tension de vapeur du liquide employé est égale à la pression atmosphérique.

On remet alors le robinet R' dans sa position primitive, et, après avoir détaché le tube de plomb *c*, on transporte tout l'appareil sur la cuve à mercure, où le tube à expérience est séparé du tube abducteur par un trait de lime en α.

Le tube L est enfin transporté dans une coupelle pleine de mercure sur le bloc où on le met en expérience.

Chauffage. — La partie capillaire du tube est entourée d'un manchon en verre, ouvert à sa partie supérieure, fermé à sa partie inférieure par un bouchon traversé par un tube d'écoulement muni d'un robinet. Au-dessus du manchon se trouve l'ouverture inférieure de la grande branche d'un siphon, muni d'un robinet dont la petite branche plonge dans un bain d'eau ou de glycérine chauffée. On peut, en réglant convenablement les deux robinets, maintenir constant le niveau du liquide dans le manchon, tout en faisant à volonté varier la vitesse d'écoulement.

Le courant d'eau chaude a permis d'étudier la température critique de l'acide chlorhydrique; pour toutes les autres substances, il a fallu avoir recours à la glycérine, avec laquelle nous avons pu atteindre et maintenir assez aisément constantes des températures comprises entre 80° et 190°.

Expérience. — Le gaz était amené par pression dans la partie supérieure du tube capillaire où il occupait à l'état gazeux ou à l'état liquide une longueur de $0^m,05$ à $0^m,06$. Un excellent thermomètre de Baudin, dont le réservoir avait $0^m,04$ et dont la tige était entièrement plongée, permettait d'estimer les températures; son réservoir était placé en contact de la région du tube capillaire occupée par le gaz.

On élevait le plus rapidement possible la température jusqu'à disparition du ménisque, puis on diminuait la vitesse de circulation, on déterminait la réapparition du liquide ; on arrivait bientôt à produire les phénomènes de disparition et de réapparition pour une variation de température de moins de 1°.

La moyenne de ces températures était prise comme valeur du point critique.

Les pressions correspondantes étaient lues au manomètre métallique de la pompe.

Résultats. — La température critique de l'acide chlorhydrique a été fixée à 51°,5; ce résultat est d'accord avec les expériences de M. Gérard Ansdell (¹), fixant le point critique de l'acide chlorhydrique à 51°,25. M. Dewar admet un nombre un peu plus fort, 52°,3.

La pression correspondante observée était de 96^{atm}.

A la température de 142°, on peut comprimer le chlorure de méthyle jusqu'à 200^{atm} sans apercevoir de ménisque; à 141°, au contraire, le liquide apparaît distinctement; le point critique est donc voisin de 141°,5 et la pression correspondante est de 73^{atm}.

Le point critique a été observé à 182°,5 et sous la pression de 54^{atm} pour le chlorure d'éthyle.

L'ammoniac nous a permis, comme l'acide chlorhydrique, une vérification de notre méthode par la comparaison que nous avons

---

(¹) G. Ansdell, *Proceedings of the Royal Society*, t. XXXIV, p. 113.

pu faire de nos résultats avec ceux obtenus par M. J. Dewar. Nos expériences sur le gaz ammoniac, terminées le 2 juin 1885, nous avaient donné les résultats suivants : température critique, 131°; pression correspondante, 113^{atm}. Le *Journal de Physique* du mois de juillet 1885 porta à notre connaissance les nombres presque identiques obtenus par M. Dewar ([1]) pour l'ammoniac : point critique, 130°; pression critique, 115^{atm}.

Les points critiques ont été observés à 155° pour la monométhylamine, à 163° pour la diméthylamine, à 160°,5 pour la triméthylamine. Les pressions correspondantes étaient 72^{atm}, 56^{atm} et 41^{atm}.

Température critique. — Le Tableau suivant donne les résultats obtenus dans nos expériences :

Substances.	Formules.	Températures critiques I.	Différences.	Températures d'ébull. *t*.	T — *t*.
Acide chlorhydrique....	HCl	51°,5		—35°	86°,5
			90		
Chlorure de méthyle.....	CH^3Cl	141,5		—23,7	165,2
			41		
Chlorure d'éthyle.......	C^2H^5Cl	182,5		—12,5	195,0
Gaz ammoniac.........	AzH^3	131,0		—38,5	169,5
			24		
Monométhylamine......	AzH^2CH^3	155,0		— 2	157,0
			8		
Diméthylamine.........	$AzH(CH^3)^2$	163,0		+ 8	155,0
			— 2,5		
Triméthylamine........	$Az(CH^3)^3$	160,5		+ 9,3	151,2

On peut faire au sujet de ces résultats les remarques suivantes :

Dans les deux séries étudiées, les températures critiques vont en s'élevant progressivement en même temps que devient plus complexe la composition des substances mises en expérience; cependant les différences des températures critiques vont en diminuant rapidement, mais de quantités fort inégales, dans les deux séries étudiées, avec la complexité de la molécule.

La deuxième colonne donne les différences entre les températures critiques et les températures d'ébullition; ces différences, qui vont en augmentant pour la première série de corps, diminuent, au contraire, progressivement dans la deuxième.

([1]) J. Dewar, *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 321, juillet 1885.

M. Nadejdine avait fait la remarque que les températures critiques des corps homologues diffèrent de leurs températures d'ébullition d'une quantité constante. M. Pawlewski ([1]) a érigé cette remarque en loi. Les nombres que nous donnons montrent qu'il y a là, tout au plus, une remarque analogue à celle que l'on présente d'habitude au sujet des températures d'ébullition des homologues et présentant des irrégularités encore plus nombreuses et plus considérables.

Pressions critiques. — Le Tableau suivant donne les pressions observées et qui correspondent aux températures critiques:

Substances.	Pressions critiques P.	Températures critiques T.	$\frac{273+T}{P}$.
	atm	°	
Acide chlorhydrique......	96	51,5	3,4
Chlorure de méthyle.....	73	141,5	5,7
Chlorure d'éthyle........	54	182,5	8,4
Gaz ammoniac...........	113	131,0	3,5
Monométhylamine........	72	155,0	5,9
Diméthylamine..........	56	163,0	7,9
Triméthylamine..........	41	160,5	10,5

Les nombres inscrits dans la dernière colonne montrent que le rapport $\frac{273+T}{P}$ de la température critique absolue à la pression critique va en augmentant progressivement avec la complexité de la composition des corps soumis à l'expérience, tandis que les pressions critiques vont en diminuant; c'est-à-dire que, pour les corps d'une même série qui peuvent être considérés comme dérivés d'un même type, aux températures critiques les plus élevées correspondent les pressions critiques les plus basses.

M. Dewar ([2]) a déjà fait remarquer que c'est précisément le phénomène inverse que l'on constate si l'on étudie, sous le même volume moléculaire, les gaz simples et les gaz types, dont la plupart des autres peuvent se dériver par substitution, c'est-

---

([1]) *Journal de la Société physico-chimique russe;* Section de Physique, t. XV, p. 25.

([2]) *Philosophical Magazine,* 5e série, t. XVIII, p. 210; 1884.

à-dire qu'aux températures critiques élevées correspondent alors les pressions critiques élevées.

Les calculs de M. Dewar montrent même que, dans ce cas, les températures critiques, comptées à partir de 273° au-dessous de zéro, et les pressions correspondantes sont sensiblement proportionnelles, le rapport $\frac{273+T}{P}$, à peu près constant, ayant comme valeur moyenne 3,5. La valeur de ce rapport, inscrite dans la dernière colonne de notre Tableau, va en augmentant avec la complexité des dérivés étudiés; d'après nos recherches, l'acide chlorhydrique et le gaz ammoniac satisfont bien à la remarque de M. Dewar, le rapport calculé étant 3,4 pour l'un et 3,5 pour l'autre; ces nombres coïncident, d'ailleurs, avec d'autres trouvés par M. Sarrau; il résulte en effet des calculs de ce savant que le rapport $\frac{273+T}{P}$ prendrait, pour l'oxygène, la valeur 3,4 et pour l'azote la valeur 3,5.

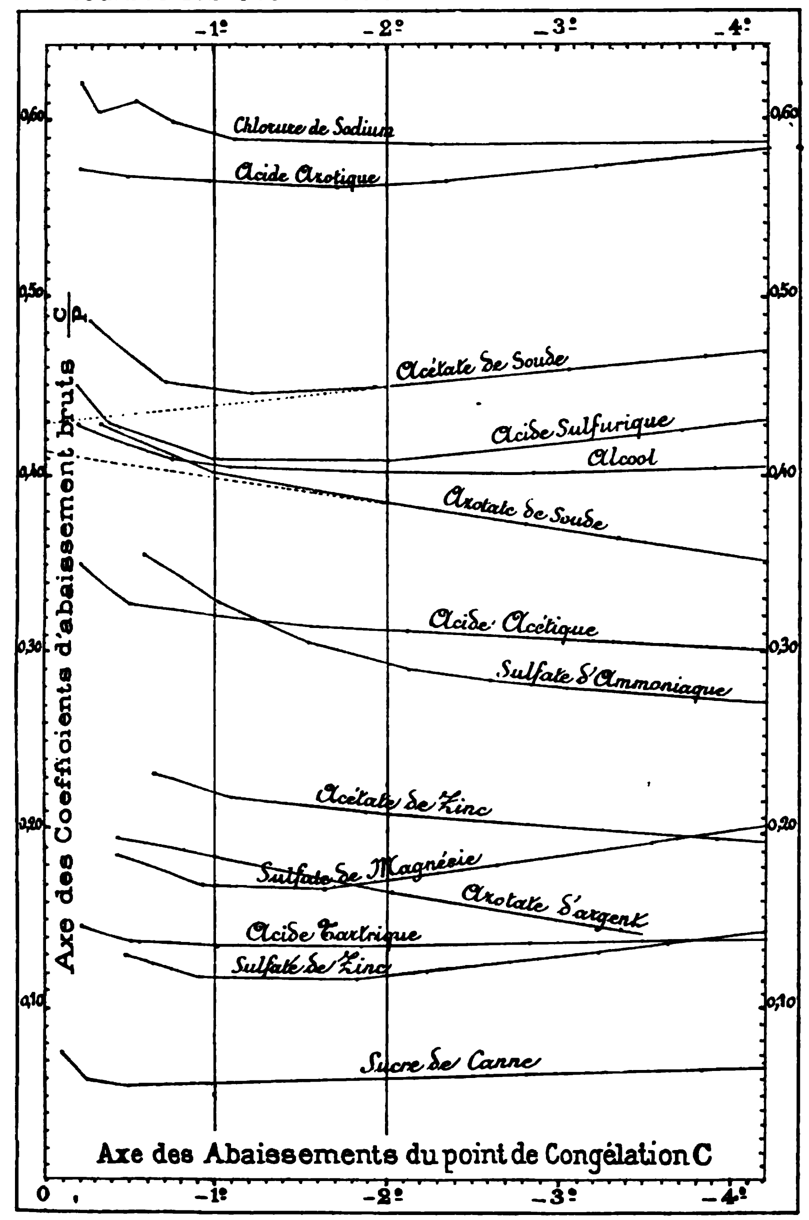
RECHERCHES SUR LA TEMPÉRATURE DE CONGÉLATION DES DISSOLUTIONS [DEUXIÈME PARTIE (1)];

PAR M. F.-M. RAOULT.

Coefficients d'abaissement bruts. — La quantité $\frac{C}{P}$, qu'on obtient en divisant l'abaissement C du point de congélation par le poids P de matière *anhydre* dissoute dans 100gr d'eau, constitue ce que j'ai appelé le *coefficient d'abaissement brut* du corps dissous. Cette quantité qui, d'après la loi primitive de Blagden, devrait rester constante, varie cependant en général avec le degré de concentration des dissolutions. Pour représenter ces variations, dont la connaissance est importante, j'ai pris pour ordonnées les coefficients d'abaissement bruts $\frac{C}{P}$, et pour abscisses les abaissements C du point de congélation. La figure ci-contre représente quelques fragments des courbes ainsi obtenues,

(1) *Voir*, pour la Ire Partie, *Journal de Physique*, 2e série, t. III, janvier 1884.

Courbes des Coefficients d'abaissement bruts.



dans les dissolutions aqueuses, pour les valeurs de C comprises entre $C = 0°,2$ et $C = 4°$. On distingue, dans chacune de ces lignes, une partie courbe et une partie sensiblement droite. Je vais d'abord m'occuper de cette dernière; après cela, j'examinerai l'autre partie.

Supposons qu'un poids P d'un corps anhydre, introduit dans 100^{gr} d'eau, se combine d'abord avec un poids p d'eau, pour former un hydrate défini, et que cet hydrate se dissolve ensuite. Le poids de l'hydrate dissous devient $P+p$ et celui de l'eau dissolvante $100-p$. Le poids de l'hydrate dissous dans 100^{gr} d'eau est donc $\frac{(P+p)100}{100-p}$; par conséquent, le coefficient d'abaissement véritable K du corps, c'est-à-dire l'abaissement qui serait produit par 1^{gr} de son hydrate dissous dans 100^{gr} d'eau, est

$$(1)\qquad \frac{C\left(100-\frac{p}{P}P\right)}{P\left(\frac{p}{P}+1\right)100} = K,$$

expression dans laquelle K est une quantité constante, d'après la loi de Blagden convenablement interprétée. On tire de là

$$(2)\qquad \frac{C}{P} = \frac{p}{P}\times\frac{1}{100}\times C + K\left(\frac{p}{P}+1\right).$$

C'est l'équation d'une droite qui s'écarte de l'axe des abscisses. Ce cas se présente, par exemple, pour l'acétate de soude entre $C = 2°$ et $C = 4°$.

On peut remarquer que la tangente de l'angle que fait cette droite avec l'axe des abscisses est égale à $\frac{p}{P\times 100}$, c'est-à-dire qu'elle est proportionnelle au poids de l'eau combinée avec 1^{gr} de substance anhydre, dans l'hydrate dissous.

Quand, dans les mêmes conditions, le corps existe en dissolution à l'état anhydre, le rapport $\frac{p}{P}$ devient égal à zéro et la formule (2) se réduit à

$$(3)\qquad \frac{C}{P} = K,$$

ce qui représente une droite parallèle à l'axe des abscisses. C'est

ce qui arrive, par exemple, pour le chlorure de sodium entre $C = 2^\circ$ et $C = 4^\circ$.

Supposons, enfin, que les molécules physiques dissoutes, au lieu d'être complètement désagrégées, se soudent deux à deux en nombre proportionnel à l'abaissement C du point de congélation, et soient

q le poids de la matière non condensée,
r son coefficient d'abaissement,
q' le poids de la matière condensée,
r' son coefficient d'abaissement;

on a nécessairement

$$P = q + q'. \tag{4}$$

D'autre part, les abaissements partiels, produits isolément par q et q', sont, en vertu de la loi de Blagden, qr et $q'r'$; on a donc, puisque l'abaissement total C est égal à la somme des abaissements partiels,

$$C = qr + q'r'. \tag{5}$$

Puisque, par hypothèse, la fraction $\frac{q'}{P}$ de la matière dissoute qui se condense est proportionnelle à l'abaissement C, on a

$$\frac{q'}{P} = QC, \tag{6}$$

Q étant un nombre constant.

Éliminant q et q' entre ces trois équations, il vient

$$\frac{C}{P} = -Q(r - r')C + r, \tag{7}$$

ce qui est l'équation d'une droite dont l'ordonnée à l'origine est positive et qui se dirige vers l'axe des abscisses. Telle est la partie rectiligne de la courbe de l'azotate de soude entre $C = 2^\circ$ et $C = 4^\circ$.

Si, dans la formule (7), on fait $C = 0$, il vient

$$\frac{C}{P} = r, \tag{8}$$

c'est-à-dire que l'ordonnée à l'origine de la partie rectiligne représente le coefficient d'abaissement que possède la matière dissoute, quand elle n'a encore subi aucun commencement de condensation.

L'existence d'une partie rectiligne, dans chacune des courbes des coefficients d'abaissement bruts $\frac{C}{P}$, se trouve donc expliquée, ainsi que les diverses inclinaisons qu'elle peut présenter par rapport à l'axe des abscisses.

Occupons-nous maintenant de la partie non rectiligne de la courbe des $\frac{C}{P}$, c'est-à-dire de la partie qui se relève rapidement à l'approche de l'axe des ordonnées. Elle indique un accroissement rapide des coefficients d'abaissement bruts, quand la dilution devient très grande. Or, comme je l'ai démontré ailleurs, un tel accroissement révèle toujours une augmentation dans le nombre des molécules, et, par conséquent, une décomposition partielle, physique ou chimique, de la matière dissoute. On est donc obligé de conclure de là que tous les corps se décomposent plus ou moins dans les dissolutions extrêmement étendues.

Je me suis assuré que, dans les dissolvants autres que l'*eau*, et, en particulier, dans la *benzine* et dans l'acide *acétique*, les variations des coefficients d'abaissement bruts sont représentées par des courbes semblables à celles dont nous venons de nous occuper.

Usage de ces courbes. — La courbe des coefficients d'abaissement bruts d'une substance déterminée étant connue, il est toujours facile de trouver la valeur de $\frac{C}{P}$ pour une dissolution de cette substance, lorsque l'on connaît l'abaissement C de son point de congélation, et, par conséquent, de trouver son degré de concentration P. Il est tout aussi facile de calculer C quand P est connu. Les résultats ainsi trouvés sont généralement exacts à $\frac{1}{100}$ près, pourvu que l'abaissement C soit supérieur à un degré.

L'abaissement du point de congélation des dissolutions qui renferment plusieurs corps, sans action chimique l'un sur l'autre, peut lui-même se trouver presque rigoureusement par un moyen pareil. Il suffit, pour cela, de mettre à profit la loi suivante, dont

j'ai établi l'exactitude par des expériences variées : *Si plusieurs corps, sans action chimique l'un sur l'autre, sont simultanément dissous dans* 100^{gr} *d'eau, chaque corps abaisse la température de congélation en raison de son poids et du coefficient d'abaissement brut qu'il possède à la température de congélation du mélange*. J'ai tiré récemment parti de ces observations pour étudier l'état des sels doubles dans les dissolutions aqueuses ([1]).

Les courbes en question peuvent encore, comme on va le voir, servir à déterminer l'abaissement moléculaire véritable des corps.

Calcul des abaissements moléculaires. — *L'abaissement moléculaire* de congélation d'un corps est, comme on sait, l'abaissement que produirait une molécule de ce corps, si cette molécule existait seule en dissolution dans 100^{gr} d'eau. On peut l'obtenir exactement, toutes les fois que la solubilité est suffisante, par un procédé que je vais indiquer.

Si le corps considéré est dissous à l'état anhydre et sans condensation, il suit nécessairement la loi de Blagden, et son abaissement moléculaire T est donné par la formule

$$T = KM, \tag{9}$$

M étant le poids moléculaire du corps anhydre et K une quantité constante égale à son coefficient d'abaissement normal.

Si le corps est dissous à l'état d'hydrate, son poids moléculaire devient $M\left(\frac{p}{P}+1\right)$ et, par suite, son abaissement moléculaire vrai T est

$$T = KM\left(\frac{p}{P}+1\right). \tag{10}$$

Mais il est à remarquer que la quantité $K\left(\frac{p}{P}+1\right)$ n'est autre chose, d'après la formule (3), que l'ordonnée à l'origine de la partie rectiligne de la courbe des $\frac{C}{P}$; donc, dans ce cas, comme dans le cas précédent, l'abaissement moléculaire T du corps dissous s'obtient en multipliant l'ordonnée à l'origine de cette

([1]) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 24 novembre 1884.

partie rectiligne par le poids moléculaire M de la substance dissoute *supposée anhydre*.

La même règle s'applique encore lorsque $\frac{C}{P}$ est décroissant dans la partie rectiligne de la courbe. Alors, en effet, l'ordonnée à l'origine de cette partie rectiligne est, comme on l'a vu [p. 3, formule (8)], égale au coefficient d'abaissement que possède le corps dissous, alors qu'il n'a encore subi aucun commencement de condensation.

Donc, dans tous les cas et quel que soit l'état sous lequel un corps existe en dissolution dans l'eau, pourvu que cet état soit indépendant de C ou qu'il se modifie proportionnellement à C, on trouve toujours son abaissement moléculaire véritable au moyen d'une seule et même règle qui est la suivante : *Tracez la courbe des coefficients d'abaissement bruts* $\frac{C}{P}$ *du corps supposé anhydre de* $C = 1°$ *à* $C = 4°$; *prolongez la partie sensiblement rectiligne de cette courbe jusqu'à sa rencontre avec l'axe des ordonnées; multipliez l'ordonnée du point d'intersection par le poids moléculaire du corps dissous, supposé anhydre; le produit obtenu représentera exactement l'abaissement moléculaire cherché.*

Cela revient à dire que la vraie valeur de l'abaissement moléculaire T de la substance dissoute peut se calculer au moyen de la formule suivante

$$T = \frac{C''\frac{C'}{P'} - C'\frac{C''}{P''}}{C'' - C'} M, \tag{11}$$

dans laquelle $\frac{C'}{P'}$ et $\frac{C''}{P''}$ sont les ordonnées et C' et C'' les abscisses de deux points, pris sur la partie rectiligne de la courbe des $\frac{C}{P}$.

Je me suis assuré que cette règle est également applicable quand on emploie la *benzine* ou l'acide *acétique* comme dissolvants.

La méthode correcte que je viens d'indiquer ne peut malheureusement s'appliquer que pour les corps très solubles dans les dissolvants employés. Lorsque la solubilité ne permet pas d'obtenir des abaissements de plus de 2°, la direction de la partie rectiligne de la courbe reste inconnue et l'on est obligé de calculer l'abaissement moléculaire au moyen d'une valeur de $\frac{C}{P}$ simplement ap-

prochée. L'inspection des courbes des $\frac{C}{P}$ montre que, dans chacune d'elles, les valeurs de $\frac{C}{P}$, qui se rapprochent le plus de l'ordonnée à l'origine de la partie rectiligne, sont celles qui correspondent à des valeurs de C comprises entre $0^o,5$ et 1°; elles ne diffèrent généralement pas de plus de $\frac{1}{15}$. En multipliant par M le coefficient d'abaissement brut $\frac{C}{P}$, obtenu dans une expérience où l'abaissement du point de congélation est compris entre $0^o,5$ et 1°, on obtient donc l'abaissement moléculaire du corps dissous à $\frac{1}{15}$ près environ. Ce degré d'approximation est suffisant dans beaucoup de cas.

Résultats généraux. — J'ai déjà dit, dans la première Partie de cet exposé, que, quel que soit le dissolvant employé, les abaissements moléculaires des différents corps se groupent autour d'un nombre très limité de valeurs. Dans l'*eau*, les abaissements moléculaires de toutes les matières organiques sont toujours peu éloignés de 19. Dans l'acide *acétique* employé comme dissolvant, tous les composés organiques produisent des abaissements moléculaires à peu près égaux et voisins de 39. Dans la *benzine*, toutes les matières organiques (à l'exception des alcools et des acides) produisent aussi des abaissements moléculaires égaux et voisins de 49. Et il en est ainsi, même pour les matières organiques qui appartiennent aux types les plus différents. Dans la benzine, par exemple, l'abaissement moléculaire des hydrocarbures reste le même, malgré toutes les substitutions qui portent sur l'hydrogène; celui des éthers reste le même, quels que soient le nombre et l'atomicité des radicaux acides ou alcooliques qu'ils renferment, de sorte que l'azotate de méthyle, l'oxalate de méthyle, le phosphate d'éthyle, le silicate d'éthyle, la nitroglycérine, y produisent à peu près le même abaissement moléculaire 49. Les chlorures métalloïdiques eux-mêmes, dissous dans la benzine, y produisent également cet abaissement moléculaire 49, lors même qu'ils renferment des nombres très différents d'atomes de chlore, par exemple le protochlorure de soufre, le trichlorure d'arsenic, le tétrachlorure d'étain, le pentachlorure de phosphore (¹).

(¹) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6ᵉ série, t. IV, 1885.

Par contre, les sels métalliques en dissolution dans l'eau y déterminent des abaissements moléculaires de congélation qui peuvent être très différents les uns des autres et qui, dans tous les cas, sont la somme des abaissements partiels produits par leurs radicaux électropositifs et électronégatifs. Ce mode d'action est, comme on voit, tout à fait différent de celui des composés non salins. Les corps exercent donc sur le point de congélation des dissolvants une action profondément différente suivant qu'ils sont capables ou non de faire instantanément la double décomposition, suivant qu'ils sont ou non électrolysables directement, en un mot, suivant qu'ils ont ou non la constitution saline. A ce point de vue les sels se montrent comme des composés d'une nature tout à fait spéciale.

Le calcul, appliqué aux nombreuses données expérimentales que j'ai recueillies relativement aux sels dissous dans l'eau, donne, pour *les abaissements moléculaires partiels des radicaux salins,* les valeurs suivantes (*ibid.*) :

Radicaux *électronégatifs* monoatomiques (Cl, Br, ... OH, AzO^3)..	19
Radicaux *électronégatifs* biatomiques (CrO^4, SO^4, CO^3, ...).......	9
Radicaux *électropositifs* monoatomiques (H, K, ..., Am, Ag, ...)..	16
Radicaux *électropositifs* polyatomiques (Ba, St, ..., Mg, ..., Al)...	8

On voit par là que les métaux ou radicaux *électropositifs,* de même que les radicaux *électronégatifs,* se partagent en deux groupes parfaitement distincts, d'après la valeur de leurs abaissements moléculaires partiels, et que ces abaissements sont entre eux dans le rapport de 2 à 1. Si, au lieu de prendre, comme je l'ai fait, pour les poids moléculaires des métaux dits biatomiques, des nombres doubles de leurs équivalents, on les prenait égaux à leurs équivalents, le rapport des abaissements moléculaires des métaux monoatomiques et biatomiques deviendrait égal à 4; et l'on n'arriverait ainsi qu'à effacer une analogie toute naturelle, sans rien simplifier. Dans les deux cas, ce rapport est très éloigné de l'unité, et cette circonstance donne à la division, encore controversée, des métaux en monoatomiques et biatomiques, une base nouvelle et tout à fait indépendante.

Au moyen des quatre données qui précèdent, on peut calculer l'abaissement moléculaire de congélation de la plupart des sels

engendrés par un acide fort ou une base forte. On trouve ainsi, par exemple :

	Abaissements moléculaires.
KHO, HCl, KCl, NaCl, $NaAzO^3$, etc	$16 + 19 = 35$
BaH^2O^2, $BaCl^2$, $BaAz^2O^6$, $CuAz^2O^6$, etc	$8 + 19 \times 2 = 46$
K^2CO^3, K^2CrO^4, Am^2SO^4, etc	$16 \times 2 + 9 = 41$
$MgCrO^4$, $MgSO^4$, $ZnSO^4$, etc...............	$8 + 9 = 17$
$Al^2 3SO^4$, $Fe^2 3SO^4$, etc......................	$8 \times 2 + 9 \times 3 = 43$

Tous ces nombres se confondent, à $\frac{1}{40}$ près, avec ceux que donne l'expérience. Leur comparaison conduit à des lois de détail qui permettent de reconnaître l'atomicité des radicaux constitutifs d'un sel donné, et, par suite, d'établir sa formule atomique et son poids moléculaire. Les résultats auxquels je suis parvenu dans cette voie, quoique déjà nombreux, sont presque tous conformes aux indications des théories chimiques nouvelles, et, jusqu'à présent, ils n'ont présenté de divergence que relativement aux formules des acides métaphosphorique, ferricyanhydrique et nitroprussique. L'uranyle, dont l'atomicité a été jusqu'ici fort incertaine, s'est montré, dans mes expériences, franchement biatomique; il en résulte que le poids moléculaire de l'uranium est quadruple de son équivalent, conformément aux prévisions de la loi périodique de M. Mendeleeff.

SUR LA FORMULE DES RÉSEAUX PLANS;

Par M. E. BRANLY.

Les calculs qui conduisent à l'établissement direct de la formule des réseaux plans sont extrêmement longs. En groupant convenablement les intégrales dont il faut faire la somme, on obtient une notable simplification.

Lumière incidente normale.

1° *Une seule fente : rectangle allongé.* — a et H, côtés du rectangle. AA′, parallèle au petit côté a menée par le centre du rectangle.

Cherchons la somme des vitesses qui donne la vitesse résultante dans la direction φ en un point P éloigné.

Soit $\sin 2\pi \frac{t}{T}$ la vitesse en P du mouvement qui vient de O seul.

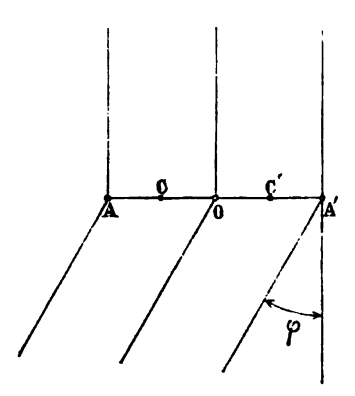
Associons deux éléments de longueur dx, situés en C et C′ à la même distance x du centre O de part et d'autre de ce point.

La vitesse en P relative à l'ensemble de ces deux éléments sera

$$dx\left[\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x\sin\varphi}{\lambda}\right)+\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x\sin\varphi}{\lambda}\right)\right]$$

ou

$$2\sin 2\pi\frac{t}{T}\cos 2\pi\frac{x\sin\varphi}{\lambda}\,dx.$$



La vitesse totale pour la ligne AA′ sera

$$\begin{aligned}U &= 2\sin 2\pi\frac{t}{T}\int_0^{\frac{a}{2}}\cos 2\pi\frac{x\sin\varphi}{\lambda}\,dx\\ &= \sin 2\pi\frac{t}{T}\,\frac{\lambda}{\pi\sin\varphi}\sin\frac{\pi a\sin\varphi}{\lambda} = m\sin 2\pi\frac{t}{T};\end{aligned}$$

pour le rectangle de hauteur H, elle sera UH.

On voit que la phase est la même que si le mouvement venait du point O seul.

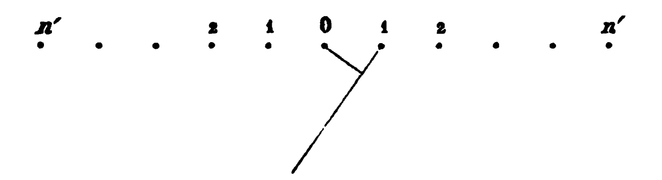
L'intensité est proportionnelle à

$$m^2 = a^2\,\frac{\sin^2\pi\dfrac{a\sin\varphi}{\lambda}}{\dfrac{\pi^2a^2\sin^2\varphi}{\lambda^2}}.$$

2° *Réseau : n fentes équidistantes et égales.* — Dans la direction φ, chacune des fentes envoie une vitesse résultante qui est en P

$$m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{\lambda}\right).$$

Supposons $2n'+1$ fentes (ce qui n'enlève aucune généralité à la démonstration), les vitesses proviendront de leurs centres qui forment $2n'+1$ points équidistants.



Soit $m \sin 2\pi \frac{t}{T}$ la vitesse qui vient de la fente du milieu O. Associons deux à deux les centres symétriquement placés par rapport au centre général O, la somme des vitesses pour deux centres de même rang sera

$$m\left[\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{\delta}{\lambda}\right) + \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{\lambda}\right)\right] = m \sin 2\pi \frac{t}{T} 2 \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda};$$

$$\delta = (a+b)\sin\varphi = S \sin\varphi;$$

on aura, pour vitesse résultante en P,

$$m \sin 2\pi \frac{t}{T}\left(1 + 2\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda} + 2\cos 4\pi\frac{\delta}{\lambda} + \ldots + 2\cos 2n'\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)^{(1)}$$

$$= m \sin 2\pi \frac{t}{T} \frac{\sin(2n'+1)\pi\frac{\delta}{\lambda}}{\sin \pi \frac{\delta}{\lambda}}.$$

---

(1)

$$\sin u = \sin u,$$
$$\sin 3u - \sin u = 2 \sin u \cos 2u,$$
$$\sin 5u - \sin 3u = 2 \sin u \cos 4u,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$
$$\sin(2n'+1)u - \sin(2n'-1)u = 2 \sin u \cos 2n'u,$$

$$\sin(2n'+1)u = \sin u(1 + 2\cos u + 2\cos 4u + \ldots + 2\cos 2n'u).$$

Posons

$$2n' + 1 = n.$$

Nous aurons, pour la vitesse résultante,

$$m \sin 2\pi \frac{t}{T} \frac{\sin \frac{n\pi S \sin \varphi}{\lambda}}{\sin \frac{\pi S \sin \varphi}{\lambda}}.$$

La phase est celle du point O milieu du réseau. L'intensité est

$$a^2 \frac{\sin^2 \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}}{\frac{\pi^2 a^2 \sin^2 \varphi}{\lambda^2}} \frac{\sin^2 \frac{n\pi S \sin \varphi}{\lambda}}{\sin^2 \frac{\pi S \sin \varphi}{\lambda}}.$$

Lumière incidente oblique.

Il suffit de remplacer dans la formule

$$a \sin \varphi \quad \text{et} \quad S \sin \varphi$$

par

$$a(\sin \omega + \sin \varphi) \quad \text{et} \quad S(\sin \omega + \sin \varphi).$$

A. KUNDT. — Ueber Doppelbrechung des Lichtes in Metallschichten, welche durch Zerstauben einer Kathode hergestellt sind (Sur la double réfraction de la lumière dans des couches métalliques obtenues par pulvérisation d'une cathode); *Wied. Ann.*, 2ᵉ série, t. XXVII, p. 59.

Si l'on fait passer de fortes décharges dans un tube de Geissler, le métal qui constitue l'électrode négative se pulvérise et se dépose sur les parois du tube de manière à former un miroir. M. Wright (¹) est parvenu à obtenir par ce procédé des couches minces de différents métaux sur des lames de verre.

M. Kundt a eu l'idée d'employer cette méthode pour se procurer les lames transparentes qui lui étaient nécessaires pour ses études sur la polarisation rotatoire magnétique des métaux (²). En

(¹) WRIGHT, *Sill. Journ.*, janv. et sept. 1877.

(²) Voir *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. III, p. 496.

disposant de pareilles lames entre deux nicols croisés, on s'aperçut avec surprise qu'elles étaient biréfringentes. On observa ce phénomène avec le platine, le palladium, l'or, l'argent, le fer et le cuivre.

Si l'on produit le dépôt métallique en employant une cathode disposée perpendiculairement à la lame de verre sur laquelle on veut l'obtenir, ce dépôt affecte la forme d'un cône dont le sommet est situé juste sur le prolongement du fil. Si l'on observe cette couche conique entre deux nicols croisés, dans la lumière parallèle, on aperçoit, dans un champ brillant, une croix noire dont les bras coïncident avec les plans de polarisation du polariseur et de l'analyseur, et le centre avec le sommet du cône.

M. Kundt montre que l'apparence que l'on observe ne peut tenir à la forme conique qu'affecte le dépôt; il fait voir aussi que l'on ne peut l'attribuer à un état de tension de la lame métallique, état de tension qui produit un effet analogue dans les lames d'albumine ou de gélatine (¹). Il montre enfin que le phénomène observé ne peut être causé par une trempe de la lame de verre.

Parmi les métaux étudiés, l'or, l'argent et le cuivre sont habituellement regardés comme appartenant au système cubique; les expériences précédentes de M. Kundt conduiraient à faire penser que ces métaux sont dimorphes.

On peut attribuer la structure cristalline que l'on observe à une cause spéciale : M. Kundt présume que les particules vaporisées de la cathode sont dirigées par l'électricité, et que la couche cristalline est le résultat de cette orientation d'origine électrique.

Si le dépôt est formé d'un métal facilement oxydable et si l'on vient à oxyder ce métal en le chauffant au contact de l'air, toute trace de double réfraction disparaît.

Les mêmes métaux déposés par voie électrolytique ne sont pas biréfringents.

En terminant son Mémoire, M. Kundt signale un autre fait intéressant. La couleur, par transparence, d'une couche mince d'argent obtenue par pulvérisation d'une cathode est variable avec la température de cette électrode et la nature du gaz que contient le

(¹) V. Bertin, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 5ᵉ série, t. XV, p. 129.

tube. Si l'on observe, avec une loupe dichroscopique, une de ces lames qui, par transparence, a une couleur bleue, on reconnaît qu'elle est fortement dichroïque. On n'observe rien d'analogue avec les lames de platine, de palladium ou de fer.

E. Bichat.

A. KUNDT. — Ueber die electromagnetische Drehung der Polarisationsebene de Lichtes im Eisen (Sur la rotation électromagnétique du plan de polarisation de la lumière dans le fer); *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin,* t. XLVIII; 1885.

M. Kundt, continuant ses recherches (1) sur la rotation électromagnétique du plan de polarisation de la lumière qui a traversé une lame de fer suffisamment mince pour être transparente, a étudié, en particulier, la loi de variation de cette rotation avec l'intensité du champ. Il a reconnu que, dans le cas du fer, la loi de Verdet est complètement en défaut. La rotation, qui croît d'abord à peu près proportionnellement à l'intensité du champ, atteint bientôt un maximum. Ce résultat est analogue à celui que l'on obtient en mesurant le moment magnétique d'un morceau de fer placé dans un champ d'intensité variable.

Le maximum de rotation du plan de polarisation est atteint dans un champ dont l'intensité est environ 2000 $C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}$. Pour une épaisseur de fer égale à $0^m,01$, cette rotation maxima a une valeur d'environ 200 000°.

L'intensité du champ était obtenue en mesurant la rotation produite dans un morceau de verre d'épaisseur connue, en comparant, une fois pour toutes, cette rotation à celle que l'on obtiendrait dans les mêmes circonstances avec l'eau, et enfin en transformant les résultats en unités absolues en se basant sur les expériences de M. Arons (2).

D'une manière générale, le nickel et le cobalt donnent des résultats analogues à ceux que fournit le fer.

---

(1) Voir *Journal de Physique,* t. III, p. 496.
(2) *Wied. Ann.,* Bd. XXIV, 1885.

M. Kundt étudie ensuite la rotation du plan de polarisation que l'on observe lorsqu'un rayon de lumière polarisée se réfléchit normalement sur un miroir en fer placé dans un champ magnétique, et il montre que cette rotation atteint aussi un maximum quand l'intensité du champ atteint la valeur $2000\, C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}$, comme dans les expériences précédentes. Les phénomènes que l'on observe dans ce cas dépendent essentiellement de l'état de la surface. Lorsque cette surface est recouverte d'une mince couche d'oxyde, la lumière polarisée rectilignement est, après réflexion, polarisée elliptiquement. Ce résultat est dû à l'interférence des rayons qui se réfléchissent sur la couche d'oxyde avec ceux qui se réfléchissent à la surface de séparation de la couche d'oxyde et de la lame de fer métallique située au-dessous.

M. Kundt termine son Mémoire par quelques considérations relatives à la rotation négative que l'on observe dans certaines dissolutions salines. Il fait remarquer tout d'abord qu'il n'y a aucune relation entre le sens de la rotation et les propriétés magnétiques ou diamagnétiques de la substance étudiée. On ne peut attribuer non plus la rotation négative à ce fait que le métal qui entre dans la constitution du sel donne lui-même une rotation négative : les expériences de M. Kundt montrent en effet que la rotation due au fer est positive. D'ailleurs tous les corps simples étudiés jusqu'à présent, qu'ils soient fortement magnétiques comme le fer ou fortement diamagnétiques comme le soufre, donnent une rotation positive : certains corps composés fournissent seuls une rotation négative.

Enfin M. Kundt annonce que des expériences faites à son laboratoire par M. Stscheglajeff montrent que la rotation observée dans une dissolution de chlorure de fer n'est pas proportionnelle à l'intensité du champ, et qu'il semble en être de même pour d'autres dissolutions de sels magnétiques.

E. Bichat.

J.-A. FLEMING. — On the characteristic curves and surfaces of incandescence lamps (Courbes caractéristiques des lampes à incandescence); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XIX, p. 368; 1885.

L'auteur étudie les relations qui existent entre la différence de potentiel à laquelle fonctionne une lampe, son rendement, c'est-à-dire le nombre de bougies qu'elle fournit par cheval-vapeur, son pouvoir lumineux, sa résistance et sa durée moyenne. Celle-ci peut varier beaucoup d'une lampe à une autre du même modèle; car les filaments de charbon s'usent fréquemment d'une façon irrégulière, même dans le vide. L'érosion se produit le plus souvent vers le pôle négatif; en tous cas, on doit l'attribuer vraisemblablement à une surélévation de la température causée elle-même par un excès de résistance aux points endommagés.

Les relations qui lient la force électromotrice v au rendement K et à la durée l des lampes sont les plus importantes; elles paraissent être de la forme exponentielle.

L'auteur appelle l'attention sur le produit des valeurs de K et de l correspondant à une même valeur de v. Ce produit présente pour une certaine valeur de v un maximum qu'il appelle le *principal module* de la lampe; c'est le nombre maximum d'heures-bougies que peut fournir l'appareil, et sa valeur commerciale s'obtiendra en divisant son principal module par son prix de vente. Il importe donc de déterminer cette valeur de v pour laquelle K l est maximum.

1° *Relation entre la force électromotrice et la durée.* — On peut admettre comme première approximation la formule

$$l = A v^{-\alpha},$$

dans laquelle A et α sont des constantes. Ainsi, pour une lampe d'Edison, de 16 candles et 105 volts, $\alpha = 25$ environ. Mais, si l'on s'écarte un peu des limites entre lesquelles la lampe fonctionne normalement, il faut employer une fonction plus compliquée. Les résultats obtenus par M. Foussat (*Electrician,* p. 246; 1885) entre 95 et 105 volts sont bien représentés par la formule

$$\log l = 13,5 - 0,1\, v - 0,00005\, v^2.$$

2° *Rendement.* — Les nombres de M. Jamieson (avril 1882) concernant une lampe d'Edison de 8 candles, ainsi que ceux de la Commission de l'Exposition française d'Électricité relatifs aux lampes d'Edison et aussi de Lane-Fox et de Maxim, s'accordent assez bien avec la formule

$$K = cv^{4,5},$$

dans laquelle c est une constante. La durée de la lampe serait, d'après cela, proportionnelle à $\frac{1}{K^{5,7}}$. D'autres observations recueillies par l'auteur en Amérique conduisent à l'expression $\frac{1}{K^{5,25}}$. Il est d'ailleurs bien probable que la formule ci-dessus doit être remplacée par

$$\log K = \alpha + \beta v + \gamma v^2.$$

D'après MM. Ayrton et Perry, le rendement d'une lampe est proportionnel au cube de la force électromotrice diminuée d'une constante. Cette constante est d'ailleurs voisine de la force électromotrice v_0 pour laquelle la lampe devient incandescente. On pourrait donc écrire

$$K = a(v - v_0)^3.$$

Si l'on prend les logarithmes, après avoir posé $v_0 = b - 1$, et en observant que

$$\log(x + 1) = x - \tfrac{1}{2}x^2 + \tfrac{1}{3}x^3, \quad \ldots,$$

on a

$$\log K = \log a + 3[(v - b) - \tfrac{1}{2}(v - b)^2 + \tfrac{1}{3}(v - b)^3]$$

ou enfin

$$\log K = \alpha + \beta v + \gamma v^2.$$

3° *Résistance.* — La résistance d'une lampe diminue à mesure que la différence de potentiel augmente; mais elle ne diminue pas indéfiniment, elle tend vers une valeur minima. La formule donnée par M. Jamieson, que l'on peut écrire

$$R = m \log \frac{p}{v},$$

où m et p sont des constantes, ne rend pas compte de ce dernier fait.

Soient R_0 la résistance correspondant à la force électromotrice v_0 à laquelle l'incandescence commence à se produire, et r la résistance minima de la lampe. La formule

$$\log \frac{R_0 - r}{R - r} = A(v - v_0),$$

s'accorde très bien avec les expériences de M. Jamieson, en faisant $A = \frac{1}{50}$. Ce dernier avait trouvé d'ailleurs que $v_0 = 28,7$, $R_0 = 73,4$ et $r = 53,5$.

Cette formule peut se mettre encore sous la forme

$$\log(R - r) = A + B(v - v_0) + C(v - v_0)^2, \quad \ldots.$$

Remarques. — Si l'on s'en tient aux formules approchées qui sont applicables dans les limites où fonctionnent généralement les lampes, on peut admettre que :

1° La durée moyenne d'une lampe est en raison inverse de la vingt-cinquième puissance de la force électromotrice;

2° Le rendement ou nombre de bougies par cheval-vapeur est proportionnel à la puissance 4,5 de la force électromotrice;

3° Le pouvoir éclairant est proportionnel à la sixième puissance de l'intensité du courant et, par conséquent, de la force électromotrice, puisque la résistance varie très peu lorsque la lampe est bien incandescente.

Par suite, la durée est en raison inverse de la puissance $6\frac{1}{4}$ du rendement et aussi de la puissance $4\frac{1}{4}$ du pouvoir éclairant.

Soient p le prix d'une lampe, c son pouvoir éclairant quand elle fonctionne à une certaine différence de potentiel, $\frac{p}{cl}$ est la dépense due à la lampe par bougie et par heure.

Soit P le prix moyen d'un cheval-vapeur par heure; $\frac{P}{K}$ est la dépense relative à l'énergie électrique par bougie et par heure. La dépense totale est donc $T = \frac{p}{cl} + \frac{P}{K}$. Il y a lieu de se demander quel rapport doit exister entre les deux parties pour réaliser la plus grande économie.

Soit $l = \frac{A}{K^\alpha} = \frac{B}{c^\beta}$, où A et B sont des constantes et où α et β

dépendent de la force électromotrice

$$cl = \mathrm{B}' l'^{1-\frac{1}{\beta}}, \qquad \mathrm{K} = \mathrm{A}' l^{-\frac{1}{\alpha}};$$

d'où

$$\mathrm{T} = \mathrm{B}' p l^{\frac{1}{\beta}-1} + \mathrm{A}' \mathrm{P} l^{\frac{1}{\alpha}}.$$

Prenons encore $l = \frac{1}{v^\gamma}$, on a

$$\mathrm{T} = \mathrm{B}' p v^{-\frac{1-\beta}{\beta}\gamma} + \mathrm{A}' \mathrm{P} v^{-\frac{\gamma}{\alpha}}.$$

Pour obtenir la valeur de v qui rend cette expression minima, égalons à zéro sa dérivée

$$-\alpha \frac{1-\beta}{\beta} \mathrm{B}' p v^{-\frac{1-\beta}{\beta}\gamma} \gamma = \mathrm{A}' \mathrm{P} v^{-\frac{\gamma}{\alpha}}.$$

Ainsi le minimum est obtenu lorsque le coût de l'énergie électrique est à celui des lampes dans le rapport $\alpha \frac{1-\beta}{\beta}$.

En admettant les valeurs ci-dessus : $\alpha = 6\frac{1}{4}$, $\beta = 4\frac{1}{4}$, on voit que

$$-\alpha \frac{1-\beta}{\beta} = \frac{19}{4}.$$

La dépense due aux lampes atteindrait donc $\frac{4}{23}$, soit 17,4 pour 100 de la dépense totale, indépendamment du prix des lampes et de l'énergie électrique.

A la manufacture de lampes d'Edison, en Amérique, on admet le nombre 16 pour 100, qui coïncide assez bien avec celui qui vient d'être déterminé par la théorie. A. Leduc.

R.-W. BUNSEN. — Ueber capillare Gasabsorption (Sur l'absorption capillaire des gaz); *Wied. Ann.*, t. XXIV, p. 321; 1885.

Dans un travail antérieur, l'auteur a montré que l'acide carbonique gazeux pouvait se condenser à la température ordinaire à la surface du verre bien propre et bien desséché dans un courant d'air dépourvu d'eau. La vitesse de la condensation, qui peut

durer des années, diminue avec le temps et croît avec la température. La marche de cette condensation ne subit aucune modification appréciable, quand la pression oscille entre $0^m,3521$ et $0^m,7171$ de mercure.

Dans le présent travail, l'auteur se propose d'examiner comment l'acide carbonique condensé se comporte sous l'effet de températures supérieures à celles qu'il avait produites précédemment, et quel rôle auraient pu jouer dans les phénomènes observés les portions d'air atmosphérique que le verre aurait pu retenir.

A cet effet, l'auteur cherche à déterminer l'épaisseur de la minime couche d'eau que peut retenir un fil de verre de surface connue, par l'effet d'une attraction capillaire, lorsque ce fil est exposé, pendant assez longtemps, à un courant d'air sec et à des températures allant en croissant graduellement. Il enferme des fils de verre mouillés dans un tube vertical, traversé par un courant d'air soigneusement desséché. Le tube contenant les fils de verre est introduit à l'intérieur d'un thermostat. Celui-ci est formé d'un gros tube de fer chauffé latéralement à l'aide de six flammes de gaz disposées en deux séries de trois, l'une au-dessus de l'autre, et de telle sorte que les flammes de la série inférieure correspondent aux intervalles entre les flammes de la série supérieure. En réglant convenablement la pression du gaz et le nombre de flammes, on peut obtenir une série de températures fixes et graduellement croissantes. Les températures produites par le thermostat étaient préalablement mesurées à l'aide d'un thermomètre à air. Le courant d'air sec, après avoir traversé le tube contenant les fils de verre, passe dans un appareil dessiccateur où il dépose la vapeur d'eau enlevée aux fils. Des pesées successives de cet appareil donnent la quantité d'eau enlevée aux fils.

Les expériences ont été faites entre les températures de 23° et 503° et elles ont duré deux cent soixante heures. La température étant réglée et restant constante, on fait passer le courant d'air jusqu'à ce que les pesées successives n'accusent aucun accroissement de poids de l'appareil dessiccateur; on élève alors la température et l'on recommence la même expérience. Le Tableau suivant résume la marche des expériences aux différentes températures :

23°C.		107°.		213°.		329°.		415°.		468°.		503°.	
I.	II.	I.	II.	I.	II.	I.	II.	I.	II.	I.	II.	I.	II.
18	5,9	15	6,6	12	1,0	12	2,6	12	3,0	11	1,8	12	0,9
11	2,8	12	1,3	14	1,3	12	1,3	12	1,7	12	0,1	12	»
12	1,9	12	0,2	12	0,3	12	»	12	0,2	»	»	»	»
12	0,8	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
10	0,4	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»

La colonne I donne la durée en heures du passage du courant aux différentes températures. La colonne II donne le poids en milligrammes de la vapeur d'eau enlevée par le courant d'air aux différentes températures jusqu'à cessation complète de la vaporisation. D'après ces expériences, il restait sur les fils des quantités d'eau représentées en milligrammes aux différentes températures par les nombres suivants :

°	mg.
A 23..........	22,3
107..........	14,2
215..........	11,6
329..........	7,6
415..........	2,8
468..........	0,9
503..........	0,0

On voit que, dans le courant à température constante, l'évaporation des couches d'eau capillaires diminue d'abord, puis, à un moment donné, cesse complètement. Ce moment-là dépend de la température du courant. A la température t où l'évaporation cesse, la pression de la vapeur à la surface de la couche d'eau capillaire est nulle et fait équilibre à l'attraction capillaire exercée par le verre. Les tensions de la vapeur d'eau correspondant à ces températures peuvent donc servir de mesure à la pression capillaire exercée par la surface du verre sur la surface de l'eau.

M. Bunsen calcule ensuite l'épaisseur de la couche d'eau qui couvre les fils aux différentes températures. Il donne le Tableau suivant, où t désigne la température, d l'épaisseur de la couche en millimètres mesurée à 4° et $0^m,76$ de pression, d_1 l'épaisseur corrigée de la dilatation de l'eau (la compressibilité de l'eau étant extrêmement faible, on peut négliger la correction), et p la tension de la vapeur aux températures t.

t.	*d.*	d_1.	*p.*
23........	0,00001052	0,00101055	0,027
107........	0,00000670	0,00000703	1,278
215........	0,00000547	0,00000645	20,791
329........	0,00000363	»	»
415........	0,00000132	»	»
468........	0,00000042	»	»
503........	0,00000000	»	»

Si l'on admet que la pression, qui s'exerce sur les couches situées entre les distances de 0^{mm},00001055 et 0^{mm},00000703 de la surface du verre, reste inversement proportionnelle à la même puissance de cette distance et que la même chose a lieu pour les couches situées entre les distances de 0^{mm},00000703 et 0^{mm},00000645, on arrive à cette conclusion que, dans la première des deux couches, la pression moyenne est en raison inverse de la neuvième et dans la seconde en raison inverse de la trente-deuxième puissance. En appliquant le même raisonnement aux couches plus voisines de la surface du verre que les précédentes, l'auteur arrive à conclure qu'au voisinage de la surface du verre la pression peut atteindre des centaines d'atmosphères.

Ces hautes pressions peuvent expliquer beaucoup de phénomènes que l'auteur avait observés dans ses expériences antérieures. Dans ces expériences, il desséchait les fils dans un courant d'acide carbonique privé d'eau et dans le vide, mais sans échauffer les fils. Il restait à la surface des fils une couche d'eau soumise à une pression capillaire énorme. Sous une telle pression, un centimètre cube d'eau peut absorber des milliers de centimètres cubes d'acide carbonique. On comprend donc que l'absorption puisse durer très longtemps. L'auteur explique aussi cet autre fait qu'il avait observé précédemment, à savoir, que la vitesse de la condensation de l'acide carbonique augmentait et diminuait avec la température. En effet, si par l'élévation de température la moindre quantité d'eau a été vaporisée, la surface de la couche qui restait se trouvait plus fortement pressée contre le verre : par là, la pression à la surface de l'eau en contact avec le gaz était augmentée; par suite, celui-ci devait pénétrer plus vite dans l'eau. Au contraire, une diminution de température devait produire une condensation de la vapeur d'eau ; l'épaisseur de la couche d'eau à la surface du verre augmentant, le phénomène inverse se produisait.

On conçoit encore qu'une variation de pression de $\frac{1}{2}$ à plusieurs atmosphères ne produisait aucun effet sur la marche de la condensation gazeuse, car, là où des centaines d'atmosphères sont mises en jeu, des variations d'une demi-atmosphère ou d'une atmosphère ne produisent que des effets tout à fait insensibles.

Toutes ces prévisions théoriques ont été confirmées par des expériences directes, que nous allons résumer.

M. Bunsen enferme dans un tube barométrique $49^{gr},4527$ de fils de verre, qui lui avaient déjà servi dans des expériences antérieures. La partie inférieure du baromètre plonge dans une cuve à mercure. Il dessèche les fils en enfermant le haut du baromètre dans son thermostat qui les échauffe à 503° et en faisant passer en même temps un courant d'acide carbonique sec. Les fils ainsi desséchés sont laissés dans l'atmosphère d'acide carbonique. Au bout de sept jours environ on ne constate aucune absorption gazeuse. Il en résulte donc que, lorsqu'une surface de verre est complètement dépourvue d'humidité, il ne se produit aucune condensation d'acide carbonique. On introduit alors dans le baromètre $0^{gr},0226$ d'eau qui couvrent en gouttelettes les parois du baromètre. Au bout de vingt-quatre heures, les gouttelettes avaient disparu, quoique la quantité d'eau eût suffi pour saturer de vapeurs 13 fois l'espace occupé par l'acide carbonique. Ainsi les fils de verre déshydratent beaucoup plus vite qu'une boule de chlorure de calcium dans les mêmes conditions. Au bout de vingt-deux heures après l'introduction de l'eau, il s'était condensé $23^{cc},8$ d'acide carbonique; pendant les huit heures suivantes, il s'en est condensé $14^{cc},76$, et treize heures plus tard il s'en était condensé $9^{cc},72$, et ainsi de suite, pendant vingt-huit jours au bout desquels la condensation était devenue inappréciable.

Dans ces expériences l'épaisseur de la couche d'eau qui couvrait les fils était de $0^{mm},00000484$ environ et la condensation avait atteint son maximum au bout de quarante jours. Au bout de ce temps, il s'était condensé $48^{cc},7$ d'acide carbonique. Dans les expériences antérieures, où l'épaisseur de la couche d'eau sur les fils était de $0^{mm},0000105$, la condensation n'avait pas encore atteint son maximum au bout de trois ans, et pendant ce temps il ne s'était condensé que $25^{cc},4$ d'acide carbonique, la surface totale des fils étant la même dans les deux cas. L'auteur explique cette différence par la

différence de pression capillaire à la surface de la couche d'eau dans les deux cas. Elle était plus faible dans les expériences antérieures, où la distance de la surface de l'eau à la surface du verre était plus grande.

L'auteur vérifie cette explication par une expérience directe : il introduit dans le baromètre, où l'absorption avait cessé, une nouvelle quantité d'eau de manière à doubler l'épaisseur de la couche capillaire. Il constate que l'absorption recommence, mais la vitesse de condensation est moindre que dans le cas précédent. L'auteur en conclut (¹) que cette vitesse décroît quand la surface de l'eau s'éloigne de la surface du verre.

Il est intéressant de constater que les $22^{mmc},6$ d'eau qui couvraient les fils avaient absorbé, pendant trente-trois jours 48700^{mmc} d'acide carbonique mesurés à 0° et 760°, c'est-à-dire 2155 fois le volume que cette eau aurait pu absorber sans l'intervention de la force capillaire.

Une élévation de température depuis $13^{\circ},3$ jusqu'à $26^{\circ},3$ ne produit aucune variation appréciable de la quantité de gaz absorbé, l'attraction capillaire empêchant la vaporisation de l'eau et le dégagement correspondant du gaz.

De même, une variation de force élastique produite par l'addition d'un autre gaz (de l'oxygène) ou bien une variation directe de la pression ne produisent aucune variation appréciable de la quantité d'acide carbonique absorbé.

La limite inférieure de l'attraction capillaire est, d'après M. Bunsen, de $137^{a\,m}$. KROUCHKOLL.

(¹) Cette conclusion ne nous paraît pas très rigoureuse. En effet, l'auteur compare la quantité d'acide carbonique, absorbée pendant les six premiers jours après que les fils avaient été mouillés, à celle qui a été absorbée pendant les six jours qui suivirent l'addition de la nouvelle quantité d'eau au liquide qui couvrait les fils et qui était déjà saturée d'acide carbonique. Il se trouve que dans le premier cas il avait disparu 45^{cc} de gaz, tandis que dans le second cas, pendant le même temps, il n'y avait que 22^{cc} disparus. D'après l'auteur, cela tient à l'augmentation de l'épaisseur de la couche d'eau. Mais cela pourrait tenir aussi bien à ce que la nouvelle quantité d'eau était ajoutée à de l'eau déjà saturée d'acide, tandis que dans le premier cas l'eau qui mouillait les fils en était encore dépourvue.

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ PHYSICO-CHIMIQUE RUSSE.

Tome XVII; 1er semestre 1885.

W. STSCHEGLIAEFF. — Les figures électrolytiques de Nobili et de Guébhard formées dans un champ magnétique, p. 1-5.

L'auteur produisait ses figures sur une rondelle d'argent déposée spécialement sur une glace formant le fond d'une auge à parois de gutta-percha; une aiguille en platine servait d'électrode positive et un mélange à parties égales des solutions concentrées de sulfate de cuivre et d'acétate de plomb constituait l'électrolyte. Quand l'appareil a été placé entre les pôles d'un électro-aimant puissant, les cercles de Nobili formés sont devenus plus serrés du côté de l'est du méridien du champ magnétique. Du côté de l'ouest, toute la figure semble étirée le long de l'équateur ; la forme de quelques petits cercles intérieurs est devenue allongée dans le sens de l'équateur; plus loin du centre, l'allongement a pris la forme d'une pointe et les cercles suivants présentent une solution de continuité en cet endroit. La déformation d'une figure formée à l'aide d'un cathode de forme rectangulaire et d'un anode linéaire, a été trouvée encore plus compliquée.

C. JOUK. — Sur la dilatation des liquides, p. 13-20.

Le Mémoire contient la discussion détaillée des propriétés de la formule

$$v = a + b \log(T - t),$$

employée par M. le professeur Avenarius pour exprimer la loi de la dilatation des liquides jusqu'à leur température critique.

F. PETROUSCHEWSKY. — Sur la perception des couleurs à la lumière artificielle, p. 35-43.

Le but du travail de l'auteur a été de trouver les mélanges des couleurs qui, étant éclairés par la lumière du jour, produisent sur l'œil les effets des couleurs de divers pigments connus, à la

lumière artificielle. Il s'est servi pour faire ces expériences de son photomètre scolaire ([1]). Le morceau de papier teint par le pigment à étudier était placé dans le cube du photomètre et éclairé par la lumière de la lampe, pour former une moitié du champ de vision de l'instrument. L'autre moitié était formée par un carton posé sur la table et éclairé par la lumière du jour; sur la surface du carton on mélangeait des pigments appropriés de manière à rendre égale la couleur des deux moitiés du champ de vision. Pour égaler la teinte du papier blanc à la lumière du pétrole, il fallait, par exemple, prendre une couleur orangée et jaune orangé si la lumière de pétrole était très intense. Le papier orangé vire au rouge et le rouge vermillon devient si intense qu'il est impossible de l'imiter à l'aide des couleurs à l'huile. Les pigments violets prennent l'aspect d'un brun rouge ne rappelant pas du tout le violet. Les mélanges des pigments ainsi obtenus, considérés séparément à la lumière du jour, sont loin de produire sur l'œil les sensations de la couleur correspondant à la lumière du pétrole. En effet, la sensibilité de l'œil pour diverses couleurs du spectre change quand cet organe s'habitue à la lumière jaunâtre du pétrole, et l'effet du contraste avec l'orangé, qu'il prend pour le blanc, s'ajoute pour fausser le jugement. En modifiant son appareil, l'auteur a pu démontrer ses expériences objectivement à l'aide de la lumière électrique dans une des séances de la Société physico-chimique russe. La lumière électrique paraît jaune en comparaison avec la lumière du jour, et non bleuâtre, comme on le pense ordinairement.

N. HESEHUS. — Dynamomètre de démonstration, p. 52.

Ce dynamomètre est destiné aux expériences sur les machines simples; le ressort a la forme d'un arc horizontal sous-tendu par une corde en fil d'acier, appuyée au même point que la force sur un index vertical équilibré. L'appareil est muni d'un manche pour le tenir à la main et d'un cadran vertical.

([1]) Voir *Journal de Physique*, 2[e] série, t. IV, p. 595.

P. BAKMETIEFF. — Sur la cause des sons produits par des verges en métal magnétique sous l'influence de l'aimantation intermittente, p. 65-77.

L'auteur a constaté que l'intensité du son diminue par la compression longitudinale dans les verges de fer et de nickel. Quant à la tension, elle diminue indéfiniment l'intensité du son dans le nickel; mais dans le fer elle le fait diminuer jusqu'à un minimum à partir duquel, par une tension encore plus forte, le son devient de nouveau plus intense. D'autre part, Joule a démontré que le fer soumis à une certaine tension ne s'allonge plus quand on l'aimante, mais qu'il se raccourcit par l'aimantation si la tension est plus grande, et M. Barrett a constaté une diminution de longueur du nickel par l'aimantation. En confrontant ces faits, l'auteur conclut que c'est le changement de longueur qui est la cause du son produit par l'aimantation intermittente.

W. LERMANTOFF. — Sur les calculs de la densité, p. 56.

Quand on détermine la densité à l'aide de la balance, la question de savoir à quelle décimale on doit arrêter le calcul si l'erreur des pesées est la $n^{\text{ième}}$ partie du gramme se présente d'elle-même. En différentiant l'expression connue de la densité

$$D = \frac{P}{Q},$$

on a

$$dD = \frac{dP}{Q} - D\frac{dQ}{Q}.$$

Il est facile de déduire de cette formule différentielle les deux règles suivantes :

I. *Une erreur d'une certaine fraction de gramme dans la détermination du poids d'un corps produit dans la densité obtenue une erreur égale à la même fraction de l'unité, divisée par le nombre des centimètres cubes occupés par le corps.*

II. *L'influence d'une erreur égale dans la détermination du poids de l'eau déplacée est* D *fois plus grande et de signe contraire à la précédente.*

W. LERMANTOFF.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

5ᵉ série, t. XXI, janvier 1886.

S.-P. Thomson. — *Loi de l'électro-aimant et loi de la dynamo*, p. 1.

Lord Rayleigh. — *Détermination de l'ohm du professeur Himstedt*, p. 10.

E.-F. Haroun. — *Note sur la force électromotrice de quelques couples à étain*, p. 13.

W.-M. Mordey. — *La dynamo comme générateur et comme moteur. Analogies et contrastes*, p. 20.

G.-W. Whipple. — *Note sur la vérification des thermomètres au point de congélation du mercure*, p. 27.

T. Mather. — *Note sur le calibrage des galvanomètres par un courant constant*, p. 29.

W. Ramsay et Sydney Young. — *Quelques relations thermodynamiques*, 2ᵉ partie, p. 33.

Ayrton et J. Perry. - *Notes sur le Mémoire de M. Lodge relatif au siège de la force électromotrice dans la pile*, p. 51.

W.-W.-J. Nicol. — *Saturation des solutions salines*, 2ᵉ Partie, p. 70.

Wiedemann's Annalen.

Tome XXVII, nᵒ 1, 1886.

F. et W. Kohlrausch. — *Équivalent électrochimique de l'argent. Vérification expérimentale des mesures de l'intensité magnétique terrestre*, p. 1.

A. Kundt. — *Sur la double réfraction de la lumière dans les couches métalliques produites par la destruction d'un cathode*, p. 59.

Ch. Lüdeking. — *Chaleurs spécifiques, poids spécifiques et chaleurs d'hydratation des acides gras et de leurs mélanges aqueux*, p. 72.

O. Schumann. — *Épaisseur de la couche d'air absorbée sur des surfaces de verre*, p. 91.

J. Lahr. — *Théorie des voyelles de Grassmann, à la lumière de l'expérience*, p. 94.

E. Aulinger. — *Rapport de la théorie électrodynamique de Weber et du principe de l'unité des forces électriques proposé par Hertz*, p. 119.

O. Tumlirz. *Action d'un champ magnétique sur le cristal de roche*. p. 133.

E. Blasius. — *Note sur les miroirs magiques japonais*, p. 142.

E. Lommel. — *Balance aérostatique pour la mesure du poids spécifique des gaz*, p. 144.

SUR LES RAIES SPECTRALES SPONTANÉMENT RENVERSABLES ET L'ANALOGIE DE LEURS LOIS DE RÉPARTITION ET D'INTENSITÉ AVEC CELLES DES RAIES DE L'HYDROGÈNE;

Par M. A. CORNU.

Le progrès des études spectrales et l'extension merveilleuse de leurs applications ont posé l'un des plus beaux problèmes qui se soient jamais offerts aux expérimentateurs et aux théoriciens :

Étant donnée la composition chimique d'une vapeur portée à l'incandescence dans des conditions définies, prévoir la répartition des raies du spectre des radiations émises et leur intensité relative.

Quoique l'attention des observateurs ait été bien des fois attirée sur ce problème, la solution n'en paraît pas très avancée : je me propose, après avoir rappelé brièvement les points sur lesquels les efforts sont venus échouer, d'indiquer un ordre de faits qui semblent ouvrir une voie nouvelle.

Le point de départ de toutes les recherches de ce genre est la remarque suivante :

Lorsqu'on examine les spectres lumineux des vapeurs incandescentes, on distingue souvent des groupes de raies qui se reproduisent avec une périodicité plus ou moins régulière : ces répétitions sont encore plus frappantes lorsqu'on étend le champ des observations jusqu'à la limite extrême du spectre ultra-violet.

L'analogie de ces groupes périodiques avec les harmoniques des corps sonores se présente immédiatement à l'esprit. L'idée est d'autant plus séduisante que les positions de ces groupes, considérées tantôt sur l'échelle des longueurs d'onde, tantôt sur celle des nombres de vibrations, paraissent coïncider avec des termes successifs de la série des nombres entiers. Aussi n'est-il guère de spectroscopistes qui n'aient pas cédé à cet entraînement et qui n'aient pas cherché à ranger des raies d'un même spectre suivant une série harmonique.

Malheureusement la simplicité des relations numériques s'évanouit toujours, lorsqu'on substitue à la contemplation des images

spectrales la détermination numérique précise des longueurs d'onde : la voie des spéculations théoriques semble donc fermée de ce côté.

Cet insuccès ne doit pas décourager les observateurs; toutefois l'espoir de trouver une loi simple, comme celle des harmoniques musicaux, témoigne d'une idée préconçue qu'il importe d'écarter immédiatement; cette loi des nombres entiers ne s'applique qu'à une forme très particulière de corps sonores dont le type est la colonne cylindrique de longueur très grande par rapport à la section : si la forme du corps vibrant s'écarte de ce type spécial, la relation entre les nombres de vibrations des sons successifs devient très complexe ([1]).

Cette simple remarque suffit à montrer qu'il serait puéril de chercher comme loi générale une relation aussi simple que celle des harmoniques des instruments musicaux : ce serait supposer à la structure des molécules incandescentes une constitution mécanique que l'ensemble des phénomènes chimiques ou physiques ne pourrait guère justifier. Des lois moins simples ne réussissent pas mieux et cela ne doit point étonner : les considérations précédentes montrent même qu'on doit s'attendre à rencontrer, pour définir la répartition des raies spectrales, des fonctions très complexes dépendant de la nature chimique de l'élément, de la structure moléculaire de la vapeur, des conditions d'excitation vibratoire, etc.

En fait, ce qui paraît avoir rendu stériles les efforts tentés en vue de la solution du problème, c'est qu'on a cru devoir s'imposer

---

([1]) Par exemple, dès que les colonnes cylindriques présentent une section comparable à leur longueur, ce qui est le cas des tiges ou des verges, le nombre n des vibrations transversales est donné, suivant que les extrémités sont fixes ou libres, par les racines de l'équation transcendante

$$\frac{e^{+k\sqrt{n}} - e^{-k\sqrt{n}}}{2} \cos k\sqrt{n} \pm 1 = 0;$$

l'intensité de chaque son dépend, d'ailleurs, des fonctions qui définissent les conditions initiales du mouvement. Les valeurs de ces racines, qui ne sont pas sans analogie avec les intervalles de certaines raies spectrales, approchent indéfiniment de la série plus simple $k\sqrt{n} = (2i \pm 1)\frac{\pi}{2}$ lorsque l'ordre i grandit suffisamment.

a priori la fonction destinée à représenter la succession des raies spectrales. Je crois qu'il faut au contraire, rejetant toute idée préconçue sur l'expression mathématique du phénomène, chercher par expérience s'il n'existe pas de fonctions spéciales (exprimables ou non par les symboles ordinaires de l'analyse) susceptibles de réunir dans une loi commune ces séries, dont la régularité et l'analogie ne sont évidemment pas fortuites.

Envisagée à ce point de vue, la question change donc de face et le problème consiste à rechercher si dans tous les spectres il ne se rencontre pas quelques groupes de raies présentant des caractères communs, indépendants de la nature chimique de la vapeur incandescente.

C'est dans cet ordre d'idées que depuis longtemps je poursuis l'étude des spectres visibles et ultra-violets, et je suis parvenu à reconnaître qu'il existe effectivement une catégorie de raies spectrales offrant des caractères si distincts qu'on ne saurait les confondre avec les autres : ce sont les raies *spontanément renversables* que j'ai décrites en 1871 (¹) et dont j'ai montré l'existence dans la plupart des spectres de vapeurs métalliques. La disposition commune de leurs groupements, comme on le verra bientôt, me paraît définir une de ces formes expérimentales de fonction répondant aux conditions énoncées. Voici d'ailleurs l'exposé des faits.

Caractères des raies spontanément renversables. — Ils sont bien connus des physiciens et ont été observés, pour la première fois, dans la combustion du sodium par M. Fizeau; je les rappellerai brièvement. Une vapeur incandescente, sous faible densité et à basse température, émet une certaine radiation qui correspond, dans l'observation spectrale, à une certaine raie brillante, mais très fine; si l'on augmente progressivement la température et la densité de la vapeur, la raie croît en intensité et en largeur et devient une véritable bande lumineuse à bords estompés : bientôt on voit, sur cette bande, naître une ligne sombre à la place de la raie fine primitive; finalement, la bande lumineuse s'élargit d'une manière en quelque sorte indéfinie, offrant toujours la ligne

---

(¹) *Comptes rendus*, t. LXXIII, p. 332.

sombre qui s'élargit aussi d'une manière à peu près proportionnelle. Sur le fond lumineux produit par l'épanouissement de la bande, les raies brillantes non renversables s'évanouissent complètement.

Ces phénomènes, observables dans le spectre visible avec la plupart des métaux volatils et l'étincelle d'induction, présentent des proportions énormes dans l'arc électrique, et surtout dans la région ultra-violette. Je citerai en particulier la raie $\lambda = 228,85$ du cadmium; extrêmement faible avec l'étincelle d'induction, cette raie s'élargit dans l'arc au point d'envahir la presque totalité du spectre photographique; quant à la bande sombre de renversement qui en forme le centre, elle arrive à occuper plus de la moitié de l'intervalle compris entre les raies 23 et 24 (notations de M. Mascart), qui disparaissent presque complètement. On peut encore citer la raie $\lambda = 209$ du zinc; deux des composantes de la raie quadruple du magnésium, $\lambda = 280$, ainsi que les belles séries de l'aluminium et du thallium figurées plus loin.

Divers observateurs, en première ligne MM. Liveing et Dewar, ont obtenu un très grand nombre de renversements curieux dans les circonstances les plus diverses. Les plus intéressants sont ceux des raies de l'hydrogène dans le spectre visible, et dans l'ultra-violet celui de la raie $\lambda = 285$ du magnésium, qu'on reproduit avec facilité en brûlant le métal à l'air.

J'ajouterai que les *raies longues,* définies un peu arbitrairement par certains spectroscopistes, rentrent souvent dans la catégorie des raies spontanément renversables.

Il est à peine besoin de rappeler que les lois ordinaires de l'absorption lumineuse et du refroidissement suffisent à expliquer en détail tous ces phénomènes; mais il n'est pas inutile de remarquer que si la théorie prévoit la possibilité du renversement d'une raie donnée, elle ne nous apprend rien sur la propriété de certaines radiations d'offrir, dans des conditions données, le renversement spectral à l'exclusion des autres; c'est cette propriété qui me paraît constituer un élément nouveau et caractéristique.

Quelles sont en général les conditions de température, de pression et de densité les plus favorables à la production de ce pouvoir émissif singulier? C'est ce qu'il serait difficile de dire actuellement. On l'obtient par l'incandescence des vapeurs métalliques

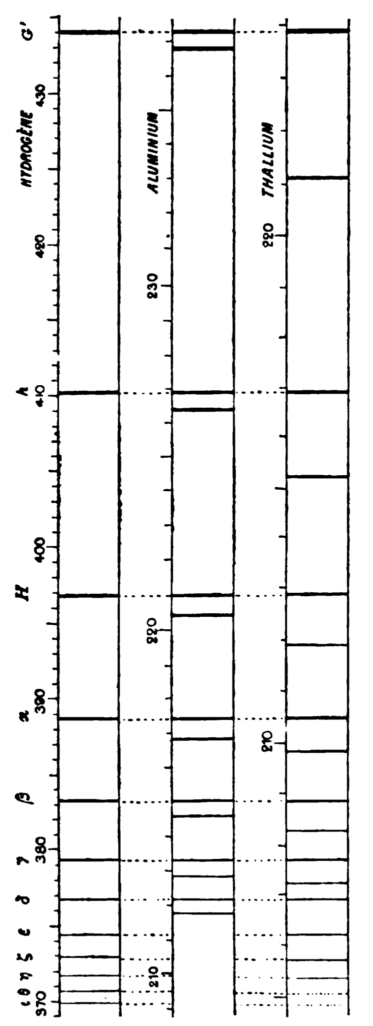
dans un espace plus ou moins limité, échauffé par l'arc électrique ou la combustion directe; mais il est évident que ces conditions auraient besoin d'être précisées et qu'elles sont plus ou moins imparfaitement remplies par les divers moyens à l'aide desquels on obtient les spectres d'émission. Quoi qu'il en soit de l'imperfection de ces moyens, l'importance de cette constitution limite s'accroît encore par les rapprochements qui vont suivre.

Disposition particulière des groupes spontanément renversables. — Lorsqu'on examine sur divers clichés photographiques (¹) des groupes de raies qui se reproduisent périodiquement avec une régularité particulière, on reconnaît le plus souvent que ces groupes appartiennent précisément à la catégorie des raies spontanément renversables, car les unes sont renversées, les autres sur le point de l'être : pour un même métal, les renversements sont plus ou moins complets suivant les conditions de l'expérience, et pour des métaux différents, suivant les propriétés chimiques et physiques du métal. De plus, la loi de distribution de ces groupes présente un autre caractère commun relativement à la succession des distances et des intensités : *les raies vont en se resserrant vers le côté le plus réfrangible et en diminuant d'intensité.* Ce caractère est d'autant plus frappant que le nombre des raies renversées est plus considérable, et que le champ sur lequel elles se détachent est plus uniforme; il semble qu'avec l'élévation de température le spectre tende vers un aspect limite, celui d'un fond brillant continu, dépouillé de toute raie autre que celle de la série régulière des raies spontanément renversées. C'est sur cette constitution, en quelque sorte *limite,* que je désire attirer l'attention des observateurs.

Le nombre des spectres métalliques pouvant donner une série

(¹) Les clichés photographiques ont l'avantage d'offrir une vue d'ensemble : avec l'appareil dont je me sers (demi-prismes de quartz gauche et droit, lentilles achromatiques quartz fluorine), on obtient sur la même épreuve et avec une netteté satisfaisante la totalité du spectre violet et ultra-violet : la réduction à l'échelle des longueurs d'onde s'effectue à l'aide d'un spectre de comparaison formé des raies du cadmium, du zinc et de l'aluminium dont j'ai déterminé avec soin les longueurs d'onde (*Journal de Physique,* 1re série, t. X, p. 425); on obtient ce spectre auxiliaire à l'aide d'une étincelle d'induction jaillissant entre deux pointes d'un alliage formé de poids égaux de ces trois métaux.

régulière de raies spontanément renversées sur un fond continu est assez considérable ; mais les plus belles séries que j'aie observées ont été fournies par deux métaux qu'on ne s'attendrait guère,



Légende explicative.

Les graduations définissent les raies en longueurs d'onde (unité : millionième de millimètre).

La première ligne représente les raies sombres du spectre violet et ultra-violet des étoiles blanches d'après les mesures du Dr Huggins (*Comptes rendus*, t. XC, p. 72) : c'est le spectre de l'hydrogène.

La deuxième représente une double série de raies renversée dans le spectre ultra-violet de l'aluminium (arc électrique) : l'échelle du dessin a été choisie de manière à faire coïncider avec G' et δ les raies homologues de la première série (première raie de chaque doublet) : on aurait pu opérer de même avec la seconde série (deuxièmes raies). Ce mode de représentation remplace avantageusement les tableaux numériques montrant la vérification des deux formules empiriques :

Première série.......... $\lambda_1 = 47,30 + 0,43783\,h$;
Deuxième série.......... $\lambda_2 = 47,18 + 0,43678\,h$,

qui donnent la longueur d'onde de chaque raie en fonction de la longueur d'onde h de la raie correspondante de l'hydrogène : la différence entre le calcul et l'observation est de l'ordre des erreurs d'expériences.

La troisième ligne représente une double série de raies renversées dans le spectre ultra-violet du thallium (arc électrique) : l'échelle du dessin a été choisie comme ci-dessus ; les formules empiriques qui représentent ces deux séries sont

$\lambda_1 = 94,61 + 0,2976\,h$, $\lambda_2 = 111,31 + 0,75294\,h$.

au point de vue chimique, à trouver côte à côte : ce sont l'aluminium et le thallium, dont les équivalents sont aux extrémités de la liste de ceux des corps simples. La figure ci-dessus donne une idée de la répartition de ces raies renversées : on voit qu'elles forment

dans chaque spectre une série de doublets remplissant les conditions de distance et d'intensité énoncées plus haut.

Analogie avec la répartition des raies de l'hydrogène. — Je ne m'arrêterai pas à indiquer les essais infructueux de calculs numériques que j'avais entrepris en vue de représenter chacune de ces séries par la substitution de la série des nombres entiers dans une fonction simple : je dirai seulement que j'avais abandonné ces recherches lorsque la belle découverte du Dr Huggins, sur le spectre des étoiles blanches, ramena vivement mon attention sur ce sujet et m'ouvrit un horizon nouveau. Ces spectres présentent, en effet, une série commune de raies sombres, c'est-à-dire renversées, remplissant précisément les conditions de distance et d'intensité qui caractérisent dans les spectres métalliques les raies spontanément renversables : elle prolonge la série des raies bien connues du spectre de l'hydrogène C, F, G', *h*; on pouvait donc prévoir que la série entière en faisait partie; c'est ce qu'ont depuis confirmé les travaux de M. Vogel sans cependant lever toute incertitude. L'intérêt de cette identification était tel que j'ai tenu à la vérifier moi-même, ce que je n'ai pu réaliser que dernièrement (1). L'expérience n'est pas sans difficulté; mais, en prenant des précautions de plus en plus minutieuses pour écarter les impuretés du gaz hydrogène raréfié, j'ai vu successivement s'effacer les raies étrangères, et finalement j'ai réussi à obtenir des clichés photographiques offrant la série des raies stellaires dans toute leur pureté. (*Voir* l'article ci-après).

Le spectre de l'hydrogène est placé sur la première ligne du dessin ci-joint : on a rendu la comparaison plus facile par le choix des échelles, de manière à montrer intuitivement l'identité de la loi de répartition des raies dans les trois spectres. On comparerait de même des groupes plus complexes, comme ceux du magnésium, du zinc, du sodium, etc.; la seule difficulté est d'établir la concordance des groupes; on y arrive immédiatement par une construction graphique assez simple. On en conclut l'énoncé suivant qui résume l'ensemble de mes recherches : *Dans les spectres métal-*

(1) Avec l'obligeant concours de M. Alvergniat.



liques, certaines séries de raies spontanément renversables présentent sensiblement les mêmes lois de répartition et d'intensité que les raies de l'hydrogène (¹).

Il n'est pas nécessaire d'insister longuement sur l'importance de cette relation : elle met en évidence l'existence d'une loi très générale relative aux pouvoirs émissifs des vapeurs incandescentes et, d'autre part, elle montre que cette loi de succession des raies spectrales, commune à tant de séries, paraît devoir être exprimable à l'aide d'une même fonction, que l'on pourra appeler la *fonction hydrogénique,* laquelle devra jouer un rôle capital dans ces études : le résultat précédent paraît donc constituer un premier pas vers la solution des grands problèmes qui se posent en spectroscopie.

NOTE SUR LA CONSTRUCTION DES TUBES A HYDROGÈNE;

PAR M. A. CORNU.

Tous les physiciens savent combien il est difficile d'obtenir des tubes à hydrogène ne contenant pas de substances étrangères : après de longs essais, j'ai réussi à obtenir à coup sûr des tubes ne contenant plus que des traces d'impuretés qu'on parviendrait même à faire disparaître entièrement en prolongeant les opérations.

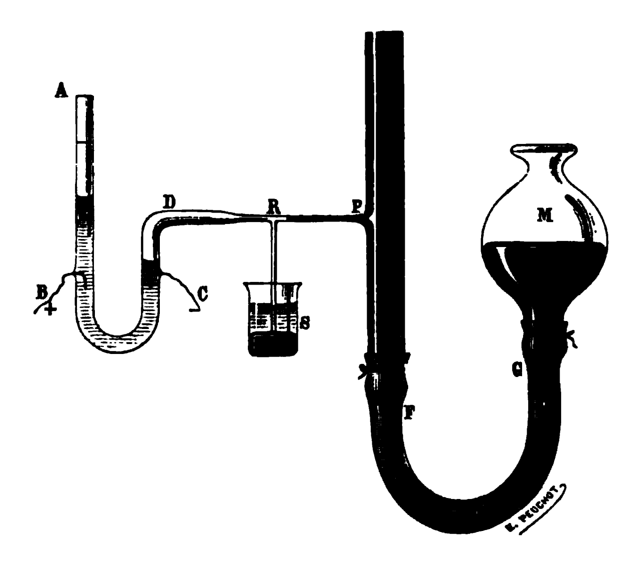
Les précautions à prendre sont de plusieurs sortes :

1° On doit éloigner le plus possible de la pompe à mercure les appareils que l'effluve électrique doit ou peut traverser; on y parvient en établissant la communication par l'intermédiaire de plusieurs mètres de tubes de verre courbés en hélice séparant des tubes de plus gros diamètres, contenant d'abord des fragments de

(¹) D'autres séries de raies, de catégories voisines, semblent également satisfaire à la même loi; néanmoins je me bornerai aujourd'hui à l'énoncé ci-dessus, bien que je risque ainsi de paraître accorder aux raies spontanément renversables plus d'importance qu'elles n'en ont en réalité.

soufre (aussi peu odorant que possible) et ensuite de la tournure de cuivre : le soufre arrête la vapeur de mercure et le cuivre arrête le soufre.

Pour isoler les extrémités de l'appareil, on interpose dans un des intervalles un baromètre dont la chambre a la forme d'un V et dont la cuvette est mobile pour former soupape de fermeture. Dans la capacité ainsi isolée on dispose un autre baromètre à large chambre présentant à son extrémité inférieure un tube latéral PR, presque capillaire, par lequel on introduit les gaz à raréfier.



Il est à peine utile de dire que toutes les parties de l'appareil, jusqu'à la soupape à mercure, doivent être soudées et que les joints à caoutchouc, ou même les joints de verre rodés (réunis nécessairement avec une cire grasse), doivent être entièrement proscrits.

2° On prépare l'hydrogène par l'électrolyse de l'eau acidulée par l'acide phosphorique fondu ; le voltamètre est formé d'un tube en U, représenté en ABCD, raccordé par soudure au tube PR de jonction au baromètre. Au point de jonction R est soudé un petit tube vertical plongeant dans un godet S contenant de l'eau acidulée et du mercure.

Pour faire passer une bulle de gaz dans le baromètre, et par

suite dans la capacité isolée de l'appareil, il suffit de soulever avec précaution la cuvette mobile M du baromètre, laquelle est formée d'un vase en forme de poire, réuni par un tube de caoutchouc.

On arrête le dégagement en abaissant la cuvette à un niveau convenable; si on l'abaissait trop, le mercure s'écoulerait dans le godet R comme par un siphon. Au commencement de l'expérience on verse de l'eau acidulée dans le tube-voltamètre ABCD; on le remplit totalement jusqu'au point R et même jusqu'en S en abaissant légèrement le godet S, parce que la branche RS fait siphon. Avec un peu d'adresse on arrive à chasser toute bulle d'air, soit en manœuvrant la cuvette mobile M du baromètre qui fait office de trompe, soit le niveau dans le tube AB.

Pour préparer le gaz, on fait passer le courant de quatre à cinq couples Bunsen par les fils B, C; l'un des gaz s'échappe par la branche ouverte BA, l'autre s'accumule dans la capacité DR: le tube RS fait alors office de tube de sûreté.

Pour obtenir le spectre de l'hydrogène exempt de substances étrangères, on commence par faire le vide, aussi complet que possible, dans l'appareil jusqu'à ce que l'étincelle d'induction ne passe plus dans les tubes à électrodes ou dans les tubes à gaines de M. Salet, qu'on emploie à l'étude spectrale. On fait passer quelques bulles d'hydrogène et l'on raréfie peu à peu. On voit apparaître inévitablement les bandes et les raies de divers composés carbonés : il suffit, en effet, que l'effluve électrique rencontre un tube mal nettoyé à l'intérieur ou la graisse d'un robinet pour que ces composés se forment instantanément (1). Pour se débarrasser de ces impuretés, on *lave* l'appareil avec de l'ozone; à cet effet, on renverse le courant dans le voltamètre après l'avoir vidé d'hydrogène, et l'on remplit l'appareil d'oxygène à la pression de 1^{mm}

(1) J'ai observé ce phénomène pour la première fois dans des circonstances très instructives : le spectre de l'hydrogène étant assez pur, l'un des fils de la bobine d'induction vint à se détacher par hasard : aussitôt, tout l'appareil y compris la trompe, se remplit d'une lueur brillante rosée, mais, au bout de quelques secondes, cette lueur passa du rose au blanc : lorsque le fil de la bobine fut remis en place, le spectre de l'hydrogène était rempli de bandes et de raies étrangères. J'ai depuis répété cette expérience qui, *malheureusement,* ne manque jamais de réussir.

à 2^{mm}. On fait passer l'étincelle dans toute la capacité isolée par la soupape de mercure en fixant les fils de la bobine à deux lames d'étain collées extérieurement aux extrémités des tubes; on arrête de temps en temps l'étincelle pour faire le vide, qu'on pousse jusqu'à ce que l'effluve ne passe plus.

On recommence à remplir l'appareil avec quelques bulles d'hydrogène et on lave de même avec l'effluve d'hydrogène électrisé, et ainsi de suite alternativement avec l'hydrogène et l'oxygène.

On prolonge les opérations aussi longtemps que cela est nécessaire; à chaque fois on constate que le fond sur lequel se détachent les raies de l'hydrogène devient de plus en plus sombre : l'observation se fait avec un spectroscope ordinaire, ou mieux avec un spectroscope photographique qui donne des indications plus délicates en raison de l'intensité des raies des composés carbonés dans les régions violettes et ultra-violettes.

C'est en opérant ainsi que je suis parvenu à obtenir, avec des tubes à gaines (1), les séries de spectres photographiques indiquées plus haut, et, bien que les dernières traces des impuretés fussent encore visibles, j'ai acquis la conviction qu'en prolongeant suffisamment les opérations on arriverait à les effacer entièrement. Dans ces tubes ainsi purifiés, l'éclat des raies de l'hydrogène est vraiment admirable.

SUR LES CORPS HYGROMÉTRIQUES;

PAR P. DUHEM.

Certains corps jouissent de la propriété de condenser à leur surface l'humidité de l'atmosphère, alors même que la vapeur d'eau qui existe dans cette atmosphère n'a pas atteint son point de saturation. Cette propriété appartient surtout aux corps poreux ou pulvérulents, mais certains corps parfaitement lisses la possèdent

---

(1) Les tubes à électrodes d'aluminium donnent plus d'éclat, mais sont plus difficiles à purifier.

également à un haut degré. Le verre en est un exemple remarquable. On sait combien il est difficile de dessécher complètement les appareils de verre et quelle est l'importance de cette opération dans certaines expériences sur les gaz.

La théorie de ces phénomènes est encore fort peu avancée. Il ne semblera peut-être pas inutile de rechercher si la Thermodynamique peut fournir à cet égard quelques renseignements. C'est l'objet des considérations suivantes :

1. *Application de la Thermodynamique aux phénomènes capillaires.* — L'application de la Thermodynamique à l'étude de la condensation de l'eau par les corps poreux repose sur des principes que nous avons déjà exposés et dont nous avons déduit quelques conséquences dans un travail antérieur [1]. L'étendue de ce travail ne nous permet pas de le reprendre ici dans son ensemble. Mais, laissant de côté le détail des démonstrations, nous allons rappeler brièvement les formules dont nous aurons à nous servir et la voie qui permet de les obtenir.

Le principe qui nous sert de point de départ résulte des travaux de M. Gibbs et de M. von Helmholtz. Il consiste en ce qui suit :

Supposons qu'un système soit soumis à une pression extérieure, normale, uniforme et constante P, et que tous ses points soient portés à une même température absolue T. Soit U l'énergie interne de ce corps. Soit S son entropie, soit V son volume, soit enfin E l'équivalent mécanique de la chaleur. La quantité

$$\Phi = E(U - TS) + PV \tag{1}$$

est une fonction qui dépend uniquement de l'état du système; nous avons proposé de lui donner le nom de *potentiel thermodynamique sous la pression constante* P du système considéré. Cette dénomination a pour objet de rappeler l'analogie qui existe entre cette fonction et la quantité que l'on nomme en Mécanique le *potentiel,* analogie qui est surtout mise en évidence par le principe suivant : *Le système est en équilibre sous une pression*

---

[1] *Applications de la Thermodynamique aux phénomènes capillaires* (*Annales scientifiques de l'École Normale supérieure,* 2e série, t. II, p. 207; 1885).

donnée et à une température donnée lorsque son potentiel thermodynamique a la plus grande valeur qu'il puisse prendre à cette température et sous cette pression.

C'est ce principe que nous avons appliqué à l'étude des phénomènes capillaires. Pour cela il était nécessaire tout d'abord de donner une formule du potentiel thermodynamique où il fût tenu compte de l'influence des surfaces qui séparent les uns des autres les divers corps qui constituent le système. Partant de cette seule hypothèse que, si les corps éprouvent au voisinage des surfaces un changement de densité ou d'état moléculaire, ce changement n'affecte qu'une épaisseur extrêmement petite du corps, il est aisé d'arriver à l'expression suivante pour le potentiel thermodynamique sous pression constante :

$$(2) \quad \begin{cases} \Phi = \sum_{p=1}^{p=n} \left\{ M_p[E(u_p - T s_p) + P \sigma_p] + \sum_q A_{pq}\theta_{pq} \right\} \\ (q = 0, 1, 2, \ldots, p-1, p+1, \ldots, n). \end{cases}$$

Dans cette formule ([1]), les indices 1, 2, ..., n indiquent les divers corps dont le système se compose : l'indice 0 est réservé à l'espace qui l'environne ; la quantité M_p est le poids du corps (p) ; u_p est l'énergie interne que posséderait l'unité de poids de ce corps si son état était en tout point le même qu'à distance des surfaces terminales ; s_p est l'entropie de l'unité de poids de ce corps et σ_p le volume spécifique de ce corps dans les mêmes conditions ; θ_{pq} est l'étendue de la surface qui sépare le corps (p) du corps (q) ; enfin A_{pq} est une quantité qui dépend uniquement de l'état que les corps (p) et (q) présentent loin des surfaces terminales.

Cette expression du potentiel thermodynamique permet alors d'aborder diverses questions qui se rapportent à la théorie des phénomènes capillaires. On obtient les conditions d'équilibre en exprimant qu'une modification virtuelle infiniment petite imposée au système ne fait pas varier ce potentiel. Si l'on envisage tout d'abord des modifications virtuelles dans lesquelles les surfaces de contact des divers corps changent de forme et d'étendue sans que

---

[1] *Applications de la Thermodynamique aux phénomènes capillaires* (*Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 3e série, t. II, p. 219).

leur état interne varie, on devra, en exprimant que Φ ne varie pas, retrouver les lois des phénomènes capillaires. Or on se trouve précisément ramené par cette voie à la méthode donnée par Gauss pour établir les lois de la capillarité.

Il est inutile d'insister ici sur les lois des phénomènes capillaires ; nous rappellerons seulement deux formules qui nous seront utiles dans la suite.

En premier lieu, pour que la surface de séparation de deux fluides (p) et (q) en contact l'un avec l'autre puisse présenter une forme d'équilibre, il faut que l'on ait [1]

$$A_{pq} + A_{qp} > 0. \tag{3}$$

En second lieu, si un solide r plonge dans deux fluides (p) et (q), si l'on désigne par i l'un des angles du plan tangent à la surface de séparation des fluides avec le plan tangent à la surface du solide en un point commun à ces deux surfaces, et si l'on choisit celui de ces angles qui, au voisinage du point considéré, renferme à son intérieur le fluide (p), on aura [2]

$$\cos i = \frac{(A_{qr} + A_{rq}) - (A_{pr} + A_{rp})}{A_{pq} + A_{qp}}. \tag{4}$$

Mais, au lieu d'imposer aux divers corps qui composent le système une modification virtuelle qui les déforme sans altérer leur état interne, on peut leur imposer une dilatation infiniment petite. On trouve alors la valeur de la pression à laquelle il faudrait soumettre chacun d'eux pour lui conserver la densité qu'il présente à son intérieur, s'il présentait le même état au voisinage des surfaces limites.

Si, par exemple, le fluide (p) est en contact avec la surface qui limite le système par une surface d'équilibre θ_{p0} et si l'on désigne par R et R' les rayons de courbure principaux en un point de la surface θ_{p0}, ces rayons étant comptés positivement à l'intérieur

---

(1) *Applications*, etc., égalité (12) (*Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 3e série, t. II, p. 224).

(2) *Applications*, etc., égalité (15) (*Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 3e série, t. II, p. 225).

du fluide (p), la pression capillaire Π à l'intérieur de ce fluide est définie par la relation suivante (¹) :

$$\Pi = P + A_{p0}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) + \psi, \tag{5}$$

relation dans laquelle ψ est défini de la manière suivante :

$$\left\{\begin{array}{l} \psi = \dfrac{1}{M_p}\left[\theta_{p0}\dfrac{\partial A_{p0}}{\partial \sigma_p} + \sum_q \theta_{pq}\dfrac{\partial(A_{pq}+A_{qp})}{\partial \sigma_p}\right] \\ (q = 1, 2, \ldots, p-1, p+1, \ldots, n). \end{array}\right. \tag{6}$$

Considérons de même deux fluides (p) et (q) en contact; désignons par Π_p la pression en un point à l'intérieur du fluide (p), et par Π_q la pression en un point du fluide (q). Soient R et R' les rayons de courbure principaux en un point choisi arbitrairement sur la surface θ_{pq} de séparation des deux fluides. Supposons ces rayons comptés positivement lorsque les centres de courbure correspondants sont à l'intérieur du fluide (p). Nous avons alors la relation suivante

$$\Pi_p - \Pi_q = (A_{pq} + A_{qp})\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) + \psi_p - \psi_q, \tag{7}$$

relation dans laquelle ψ_p et ψ_q sont définis de la manière suivante :

$$\left\{\begin{array}{l} \psi_p = \dfrac{1}{M_p}\left[\theta_{p0}\dfrac{\partial A_{p0}}{\partial \sigma_p} + \sum_r \theta_{pr}\dfrac{\partial(A_{pr}+A_{rp})}{\partial \sigma_p}\right] \\ (r = 1, 2, \ldots, p-1, p+1, \ldots, n), \\ \psi_q = \dfrac{1}{M_q}\left[\theta_{q0}\dfrac{\partial A_{q0}}{\partial \sigma_q} + \sum_s \theta_{qs}\dfrac{\partial(A_{qs}+A_{sq})}{\partial \sigma_q}\right] \\ (s = 1, 2, \ldots, q-1, q+1, \ldots, n). \end{array}\right. \tag{8}$$

Dans le cas particulier où les poids M_p, M_q sont très grands, où la surface θ_{pq} est très peu courbée, ces relations se réduisent à

$$\Pi = P, \tag{9}$$

$$\Pi_p = \Pi_q. \tag{10}$$

Tels sont les principes fondamentaux de l'application de la Thermodynamique aux phénomènes capillaires. Ces principes permet-

---

(¹) *Applications, etc.*, égalités (19) à (22) (*Annales de l'École Normale supérieure*, 3ᵉ série, t. II, p. 229).

tent de rattacher à la théorie de la capillarité un certain nombre de phénomènes qui, tout d'abord, semblent échapper aux prises de cette science. Ils permettent d'établir une théorie complète des phénomènes connus sous le nom de *retards d'ébullition*. Ils s'appliquent également aux phénomènes de surfusion et de sursaturation; dans cet ordre de phénomènes, ils permettent de rattacher les propriétés des corps isomorphes à certaines autres propriétés de la solubilité de ces corps. Nous allons voir maintenant qu'ils sont susceptibles de fournir quelques indications sur les corps hygrométriques.

II. *Condensation de la vapeur d'eau par les corps lisses.* — Supposons tout d'abord qu'un corps parfaitement lisse, de surface très étendue et très peu courbée, soit en contact avec une atmosphère de vapeur d'eau. Le système ainsi constitué possède un certain potentiel thermodynamique sous pression constante; la valeur de ce potentiel peut se déduire de la formule générale (1); elle est donnée par l'égalité suivante

$$(11)\quad \left\{ \begin{aligned} \Phi = {} & M_1[E(u_1 - Ts_1) + P\sigma_1] \\ & + M_3[E(u_3 - Ts_3) + P\sigma_3] + A_{10}\theta_{10} + (A_{13} + A_{31})\theta_{13}, \end{aligned} \right.$$

dans laquelle E représente l'équivalent mécanique de la chaleur, T la température absolue, P la pression normale uniforme que supporte le système, M_3 le poids du solide, u_3 et s_3 l'énergie et l'entropie de 1^{kg} de ce solide supposé pris dans l'état qu'il présente loin des surfaces terminales, σ_3 le volume spécifique du solide dans les mêmes conditions, M_1 le poids de la vapeur, u_1 et s_1 l'énergie et l'entropie de 1^{kg} de vapeur prise dans l'état qu'elle présente loin des surfaces terminales, σ_1 le volume spécifique de la vapeur dans les mêmes conditions, θ_{10} la surface de contact de la vapeur avec la surface qui limite le système, A_{10} une constante particulière à la vapeur, θ_{13} la surface de contact du solide et de la vapeur, A_{13} et A_{31} deux constantes qui dépendent de la nature du liquide et de la nature de la vapeur.

Supposons qu'une certaine quantité de vapeur se condense, sous la pression que possède la vapeur dans l'enceinte considérée, de manière à former à la surface du solide une couche liquide d'épaisseur très faible ε. Le poids du liquide qui forme cette

couche sera

$$M_2 = \frac{\varepsilon\theta_{13}}{\sigma_2},$$

σ_2 désignant le volume spécifique du liquide loin des surfaces terminales; cette expression suppose que l'épaisseur ε, tout en étant petite, est incomparablement plus grande que l'épaisseur λ de la couche liquide voisine des surfaces terminales à l'intérieur de laquelle le liquide possède une constitution différente de celle qu'il possède loin des surfaces terminales.

Ce phénomène ne fait pas varier la surface θ_{13}, mais cette surface devient surface de contact du solide et du liquide. D'après un théorème de M. Bertrand, la surface θ_{12} qui sépare le liquide de la vapeur a pour valeur

$$\theta_{12} = \theta_{13} + \varepsilon \mathrm{S}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) d\theta_{13};$$

$d\theta_{13}$ désigne, dans cette égalité, un élément de la surface θ_{13}; R et R' désignent les rayons de courbure principaux en un point de cet élément et le signe S indique une sommation qui s'étend à tous les éléments $d\theta_{13}$ de la surface θ_{13}; comme R et R' sont supposés très grands, cette égalité se réduit à

$$\theta_{12} = \theta_{13}.$$

La surface θ_{10} étant supposée très peu courbée, on peut négliger sa variation; la masse de la vapeur étant en outre supposée très grande, on peut, d'après la formule (9), regarder la pression à l'intérieur de la vapeur comme constamment égale à la pression externe P; les quantités u_1, s_1, σ_1 ne varient donc pas dans la modification considérée. Enfin, nous regarderons l'état interne du solide comme invariable, en sorte que les quantités u_3, s_3, σ_3 seront traitées comme des constantes.

La valeur du potentiel thermodynamique du système, après la modification considérée, sera alors

$$(12)\quad \left\{\begin{aligned} \Phi' = {} & \left(M_1 - \frac{\theta_{13}\varepsilon}{\sigma_2}\right)[E(u_1 - Ts_1) + P\sigma_1] \\ & + \frac{\theta_{13}\varepsilon}{\sigma_2}[E(u_2 - Ts_2) + P\sigma_2] \\ & + M_3[E(u_3 - Ts_3) + P\sigma_3] \\ & + A_{10}\theta_{10} + [(A_{12} + A_{21}) + (A_{23} + A_{31})]\theta_{13}. \end{aligned}\right.$$

Posons, pour abréger,

$$(13)\qquad \begin{cases} \varphi_1 = E(u_1 - Ts_1) + P\sigma_1, \\ \varphi_2 = E(u_2 - Ts_2) + P\sigma_2, \end{cases}$$

et nous aurons, en vertu des égalités (11) et (12),

$$(14)\quad \Phi' - \Phi = (\varphi_2 - \varphi_1)\frac{\theta_{13}\varepsilon}{\sigma_2} + [(A_{12}+A_{21})+(A_{23}+A_{32})-(A_{13}+A_{31})]\theta_{13};$$

φ_1 est le potentiel thermodynamique de 1^{kg} de vapeur pris au sein d'une quantité de vapeur très considérable soumise à la pression P, et portée à la température T. Pour avoir la signification exacte de φ_2, il faut connaître la pression Π_2 qui règne au sein de la couche liquide ; car u_2, s_2, σ_2 sont l'énergie, l'entropie, le volume de 1^{kg} du liquide pris au sein d'une masse liquide très considérable soumise, non à la pression P, mais à la pression Π_2.

D'après les formules (7) et (8), les surfaces θ_{13} étant très peu courbées, on a

$$\Pi_2 = P + \frac{\sigma_2}{\varepsilon\theta_{13}}\left[\theta_{12}\frac{\partial(A_{12}+A_{21})}{\partial\sigma_2} + \theta_{13}\frac{\partial(A_{23}+A_{32})}{\partial\sigma_2}\right].$$

D'ailleurs, on a

$$\theta_{12} = \theta_{13}$$

et, comme la surface θ_{13} est invariable, on peut écrire

$$(15)\qquad \Pi_2 = P + \frac{\sigma_2}{\varepsilon}\frac{\partial}{\partial\sigma_2}[(A_{12}+A_{21})+(A_{23}+A_{32})].$$

Nous pouvons écrire

$$(16)\qquad \varphi_2 = E(u_2 - Ts_2) + \Pi_2\sigma_2 + (P - \Pi_2)\sigma_2.$$

La quantité

$$\psi_2 = E(u_2 - Ts_2) + \Pi_2\sigma_2$$

est le potentiel thermodynamique sous pression constante de 1^{kg} du liquide pris au sein d'une masse considérable du liquide soumise à la pression Π_2.

Soit ψ le potentiel thermodynamique de 1^{kg} du liquide pris au sein d'une masse liquide considérable sous la pression Π. Soit σ le volume de 1^{kg} de liquide dans les mêmes conditions. D'après une

propriété connue du potentiel thermodynamique [1]

$$\frac{\partial\psi}{\partial\Pi} = \sigma.$$

On a donc, en désignant par f_2 le potentiel de 1^{kg} du liquide pris au sein d'une masse liquide considérable soumise à la pression P,

$$\psi_2 = f_2 + \int_P^{\Pi_2} \sigma\, d\Pi,$$

ou bien, en désignant par ς la valeur du volume spécifique du liquide sous une certaine pression comprise entre P et Π_2

$$\psi_2 = f_2 + \varsigma(\Pi_2 - P).$$

L'égalité (16) devient alors

$$\varphi_2 = f_2 + (\sigma_2 - \varsigma)(P - \Pi_2). \tag{17}$$

En tenant compte des égalités (15) et (17), l'égalité (14) devient

$$\left\{\begin{aligned} \Phi' - \Phi = {} & (f_2 - \varphi_1)\frac{\theta_{13}\varepsilon}{\sigma_2} \\ & + [(A_{12} + A_{21}) + (A_{23} + A_{32}) - (A_{13} + A_{31})]\theta_{13} \\ & + (\varsigma - \sigma_2)\theta_{13}\frac{\partial}{\partial\sigma_2}[(A_{12} + A_{21}) + (A_{23} + A_{32})]. \end{aligned}\right. \tag{18}$$

Le solide est dans un état que l'on suppose invariable; il en est de même de la vapeur si l'on suppose que la pression P et la température T soient données. La quantité

$$A_{13} + A_{31}$$

est donc une simple fonction de P et de T. Au contraire, les quantités $(A_{12} + A_{21})$, $(A_{23} + A_{32})$ dépendent de l'état interne du liquide, c'est-à-dire de Π_2 ou de σ_2.

Il est aisé de voir que

$$[(A_{12} + A_{21}) + (A_{23} + A_{32})] + \frac{\partial}{\partial\sigma_2}[(A_{12} + A_{21}) + (A_{23} + A_{32})](\varsigma - \sigma_2) \tag{19}$$

représenterait, si ς différait infiniment peu de σ_2, la valeur que

[1] P. Duhem, *Le potentiel thermodynamique*, égalité (13), p. 11.

prendrait la quantité

$$(A_{12} + A_{21}) + (A_{23} + A_{32}) \tag{20}$$

si le volume spécifique interne du liquide passait de la valeur σ_2 à la valeur ς. Comme, en réalité, ς diffère certainement peu de σ_2, on peut regarder la quantité (19) comme la valeur que prend la quantité (20) lorsque le volume spécifique interne du liquide prend une valeur ς' voisine de ς. On peut alors écrire l'égalité (18) de la manière suivante :

$$(21) \quad \left\{ \begin{aligned} \Phi' - \Phi = {} & (f_2 - \varphi_1)\frac{\theta_{13}\varepsilon}{\sigma_2} \\ & + [(A_{12} + A_{21}) + (A_{23} + A_{32}) - (A_{13} + A_{31})]\theta_{13}. \end{aligned} \right.$$

Dans le dernier terme, le solide est supposé avoir l'état interne invariable que nous lui attribuons ; la vapeur présente l'état interne qui correspond à la valeur σ_1 du volume spécifique ; le liquide présente l'état interne qui correspond à la valeur ς' du volume spécifique ; cette dernière quantité ς' dépend de ε d'une manière qui nous est d'ailleurs inconnue.

Discutons cette expression en nous bornant au cas où, quel que soit ς', on a l'inégalité

$$(A_{12} + A_{21}) + (A_{23} + A_{32}) - (A_{13} + A_{31}) < 0. \tag{22}$$

Deux cas sont à considérer, suivant que $f_2 - \varphi_1$ est positif ou négatif.

Si $f_2 - \varphi_1$ est négatif, $\Phi' - \Phi$ sera négatif, quel que soit ε ; quelle que soit l'épaisseur de la couche liquide déposée à la surface du solide, la vapeur pourra continuer à se condenser ; ce résultat n'a rien d'étonnant, car l'inégalité $f_2 - \varphi_1 < 0$ exprime que la vapeur a dépassé son point de saturation.

Si, au contraire, $f_2 - \varphi_1$ est positif, la vapeur n'est pas saturée. Dans ce cas $\Phi' - \Phi$ est certainement négatif pour les valeurs de ε inférieures à une certaine limite η.

Pour $\varepsilon = 0$, la formule (21) semble donner pour $\Phi' - \Phi$ une valeur finie. Mais on doit remarquer que les raisonnements qui conduisent à l'égalité (11) ne s'appliquent ni au cas où $\varepsilon = 0$, ni lorsque ε n'est pas considérable par rapport à la quantité λ. Si l'on se reporte à l'origine de $\Phi' - \Phi$, on voit que, pour $\varepsilon = 0$, $\Phi' - \Phi = 0$.

Supposons maintenant que ε ait une valeur sensible; la pression Π_2 à l'intérieur du liquide est sensiblement égale à P, et par conséquent sensiblement constante; il en est par conséquent de même de la quantité

$$(A_{12}+A_{21})+(A_{23}+A_{32})-(A_{13}+A_{31}).$$

Alors la quantité $\Phi'-\Phi$ va certainement en croissant en même temps que ε; pour une valeur suffisante de ε, elle est certainement positive.

Les résultats précédents nous montrent que, lorsque ε part de zéro pour augmenter indéfiniment, Φ' part de la valeur Φ, diminue tout d'abord jusqu'à ce que ε prenne une certaine valeur e, puis augmente indéfiniment.

Φ' étant inférieur à Φ pour les valeurs de ε inférieures à e, une couche de vapeur peut se condenser au contact du solide pour former une couche de très faible épaisseur. Lorsque ε prend la valeur e, Φ' passe par un minimum; l'état du système à ce moment est donc un état d'équilibre stable; ainsi, dans le cas où l'inégalité (22) est constamment vérifiée, l'état d'équilibre stable du système se produit au moment où une couche liquide est condensée à la surface du solide, alors même que la vapeur n'est pas saturée dans l'espace environnant.

L'épaisseur e de cette couche est certainement très faible, puisque, lorsque ε prend une valeur notable, Φ' croît en même temps que ε. Il se peut même que e soit inférieur à λ.

Comment varie cette épaisseur e avec la tension de la vapeur qui environne le solide?

La quantité

$$(A_{12}+A_{21})+(A_{23}+A_{32})-(A_{13}+A_{31})$$

dépend certainement de la tension P de la vapeur; mais, si cette pression varie entre des limites peu étendues, il paraît vraisemblable que cette quantité sera à peu près indépendante de la pression de la vapeur. On pourra alors la regarder comme une simple fonction de ε.

Alors la valeur e de ε pour laquelle $\Phi'-\Phi$, donné par l'égalité (21), passe par un minimum sera d'autant plus petite que $f_2-\Phi_1$ sera plus grand en valeur absolue, c'est-à-dire que la vapeur sera

plus éloignée de son point de saturation. L'épaisseur de la couche liquide condensée à la surface d'un corps hygrométrique est donc d'autant plus faible que la tension de la vapeur dans l'atmosphère est elle-même plus faible. Ce résultat peut être regardé comme l'explication théorique de la méthode imaginée par Rudberg pour dessécher les enveloppes de verre.

Ainsi se trouvent expliquées les propriétés fondamentales des corps hygrométriques. Quels sont les corps qui possèdent ces propriétés? ou, en d'autres termes, quels sont les corps qui vérifient l'inégalité (22)?

La quantité

$$A_{12} + A_{21}$$

est certainement positive, en vertu de l'inégalité (3).

L'inégalité (22) ne peut donc être vérifiée que si la quantité

$$(A_{13} + A_{31}) - (A_{23} + A_{32})$$

est positive et supérieure à

$$A_{12} + A_{21}.$$

Or le cosinus de l'angle i de raccordement du solide et du liquide a pour valeur, d'après l'égalité (4),

$$\cos i = \frac{(A_{13} + A_{31}) - (A_{23} + A_{32})}{A_{12} + A_{21}}.$$

Donc, si l'inégalité (22) est vérifiée, $\cos i$ est supérieur à l'unité; i est imaginaire ; dans ce cas, on sait qu'il n'y a plus raccordement entre le solide et le liquide; le liquide s'étend sous forme d'une couche très mince à la surface du solide. On dit alors que le liquide *mouille* le solide. Nous pouvons donc énoncer la proposition suivante :

Les corps lisses hygrométriques sont ceux qui sont mouillés par l'eau.

Le verre est un corps lisse éminemment hygrométrique; les expériences de capillarité ont amené depuis longtemps les physiciens à regarder le verre comme mouillé par l'eau. Le verre offre donc un exemple de la règle que nous venons d'énoncer.

III. *Condensation de la vapeur d'eau par les corps poreux.* — Il nous reste à démontrer, pour compléter ces remarques, qu'un corps qui n'est pas hygrométrique lorsqu'il présente une surface lisse peut devenir hygrométrique lorsque sa surface est criblée de petites cavités.

Considérons un corps solide dont la surface, très peu courbée, est criblée d'un grand nombre de cavités fort petites. Supposons qu'à la surface de ce corps solide la vapeur d'eau vienne se condenser, de manière que le liquide remplisse toutes les petites cavités et forme en outre, à la surface du solide, une couche régulière d'épaisseur ε. Calculons la variation $\Phi' - \Phi$ qui en résulte pour le potentiel thermodynamique du système.

Ce calcul se fera comme dans le cas où la surface du corps est parfaitement lisse; il faudra seulement remarquer :

1° Que les deux surfaces θ_{13} et θ_{23} sont encore égales entre elles, mais que les surfaces θ_{12} et θ_{13} ne sont plus égales. On a évidemment

$$\theta_{12} = \theta_{12} + \Theta,$$

Θ désignant la somme des surfaces internes des cavités qui viennent s'ouvrir à l'extérieur, diminuée de la somme des aires des orifices de ces cavités; cette quantité Θ est certainement positive.

Posons

$$K = \frac{\Theta}{\theta_{12}}.$$

La quantité K sera une constante positive, et nous aurons

$$\theta_{13} = \theta_{12}(1 + K).$$

2° Que le poids du liquide a pour valeur

$$\frac{\theta_{12}\varepsilon + V}{\sigma_2},$$

V étant la somme des volumes des cavités.

Il en résulte que $\Phi' - \Phi$ n'est plus donné par l'égalité (21), mais par l'égalité

$$(23) \quad \left\{ \begin{aligned} \Phi' - \Phi = (f_2 - \varphi_1) \frac{\theta_{12}\varepsilon + V}{\sigma_2} \\ + \{(A_{12} + A_{21}) + [(A_{23} + A_{32}) - (A_{13} + A_{31})](1 + K)\}. \end{aligned} \right.$$

On voit aisément que, pour que le corps soit hygrométrique, il

suffit que l'on ait l'inégalité

$$(24)\qquad (A_{12}+A_{21})+[(A_{23}+A_{32})-(A_{13}+A_{31})](1+K)<0.$$

Considérons un corps avec lequel l'eau se raccorde sous un angle aigu, mais sans mouiller ce corps. On aura alors, en vertu de l'inégalité (3) et de l'égalité (4),

$$A_{12}+A_{21}>0,$$
$$(A_{23}+A_{32})-(A_{13}+A_{31})<0,$$
$$(A_{12}+A_{21})+(A_{23}+A_{32})-(A_{13}+A_{31})>0.$$

Le corps considéré ne sera donc pas hygrométrique s'il présente une surface lisse; mais, si K est suffisamment grand, on pourra avoir

$$(A_{12}+A_{21})+[(A_{23}+A_{32})-(A_{13}+A_{31})](1+K)<0.$$

Donc, tout corps avec lequel l'eau se raccorde sous un angle aigu lorsqu'il présente une surface lisse pourra devenir hygrométrique si sa surface est criblée de cavités suffisamment petites et suffisamment nombreuses.

On voit donc que la Thermodynamique permet d'expliquer les propriétés les plus saillantes des corps hygrométriques et met de plus en évidence certaines corrélations inattendues entre ces propriétés et la valeur de l'angle de raccordement de l'eau avec le corps considéré (1).

SUR LA DÉVIATION DES LIGNES ÉQUIPOTENTIELLES ET LA VARIATION DE RÉSISTANCE DU BISMUTH DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE;

PAR M. A. LEDUC.

Les expériences dont je vais rendre compte ont eu pour but de remplacer la formule grossièrement approchée $D = kM(1 - at)$

(1) Dans un Mémoire dont la publication est postérieure à la rédaction de la présente Note, et dont un résumé étendu a paru dans ce volume (p. 83), M. Bunsen a démontré expérimentalement que l'eau formait à la surface du verre, dans une atmosphère non saturée, une couche liquide très mince dont il a pu évaluer l'épaisseur. L'accord qui existe entre les phénomènes étudiés par M. Bunsen et les prévisions de la théorie fournit une heureuse confirmation de celle-ci.

que j'avais indiquée dans un précédent travail ([1]) par une autre plus exacte et de déterminer à $\frac{1}{100}$ ou $\frac{2}{100}$ près le coefficient k pour le bismuth.

Disposition des expériences.

J'ai opéré sur une lame de bismuth de 54^{mm} de longueur, de 32^{mm} de largeur, et dont l'épaisseur moyenne calculée d'après sa résistance serait de $0^{mm},0233$.

Soient A, B, G, H les milieux des côtés de la lame. Deux pinces fixées en A et B servent d'électrodes au courant qui traverse le métal dans le sens de la longueur. Deux autres pinces fixées en G et H, mais isolées du métal au moyen de mica, portent de petits ressorts dont les extrémités, munies de têtes arrondies, viennent s'appuyer en deux points E et F de la ligne GH. Ces deux points sont sensiblement au même potentiel. Le tout plonge dans une cuve étroite remplie d'eau distillée, afin d'atténuer le plus possible l'échauffement dû au courant qui traverse la lame. Cette cuve est placée entre les armatures d'un électro-aimant distantes de $0^{m},03$. J'ai vérifié que le champ est sensiblement uniforme dans la région occupée par la lame. Il s'élève à 10 000 C.G.S. lorsqu'on anime l'électro-aimant par un courant de 38 ampères.

Soit D la déviation que subit la ligne équipotentielle passant par E dans un champ magnétique d'intensité M, à la température t°, et représentons par d la distance EF, par ρ la résistance de la lame par centimètre de longueur, et par I l'intensité du courant qui la traverse. Il s'établira entre les deux points E et F une différence de potentiel e donnée par la formule

$$e = \mathrm{I}\rho d \operatorname{tang} \mathrm{D}.$$

Cette différence de potentiel est mesurée par la méthode de réduction à zéro, au moyen de l'électromètre de M. Lippmann.

Afin d'éviter la correction due au magnétisme rémanent et de doubler l'effet à mesurer, j'ai toujours opéré par renversement du magnétisme de l'électro-aimant.

([1]) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 133.

Variations de la résistance du bismuth.

Remarquons d'abord que la résistance varie avec la température et aussi avec l'intensité M du champ, ainsi que je l'ai observé pour la première fois il y a deux ans.

Pour étudier ces variations, j'ai employé deux méthodes qui m'ont donné des résultats bien concordants. Dans une première série d'expériences, la lame était placée dans l'une des branches d'un pont de Wheatstone; dans une autre série, j'ai observé la différence de potentiel établie entre deux points situés sur la ligne AB par un courant d'intensité donnée.

Voici, par exemple, des nombres tirés de deux expériences; r désigne la résistance en unités britanniques d'une longueur de $19^{mm},5$ de la lame ci-dessus.

t^o.	M.	r.
14°	0000	0,0333
»	5000	0354
»	10000	0387

M.	t^o.	r.
120	7°,0	0,0344
»	19,0	0331
»	38,5	0321
»	54,5	0314
»	67,0	0309

Les résultats que j'ai obtenus ont été bien représentés par des formules paraboliques de la forme

$$r = r_0(1 + aM + bM^2 - cM^3),$$
$$r_t = r_0(1 - pt + qt^2),$$

et j'ai trouvé, pour les coefficients a, b, c, p, q, les valeurs moyennes suivantes :

$$a = 277 \times 10^{-8},$$
$$b = 228 \times 10^{-11},$$
$$c = 105 \times 10^{-15}.$$

La résistance ρ_0 de la lame par centimètre de longueur à 0° hors du champ magnétique est, d'après ces expériences, $0^{UB},0183$.

Phénomène de Hall.

L'angle D ne dépasse pas 5°; on peut donc remplacer la tangente par l'angle lui-même.

Admettons que les variations de résistance étudiées ci-dessus soient indépendantes l'une de l'autre et posons

$$\varphi(M,t) = (1 + aM + bM^2 - cM^3)(1 - pt + qt^2) \quad \text{et} \quad \delta = \frac{e}{I\rho_0 d};$$

nous pouvons écrire

$$D = \frac{e}{I\rho d} = \frac{e}{I\rho_0 d[\varphi(Mt)]} = \frac{\delta}{\varphi(M,t)}.$$

Il ne reste plus qu'à étudier la fonction δ. Trois séries d'expériences ont été faites, afin d'établir l'influence de l'intensité M du champ magnétique, de la température t° et de l'intensité I du courant qui traverse la lame.

J'ai fait varier en outre d. Bien que l'expression δ m'ait paru indépendante de cette grandeur, je me propose de répéter ces expériences sur un nouvel échantillon de bismuth, afin d'éviter les perturbations que peut produire le défaut d'homogénéité de cette lame, qui a servi à de nombreux essais.

1° *Variation de* M. — Dans une première série d'expériences, la température t° et l'intensité I sont restées sensiblement invariables, tandis que l'intensité du champ magnétique s'est élevée de 1000 à 9500 C. G. S.

Dans le Tableau ci-après, extrait de l'une de ces expériences, la différence de potentiel e est mesurée en unités arbitraires; pour l'obtenir en volts, il suffira de multiplier les nombres inscrits dans cette colonne par $\frac{1,1}{20000 + e}$; l'intensité I est exprimée en ampères; elle est mesurée par la différence de potentiel prise aux extrémités d'un gros fil dont la résistance est 0,0863. L'intensité du magnétisme est mesurée au moyen du magnétomètre à mercure précédemment décrit [1].

---

[1] *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences* du 28 juillet 1884.

d.	t.	M.	I.	e.	δ_1.
mm	°				
27	11,0	1650	4,17	87,0	163,0
»	10,0	2680	4,16	129,0	164,2
»	9,5	3000	4,15	140,5	164,9
»	9,0	3420	4,14	153,0	164,3
»	8,5	3940	4,03	163,0	164,1
»	15,0	5400	4,10	198,0	166,0
»	15,0	6100	4,10	212,0	165,4

J'ai tracé une courbe en prenant comme abscisses les valeurs du champ et pour ordonnées celles de $\frac{e}{I}$. Cette courbe est bien représentée par l'équation

$$\frac{e}{I} = \mu M(1 - \alpha M + \beta M^2),$$

dans laquelle

$$\alpha = 91 \times 10^{-6},$$
$$\beta = 316 \times 10^{-11}.$$

On voit, en effet, dans la dernière colonne que l'expression $\delta_1 = \frac{\delta \times 10^{-7}}{M(1 - \alpha M + \beta M^2)}$ est sensiblement constante; ses variations peuvent être attribuées à la différence des températures auxquelles sont faites les diverses lectures.

2° *Variation de* I. — Dans une expérience où j'ai maintenu constantes, autant que possible, l'intensité du champ et la température, j'ai obtenu les nombres suivants :

t.	M.	I.	e.	δ_1.
°				
13,0	3560	4,12	158,0	168,6
15,0	3240	4,13	149,0	168,6
13,0	3510	3,59	136,0	167,7
15,5	3270	3,61	130,5	167,9
13,0	3460	3,02	113,5	167,8
15,0	3300	3,04	110,0	166,9
14,0	3400	1,76	65,0	166,9
14,5	3340	1,75	64,0	167,3
14,5	3370	1,13	41,5	167,0

Les nombres de la dernière colonne s'élèvent légèrement en même temps que I augmente; mais la différence de 1 pour 100 qui existe entre le premier et le dernier de ces nombres peut être attribuée à

l'échauffement que subit la lame traversée par le courant, quoiqu'elle soit plongée dans l'eau. Il suffit, en effet, d'une élévation de température de 2° pour produire une semblable augmentation. Nous admettrons donc que la déviation D est absolument indépendante de l'intensité I.

3° *Variation de t°*. — Enfin plusieurs expériences ont été faites avec des valeurs différentes de M, dans lesquelles j'ai fait varier la température entre 0° et 70°. J'ai consigné dans le Tableau ci-dessous les valeurs de δ_1 calculées au moyen de la formule précédente.

d.	*t*°.	M.	I.	*e*.	δ_1.
mm 25,5	70	3900	4,92	188	164,0
»	25	3800	4,93	199	170,0
»	40	3730	4,97	198	169,4
»	62	3670	5,04	183	156,6

Ces résultats sont bien représentés par la formule

$$\delta_1 = 158(1 + mt - nt^2),$$

dans laquelle

$$m = 0{,}00541, \qquad n = 0{,}000093.$$

Conclusion.

On peut donc représenter δ par la formule suivante

$$\delta = k\mathrm{M}(1 - \alpha\mathrm{M} + \beta\mathrm{M}^2)(1 + mt - nt^2)$$

et, par suite,

$$\mathrm{D} = \frac{\delta}{\varphi(\mathrm{M}t)} = k\mathrm{M}\frac{(1 - \alpha\mathrm{M} + \beta\mathrm{M}^2)(1 + mt - nt^2)}{(1 + a\mathrm{M} + b\mathrm{M}^2 - c\mathrm{M}^3)(1 - pq + qt^2)}$$

ou enfin

$$\mathrm{D} = k\mathrm{M}(1 - \mathrm{AM} + \mathrm{BM}^2 + \mathrm{CM}^3)(1 + \mathrm{P}t - \mathrm{Q}t^2),$$

formule dans laquelle les constantes ont les valeurs suivantes :

$k = 158 \times 10^{-7}$,
$\mathrm{A} = a + \alpha = 882 \times 10^{-7}$,
$\mathrm{B} = \beta - b + a\mathrm{A} = 112 \times 10^{-11}$, $\qquad \mathrm{P} = m + p = 844 \times 10^{-5}$,
$\mathrm{C} = c + b\mathrm{A} - a\mathrm{B} = 303 \times 10^{-15}$, $\qquad \mathrm{Q} = n + q - p\mathrm{P} = 862 \times 10^{-7}$.

Cette formule montre que D atteint 5° environ dans un champ égal à 10 000. Elle n'est pas applicable au delà. On voit aussi que la déviation D est maxima à la température de 49°.

Remarque I. — M. Hall appelle *pouvoir rotatoire magnétique* l'expression

$$R = \frac{e\varepsilon}{IM},$$

dans laquelle ε désigne l'épaisseur de la lame, et il attribue à ce coefficient pour le bismuth la valeur 858×10^{-11}.

On remarquera que R varie avec la température et l'intensité magnétique. Désignons, en effet, par ρ_1 la résistance spécifique du bismuth, exprimée en ohms; on voit que

$$R = \frac{\delta\rho_1}{M},$$

et, si l'on adopte pour ρ_1 la valeur donnée par M. Mathiessen, 1312×10^{-7}, on a, d'après l'expérience ci-dessus,

$$R = 207 \times 10^{-11}(1 - \alpha M + \beta M^2)(1 + mt - nt^2).$$

Eu égard à la température, on voit que R prend une valeur maxima vers 29°.

La valeur de R est toujours inférieure à 240×10^{-11} et devient trois fois plus petite dans un champ égal à 15000. Le coefficient donné par M. Hall serait donc beaucoup trop fort. Je me propose d'examiner si une pareille différence peut tenir à quelque particularité de l'échantillon du métal employé.

Quelques expériences sur l'antimoine m'ont donné pour le coefficient k la valeur 44×10^{-8}, que je crois exacte à 10 pour 100 près. Il en résulte que R doit rester inférieur à 16×10^{-12}. M. Hall donne à ce coefficient une valeur sept fois plus forte

$$R = 114 \times 10^{-12}.$$

Remarque II. — On a vu plus haut que la résistance du bismuth peut augmenter de 16 pour 100 de sa valeur dans un champ magnétique égal à 10000 C. G. S.

Cette augmentation de résistance est due en partie à la déviation des lignes équipotentielles; la résistance doit être multipliée, en

effet, par $\frac{1}{\cos D}$. Mais il est facile de voir que ce coefficient ne dépasse pas ici 1,005. Il faut donc chercher l'explication de ce phénomène dans le changement de structure du métal qui produit aussi la déformation du champ électrique de la lame.

Quoi qu'il en soit, je me suis proposé d'étudier cette variation sur des échantillons de bismuth préparés de diverses manières, afin de l'appliquer à la mesure des champs magnétiques.

Je me bornerai à indiquer ici que la formule parabolique adoptée plus haut doit être remplacée, si l'on veut dépasser les limites entre lesquelles elle a été établie, par la formule hyperbolique

$$z^2 + \beta z - \alpha M^2 = 0,$$

dans laquelle z est le rapport $\frac{r_n - r_0}{r_0}$, et α et β des constantes que l'on devra déterminer au moyen de deux expériences. Cela fait, on calculera aisément l'intensité M du champ qui produit une variation donnée de la résistance par la formule

$$M = \sqrt{\frac{z(z+\beta)}{\alpha}}.$$

E.-H. HALL. — On the rotation of the equipotential lines of an electric current by magnetic action (Rotation des lignes équipotentielles dans un champ magnétique); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XIX, p. 419; 1885.

M. Hall a repris depuis 1883 un certain nombre de ses premières expériences (1), en y apportant plus de précision. En particulier, il prend le soin, ainsi que j'en ai indiqué moi-même la nécessité (2), de plonger la lame sur laquelle il opère dans une cuve étroite remplie d'eau que l'on peut renouveler. La lame, collée sur verre au moyen d'un mélange de résine et de cire d'abeilles, a, en général, $0^m,01$ de large et $0^m,03$ de long.

L'intensité magnétique M est déterminée au moyen d'une petite bobine que l'on enlève subitement du champ magnétique et qui

---

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 509.
(2) *Comptes rendus*, 17 mars 1884.

est reliée à un galvanomètre balistique. Le courant longitudinal C dans la lame est mesuré par une boussole des tangentes, et le courant transverse par un galvanomètre de Thomson dont la constante est déterminée fréquemment au moyen d'un courant connu.

Les résultats sont donnés en unités absolues; mais on peut constater entre certains nombres déterminés dans des conditions identiques des différences atteignant 6 pour 100. D'ailleurs, certaines erreurs peuvent affecter les mesures : on connaît imparfaitement :

1° L'épaisseur des lames (l'erreur peut atteindre 5 pour 100);

2° La surface du toron qui sert à mesurer l'intensité magnétique;

3° L'intensité de la composante horizontale du magnétisme terrestre;

4° La constante du galvanomètre;

5° L'effet exercé par l'électro-aimant sur le galvanomètre de Thomson (à la distance de 50 pieds).

1° *Cuivre, zinc et leurs alliages.* — L'auteur a étudié six feuilles dont l'épaisseur était comprise entre $0^{mm},03$ et $0^{mm},1$ et dont la composition a été déterminée avec soin. Le champ magnétique est resté compris entre 5560 et 6210.

Soient E la différence de potentiel que prennent les électrodes parasites dans le champ magnétique, D l'épaisseur de la lame de métal; le pouvoir rotatoire R est défini par $\frac{DE}{CM}$. M. Hall obtient les résultats suivants :

	Composition.					
	Cuivre.	Zinc.	Température.	M.	C.	$R \times 10^{15}$.
A......	100,0	»	3°,0	5700	0,0617	—521
			4,8	5640	0,0819	—530
			21,5	5560	0,0876	—520
			24,5	6030	0,1906	—519
B......	81,3	18,7	25,0	5750	0,1800	—404
C......	73,0	27,0	22,8	5700	0,1830	—250
D......	67,0	33,0	25,0	5930	0,1680	—166
F......	6,0	94,0	24,0	5690	0,1780	+496
G......	»	100,0	4,4	6150	0,1860	+838
			22,4	6210	0,1870	+809
			25,0	6130	0,1850	+830

On voit que les pouvoirs rotatoires du cuivre et du zinc sont contraires, et que les alliages présentent un pouvoir rotatoire intermédiaire entre ceux de leurs composants. Mais le pouvoir rotatoire de chacun de ces alliages est plus voisin de celui du cuivre qu'il ne devrait l'être si chacun des composants conservait dans l'alliage son pouvoir rotatoire particulier.

2° *Fer et acier.* — M. Hall soumet à l'expérience une lame de fer doux dont l'épaisseur est de $0^{mm},041$. Contrairement à l'opinion qu'il avait émise autrefois, le pouvoir rotatoire de ce métal paraît varier fort peu avec M; celui du nickel, au contraire, diminue considérablement pour les grandes intensités magnétiques.

Le pouvoir rotatoire de l'acier non trempé vaut une fois et demie, et celui de l'acier trempé 4 fois celui du fer doux.

Une partie de l'effet produit sur l'acier est permanente; on peut l'évaluer à 5 pour 100 pour l'acier non trempé et $1\frac{1}{2}$ pour 100 seulement pour l'acier trempé.

Le fer, ainsi que l'or, n'ont donné aucune trace d'effet permanent.

3° *Bismuth, antimoine, etc.* — M. Hall a opéré sur une lame de bismuth dont l'épaisseur était de 1^{mm} environ et sur une plaque d'antimoine de $1^{mm},2$. Ses résultats relatifs au bismuth concordent avec ceux que M. Righi et moi-même avons publiés antérieurement (1).

4° *Influence de la température.* — D'après un petit nombre d'observations faites entre $1^{\circ},3$ et $28^{\circ},7$ et qui d'ailleurs concordent souvent assez peu (*voir* le Tableau ci-dessus), M. Hall croit pouvoir établir que pour les métaux non magnétiques, tels que le cuivre et le zinc, le pouvoir rotatoire diminue légèrement lorsque la température s'élève; il augmenterait, au contraire, pour les métaux magnétiques :

De $\frac{1}{3}$ pour 100 par degré centigrade pour l'acier,
De $\frac{2}{3}$ pour 100 par degré centigrade pour le fer et le nickel,
De 1 pour 100 par degré centigrade pour le cobalt.

---

(1) *Journal de Physique*, mars 1884.

Résumé. — D'après ses dernières expériences, M. Hall donne comme pouvoirs rotatoires de divers métaux à 20° les nombres suivants :

Métaux.	$R \times 10^{11}$.
Bismuth	—8850000
Nickel	— 14740
Or	— 660
Cuivre	— 520
Cobalt	+ 2460
Fer	+ 7850
Acier doux	+ 12060
Acier trempé	+ 33000
Antimoine	+ 114000

N. B. — L'auteur ajoute quelques arguments à la réfutation de la théorie de M. Bidwell.

A. Leduc.

R.-H.-M. BOSANQUET. — On the supposed repulsion between magnetic lines of force (Sur la répulsion supposée entre les lignes de force magnétiques); *Phil. Mag.*, 5e série, vol. XVIII, p. 494; 1885.

On sait que deux aiguilles aimantées placées côte à côte, les pôles dirigés dans le même sens, se repoussent. Faraday admet, pour expliquer ce phénomène, la répulsion entre lignes de forces parallèles.

Or un anneau de fer aimanté par un courant qui parcourt un fil enroulé régulièrement sur lui n'exerce à l'extérieur aucune action, quoiqu'il soit le siège de lignes de forces circulaires d'une grande intensité. Deux semblables appareils, suspendus l'un près de l'autre parallèlement, ne doivent donc montrer aucune répulsion mutuelle. C'est ce que vérifie l'auteur au moyen d'anneaux assez réguliers pour ne présenter qu'une polarité négligeable. On peut faire commencer ou cesser le courant dans les bobines, ou l'inverser sans que l'on puisse constater aucun mouvement d'approche ou d'éloignement.

La répulsion dans l'expérience de Faraday doit être liée au changement survenu dans la distribution des lignes de force, changement qui ne peut se produire dans l'expérience de M. Bosanquet.

A. Leduc.

R.-H.-M. BOSANQUET. — **On the magnetic permeability of iron and steel, with a new theory of magnetism (Perméabilité magnétique du fer et de l'acier. Nouvelle théorie du magnétisme); *Phil. Mag.*, 5ᵉ série, t. XIX, p. 73; 1885.**

L'auteur reprend et varie les expériences de M. Rowland sur l'aimantation des anneaux de fer et d'acier (1873). Le courant magnétisant est pris en dérivation sur le circuit d'une machine de Gramme et mesuré par deux galvanomètres du modèle d'Helmholtz. Le circuit induit est formé de 1 à 250 tours de fil relié à un galvanomètre balistique. Une bobine intercalée dans le circuit de ce dernier permet de produire l'induction par la terre et de faire les mesures en unités absolues. Si l'on désigne par C l'intensité du courant magnétisant, par n le nombre de tours de fil enroulés sur une longueur l, par B l'induction magnétique ou le nombre des lignes de force par unité de section, on a

$$B = 4\pi \frac{Cn}{l} \mu;$$

et, comme $4\pi Cn$ est le potentiel magnétique total (P) déterminé par la spire magnétisante

$$\mu = \frac{lB}{P}.$$

Voici un extrait des résultats de M. Bosanquet :

I. — *Anneau de fer forgé.*

Diamètre moyen : $d = 10^{cm},035$; épaisseur : $2R = 1,298$.

B.	μ.
129,7	437
3186,9	1817
6403,4	2234
11516	1615
17245	117

II. — *Acier fondu doux.*

Diamètre moyen : $d = 14^{cm},25$; épaisseur : $2R = 1,421$.

21,87	126
1825,9	248
9467,8	461
18597	90

III. — *Acier fondu dur.*

Diamètre moyen : $d = 14^{cm},25$; épaisseur : $2R = 1,621$.

12,75..........	49
645.............	67
6496.............	157
13870.............	70

Dans presque tous les anneaux de fer la valeur de l'induction magnétique est restée inférieure à 18000 ; elle a cependant dépassé dans l'un d'eux 19000.

Il ne faut pas chercher à définir les qualités d'une espèce de fer donnée. On trouve, en effet, entre les résultats obtenus avec divers anneaux du même métal, de très grandes différences qu'il faut sans doute attribuer au travail qu'ils ont subi, bien que l'on ait pris la précaution d'enlever sur le tour une épaisseur d'au moins $\frac{1}{8}$ de pouce. Il semble que les valeurs de μ ne dépendent pas des dimensions de ces anneaux.

Il est particulièrement intéressant de savoir si, dans une masse de fer, la partie centrale est plus ou moins protégée par ce qui l'entoure. La question ne présente plus ici les complications qui s'offrent dans le cas des barreaux rectilignes ou des tubes.

Si l'on forme un tableau des valeurs de l'induction dans les divers anneaux pour les diverses valeurs de la force magnétisante $\frac{B}{\mu}$, on devra constater que l'intérieur des anneaux les plus gros est aussi le plus protégé, et l'induction devra être la plus petite pour ces anneaux. Or c'est le contraire qui semble ressortir du Tableau suivant :

Valeurs de B *pour divers anneaux du même fer.*

Diamètre moyen.	Épaisseur.	Force magnétique. 0,2.	10.	50.	100.
21,500..........	2,5350	126,0	13023	16217	17148
10,035..........	1,2980	73,0	13357	15704	16677
22,100..........	1,2920	65,3	12540	16062	17090
10,735..........	0,7135	82,4	11376	15174	16134
22,725..........	0,7544	85,0	11388	13890	14837

L'anneau le plus épais présente la plus grande induction ; les plus

minces s'aimantent le moins, sauf pour les plus faibles forces magnétisantes.

Quelle que soit la cause de ces irrégularités, l'hypothèse des écrans magnétiques se trouve en désaccord avec ces résultats.

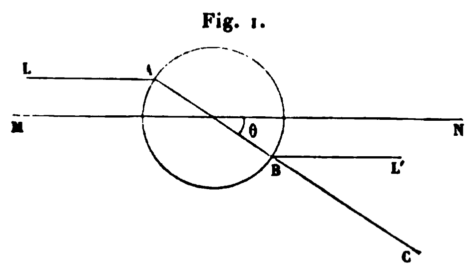
Les diverses sortes de fer n'offrent pas de différences considérables. La perméabilité de l'acier est faible au début, surtout celle de l'acier trempé; mais elle peut atteindre vingt-huit fois et demi celle du fer doux.

L'auteur ne croit pas que la théorie de Weber puisse être modifiée de manière à conduire à la formule de M. Rowland

$$\mu = A \sin \frac{B + a\mu + C}{D}.$$

Il imagine dans chaque molécule de fer un axe de transmission du magnétisme et un seul.

Fig. 1.



Dans une masse de fer il y aura peu de molécules dont les axes seront dirigés de manière à former des lignes de transmission de la force magnétique dans une direction donnée, de sorte que, pour de faibles forces magnétisantes, la perméabilité sera très petite.

Supposons que la transmission de la force se fasse bien mieux par les axes qu'au travers d'un espace quelconque; il en résulte que, si les axes des molécules ne se rencontrent pas, la transmissibilité sera bien amoindrie.

Quand l'induction magnétique augmente, des couples prennent naissance qui tendent à donner aux axes des molécules la direction des lignes de forces.

Représentons une molécule magnétique (*fig.* 1) en prenant pour plan de la figure celui que déterminent l'axe magnétique AB de cette molécule et l'axe MN de la magnétisation. Les lignes de force la traverseront suivant LABL', comme l'indique la figure.

Or la plupart des phénomènes magnétiques peuvent se représenter par une tension le long des lignes de force. Nous avons donc ici un couple dont la force n'est autre que la tension et dont le bras de levier est égal au diamètre de la molécule $\times \sin\theta$. Si les molécules obéissent à ce couple, les extrémités de leurs axes se rapprochent, ce qui diminue le chemin parcouru par les lignes de force dans l'espace intermoléculaire; d'où l'augmentation de la perméabilité.

On peut, d'après cela, représenter la résistance magnétique d'une longueur l de la substance magnétique traversée en zigzag par une sorte de longueur réduite $\frac{l}{\cos\delta}$, δ étant un angle auxiliaire qui représente l'obliquité moyenne du zigzag.

Il faut encore tenir compte de ce que les diverses sortes de fer ou d'acier ne peuvent transmettre qu'un certain nombre de lignes de force par centimètre carré.

En l'absence de toute connaissance précise, l'auteur introduit dans la perméabilité un facteur qui s'évanouit à la saturation et arrive à un système d'équations assez compliqué d'ailleurs, qui représente bien les résultats de l'expérience. A. Leduc.

C. DIETERICI. — Ueber den zeitlichen Verlauf der electrischen Rückstandsbildung im Paraffin (Influence du temps sur la formation des résidus électriques dans la paraffine); *Wied. Ann.*, t. XXV, p. 545; 1885.

L'auteur adopte la théorie des diélectriques de M. Clausius, et s'efforce d'en tirer une expression de la variation avec le temps du potentiel résiduel, expression qu'il compare à l'expérience.

M. Dieterici place une lame mince de paraffine sur le plateau circulaire inférieur d'un condensateur à lame d'air horizontal, plateau en communication constante avec le sol. Le plateau supérieur est chargé par une batterie de petits daniells *secs* de Beetz dont l'un des pôles est à la terre.

Une disposition assez compliquée permet d'interrompre à un certain moment la charge du condensateur, de le décharger, puis de mettre le plateau supérieur en communication avec un électromètre de Kirchhoff; alors on lit, de minute en minute, le potentiel

auquel le résidu charge le plateau supérieur du condensateur. La perte de charge due à la déperdition a été, pour une charge de 5 daniells, après dix minutes, de 1,2 pour 100 dans une expérience. Mais on a à lutter contre le déplacement inconnu du zéro de l'électromètre observé quinze minutes de suite.

L'auteur donne les résultats de quatre séries d'expériences où les temps de charge ont été respectivement deux minutes, dix minutes, une heure et vingt-quatre heures ; puis il expose la série des raisonnements qui l'ont conduit à la formule

$$P_t = P_0 - P_0 e^{\beta t}[1 - 2\psi(\alpha\sqrt{t})],$$

donnant le potentiel résiduel P_t en fonction du temps et du potentiel initial P_0. Cette formule renferme deux constantes α et β qui dépendent de la durée de la charge du condensateur, et une fonction ψ définie par

$$\psi(R) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{(R)} e^{-r^2} dr.$$

Les fonctions ψ ont été calculées au moyen des Tables de Kramp.

Cette formule suppose qu'on peut considérer la polarisation initiale du diélectrique comme complète ou presque complète, ce qui arrive après un long temps de charge. Cependant M. Dieterici s'en est servi pour calculer les résidus observés après un court temps de charge. L'accord du calcul et de l'expérience est parfait.

La formule précédente permet de retrouver deux propositions que les expériences de l'auteur avaient mises en évidence, à savoir :

1° Pour des temps de charge égaux, le résidu est proportionnel à la charge primitive du condensateur ;

2° Les résidus fournis par des charges égales, après des temps égaux, dépendent de la durée de la charge.

Dans la théorie qu'il donne, M. Dieterici suppose le diélectrique d'épaisseur infinie. Si l'on introduit l'épaisseur de la couche diélectrique dans les calculs, on est conduit aux fonctions θ, comme dans le passage de la chaleur à travers une lame à faces parallèles. L'auteur n'a pas réussi à mettre d'accord avec l'expérience les séries que l'on obtient ainsi, et qui sont précisément celles auxquelles Riemann est arrivé. E. Mathias.

THE AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE.

Vol. XXIX, 1er semestre de 1885.

S.-T. MORELAND. — Méthode pour montrer la formation des franges de diffraction, p. 5.

Deux règles plates minces ont un de leurs bords découpé en sinusoïde et sont attachées par deux ficelles d'égale longueur à deux points fixes qui représentent les points lumineux. On promène ces règles dans le plan, de manière à amener les profils sinusoïdaux en contact et en maintenant les ficelles tendues. Pour tous les points du plan où les sommets des deux sinusoïdes se touchent, il y a frange lumineuse; il y a au contraire frange obscure pour tous les points où les deux courbes rentrent l'une dans l'autre.

On montre ainsi mécaniquement :

1° Que la largeur des franges augmente quand la distance des deux points lumineux diminue;

2° Que la largeur des franges augmente avec la longueur d'onde de la lumière;

3° Que, pour les franges brillantes, la différence des distances avec deux sources de lumière est un multiple de la longueur d'onde, tandis qu'elle est un multiple de la demi-longueur d'onde pour les franges obscures, etc.

H. DRAPER. — Usage du sulfure de carbone dans les prismes, p. 269.

Ce travail a été rédigé par M. Barker au moyen des notes laissées par le savant dont l'Amérique et l'Europe regrettent également la mort prématurée. Dans ses travaux de spectroscopie photographique, M. H. Draper avait eu occasion de remarquer qu'un seul prisme à sulfure de carbone de M. Thollon donnait une dispersion égale aux sept huitièmes de celle d'une série de six prismes de flint, et en même temps quatre fois plus de lumière dans tout le spectre, et huit fois plus dans la région voisine de G. L'emploi du prisme Thollon à sulfure de carbone s'imposait donc pour les recherches photographiques. Mais les images étaient rarement

bonnes, par suite des différences de température dans la masse du liquide. M. Draper reconnut que, pour rendre les images excellentes, il suffisait d'agiter constamment le sulfure de carbone, au moyen d'une petite hélice commandée par un moteur électromagnétique. Il n'y avait plus alors qu'un inconvénient, résultant du déplacement de tout ce spectre par suite des variations progressives de température de l'appareil. Une variation de température de 1° C. déplaçait les raies du sodium de près de $0^m,008$. M. Draper décrit un système d'étude grâce auquel la température des prismes ne varie pas de plus de 0°,1 en sept heures; pendant ce temps, les lignes du sodium ne se déplacent que d'une quantité égale à leur distance. Avec ces dispositions, on peut donc employer le prisme à sulfure de carbone dans les recherches photographiques, même celles qui exigent les plus longues durées de pose.

TROWBRIDGE et MAC RAE. — *Élasticité de la glace*, p. 349.

Les auteurs ont essayé de déterminer le module d'élasticité de la glace en opérant sur des barreaux de glace naturelle ou artificielle, en plein air, par des températures variant de — 3° à — 13°. Trois méthodes ont été employées : on faisait vibrer, longitudinalement ou transversalement, un barreau de glace en inscrivant les vibrations à côté de celles d'un diapason, ou bien en mesurant la flexion transversale d'une barre de glace fixée à une extrémité et chargée de poids à l'autre. On a obtenu ainsi les valeurs suivantes pour le module d'élasticité :

Par les vibrations transversales	61×10^9
Par les vibrations longitudinales	86×10^9
Par la flexion transversale	84×10^9

C'est le dernier nombre auquel les auteurs accordent le plus de confiance. Il en résulte que la vitesse du son dans la glace doit être de 2900^m par seconde, soit environ neuf fois la vitesse du son dans l'air.

J. TROWBRIDGE et H.-V. HAYES. — Application de la Photographie aux mesures électriques, p. 374.

Les auteurs ont employé l'enregistrement photographique pour étudier les variations progressives d'intensité du courant fourni par une pile, et qui traverse un galvanomètre dont l'aiguille porte un miroir. Ils donnent les spécimens de deux courbes obtenues quand on ferme le circuit d'un élément Trouvé sur des résistances de 5 ohms ou de 10 ohms. La diminution rapide de la force électromotrice par suite de la polarisation est nettement mise en évidence sur ces courbes.

Vol. XXX. — 2e semestre 1885.

FLETCHER. — Détermination de l'unité britannique (B.A.U) en fonction de l'équivalent mécanique de la chaleur, p. 22.

Un courant d'intensité I traverse pendant un temps t une résistance R placée dans un calorimètre; on mesure la quantité Q de chaleur développée, et l'on a

$$Q = \frac{I^2 R t}{E},$$

E étant l'équivalent mécanique de la chaleur. De cette équation, on tirera R si l'on connaît E. Cette méthode a été déjà employée par divers auteurs, notamment Joule et Weber. M. Fletcher signale dans les déterminations antérieures quelques causes d'erreurs qu'il a évitées. Il trouve enfin que E est égal à 42068000 fois l'unité britannique (B.A.U.) exprimée en quarts de la circonférence de la Terre par seconde (ohm théorique).

En combinant ce nombre avec la valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur fournie par les déterminations de Joule et de M. Rowland, M. Fletcher trouve que l'unité britannique (B.A.U.) vaut la fraction 0,9904 de l'ohm théorique. Ce nombre paraît un peu fort, la moyenne de toutes les déterminations antérieures faites dans tous les pays de l'Europe est seulement 0,9887 (1).

(1) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 240; 1884.

H.-V. HAYES et J. TROWBRIDGE. — Cause des irrégularités dans les piles électriques, p. 34.

Les auteurs ont étudié par l'enregistrement photographique les variations progressives d'intensité des courants produits par diverses piles. La courbe de l'intensité ne montre pas d'ondulations quand la pile ne contient pas de vase poreux. Dans le cas contraire, la courbe présente de grandes ondulations sillonnées de fluctuations plus petites; les grandes ondulations sont produites par une diminution du courant qui a lieu quand les pores du vase sont remplis par la base de la dissolution saline; l'acide ne peut plus alors arriver au zinc avant d'avoir dissous cette base. Les petites fluctuations sont produites par une diminution de l'acide au pôle positif, diminution qui est due à l'endosmose électrique.

E.-L. NICHOLS. — Sensibilité de l'œil aux couleurs d'un faible degré de saturation, p. 37.

L'auteur a préparé un grand nombre de mélanges, en différentes proportions, de carbonate de magnésie parfaitement blanc avec d'autres poudres colorées, minium (rouge), chromate de plomb (jaune), oxyde de chrome (vert), outremer (bleu); il a cherché à partir de quelle proportion de matière colorante différentes personnes (31 hommes et 23 femmes) commençaient à pouvoir indiquer et reconnaître la teinte. La teinte a été distinguée dans un mélange qui, pour *cent millions* de parties de carbonate de magnésie, contient en moyenne le nombre de parties suivantes de

	Minium.	Chromate de plomb.	Oxyde de chrome.	Outremer.
Hommes..........	16	17	818	149
Femmes..........	60	33	914	108

Contrairement à l'opinion généralement reçue, les hommes apprécieraient donc les couleurs très faibles avec plus de sensibilité que les femmes, sauf pour l'outremer. On remarque que la sensibilité est beaucoup moindre pour le vert que pour les autres couleurs.

L'auteur a déterminé, d'autre part, le degré de sensibilité pour apprécier les différentes teintes d'une même couleur; pour cela il donnait aux personnes soumises à l'étude une série de tubes contenant les mélanges colorés en diverses proportions et qu'on devait ranger dans l'ordre des teintes. Sur 100 tubes gradués on en a disposé en moyenne dans l'ordre exact le nombre suivant :

	Minium.	Chromate de plomb.	Oxyde de chrome.	Outremer.
Hommes..........	87	87	93	78
Femmes..........	91	93	98	83

Au contraire de la première expérience, les femmes ont donc montré une plus grande sensibilité que les hommes pour apprécier les différentes nuances d'une même couleur, et, pour les deux sexes, la sensibilité a été la plus grande dans le vert.

T.-C. MENDENHALL. — Thermomètre différentiel à résistance, p. 114.

Ce thermomètre est destiné à indiquer la température des lieux difficilement accessibles : il se compose d'un gros thermomètre à mercure dont la tige est traversée dans toute la longueur par un fil très fin de platine; la résistance électrique du système change avec la température quand le mercure monte ou descend dans la tige, et si R_0 est la résistance à 0°, la résistance à la température t est de la forme

$$R_t = R_0 - at - bt^2,$$

où a et b sont des coefficients que l'on détermine une fois pour toutes sur l'appareil même.

L'appareil, placé par exemple à une certaine profondeur dans le sol, est relié à la station par des fils de cuivre peu résistants, de façon que l'on puisse négliger l'effet de la température sur le câble. L'avantage de ce système sur la simple bobine de fil employée dans le thermomètre électrique Siemens est que la variation de la résistance avec la température est beaucoup plus grande, ce qui permet d'obtenir toute la sensibilité désirable. Pour avoir la température au lieu où est placé le thermomètre, on n'a qu'à faire une mesure de résistance en employant un galvano-

mètre quelconque ou même un téléphone, ce qui rend l'opération beaucoup plus rapide.

S.-P. LANGLEY. — Transmission de la lumière à travers un écran de gaze, p. 210.

Dans certaines observations astronomiques on emploie souvent, pour diminuer l'intensité de la lumière, un écran de gaze composé de fils qui se croisent à angle droit. Si l'on mesure à la lumière diffuse l'absorption produite par un pareil réseau, on trouve un nombre qui correspond bien au rapport de la surface occupée par les fils opaques à la surface totale, et en superposant deux ou trois épaisseurs de gaze, la lumière transmise décroît en progression géométrique; mais on n'a pas le droit d'appliquer ces conclusions quand on observe à travers ces écrans un simple point lumineux, par exemple une étoile. Les phénomènes de diffraction interviennent alors et réduisent considérablement la quantité de lumière transmise; ainsi un écran qui laisse passer les 0,47 de la lumière diffuse réduit, quand on le place devant l'objectif d'une lunette, l'iutensité de l'image centrale d'une étoile dans le rapport de 1 à 0,175; deux épaisseurs superposées laissent passer les 0,21 de la lumière diffuse et seulement les 0,02 de la lumière de l'étoile. Dans l'emploi de pareils écrans en Astronomie, il faudra donc toujours déterminer directement la quantité de lumière transmise, et ne pas se contenter de la détermination faite à la lumière diffuse, qui donne des nombres beaucoup trop forts.

C.-A. PERKINS. — Variation de la perméabilité magnétique du nickel à différentes températures, p. 218.

L'auteur s'est proposé de déterminer par expérience, à différentes températures, la relation qui existe entre l'aimantation du nickel et la force magnétisante. Il a opéré sur trois anneaux de nickel entre — 14° et + 314° et donne des courbes qui indiquent la relation, à diverses températures, entre le coefficient d'aimantation induite et le coefficient de perméabilité magnétique. Pour une même température, la perméabilité magnétique croît d'abord avec l'aimantation induite, passe par un maximum, puis décroît. Le maximum se produit d'autant plus tôt et est d'autant plus élevé

que la température est elle-même plus haute. Ces résultats sont vrais, aussi bien pour la perméabilité totale que pour la perméabilité relative au magnétisme temporaire.

E.-H. COWLES, A.-H. COWLES et C.-F. MABERY. — Creuset électrique et réduction des oxydes de bore, de silicium, d'aluminium et d'autres corps par le charbon, p. 308.

Les auteurs emploient maintenant industriellement le procédé imaginé par W. Siemens pour réduire les oxydes par l'arc électrique dans un creuset de carbone. Avec une machine Brush, mue par une force de 40^{chx}, on obtient facilement par jour, dans le laboratoire d'essai, 25^{kg} de bronze d'aluminium à 10 pour 100. La manœuvre ne présente aucune difficulté et permet d'obtenir le bronze au tiers du prix actuel, de même pour le bronze silicié et d'autres alliages. Les auteurs se proposent d'organiser pour ce genre de traitement une usine qui emploiera une force de 1200^{chx}.

S.-P. LANGLEY. — Sur les propriétés optiques du sel gemme, p. 477.

M. Langley est parvenu à faire construire, en sel gemme parfaitement transparent, des lentilles de 75^{mm} d'ouverture et deux prismes de 60° de 64^{mm} de côté. Un seul de ces prismes montre les raies de Fraunhofer avec la même netteté qu'un prisme de flint et donne la raie du nickel entre les deux raies D, résultat qui n'avait jamais été obtenu jusqu'ici avec le sel gemme. Le seul inconvénient est qu'il faut retravailler fréquemment les surfaces qui s'altèrent très vite dès que l'air est humide.

L'auteur compte employer ces lentilles et ces prismes à l'étude de toutes les propriétés optiques du sel gemme, notamment à celle de son pouvoir absorbant pour les sources calorifiques à très basse température. Pour le moment, il donne la valeur de l'indice de réfraction du sel gemme, à la température de 24°, pour les principales raies du spectre, depuis l'ultra-violet jusqu'à l'ultra-rouge. Nous reproduisons quelques-uns de ces nombres.

Raie.	Longueur d'onde.	Indice de réfraction.
	μ	
M	0,3727	1,5749
H_1	0,3968	1,5683
F	0,4861	1,5532
D_1	0,5889	1,5442
C	0,6562	1,5405
A	0,7601	1,5367
φ	1,13	1,5305
Ω	1,32	1,5268

A. Angot.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. VII, janvier 1886.

A. Cornu. — *Étude des bandes telluriques α, B et A du spectre solaire*, p. 5.

Wiedemann. — *Note au sujet d'un Mémoire de M. Lagarde*, p. 143.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXI, février 1886.

C. Chree. — *Barres et fils d'élasticité variable*, p. 81.

W.-E. Ayrton et J. Perry. — *Enroulement des voltmètres*, p. 100.

J.-J. Hood. — *Théorie de la précipitation fractionnée*, p. 119.

G. Gore. — *Évidence de la résistance au transport dans les cellules électrolytiques*, p. 130.

W. Ramsay et Sydney Young. — *Relations thermodynamiques*, 3e partie, p. 135.

W. Sutherland. — *Intégration mécanique du produit de deux fonctions*, p. 141.

G. Gore. — *Relations de la résistance à la surface des électrodes et de divers phénomènes électriques*, p. 145.

E.-J. Mills. — *Numerics des éléments*, 2e partie, p. 151.

Mars 1886.

R. Threlfall. — *Théorie des explosions*, p. 165.

Sp. Umfreville Pickering. — *Calibrage et étalonnage des thermomètres à mercure*, p. 180.

O. Reynolds. — *Sur l'écoulement des gaz*, p. 185.

S.-W. Holman. — *Action de la température sur la viscosité de l'air et de l'acide carbonique*, p. 199.

C. v. Boys. — *Machine à résoudre les équations*, p. 241.

H.-G. Madan. — *Note sur quelques substances organiques de pouvoir réfringent considérable*, p. 245.

A.-W. Clayden. — *Note sur la détermination du volume du mercure dans un thermomètre*, p. 248.

G. Gore. — *Sur la résistance à la surface des électrodes dans les cellules électrolytiques*, p. 249.

W.-E. Ayrton et J. Perry. — *Note sur un Mémoire de M. Ramsay relatif à quelques relations thermodynamiques*, p. 255.

H. Cunynghame. — *Méthode mécanique pour résoudre les équations du second et du troisième degré, que leurs racines soient réelles ou imaginaires*, p. 260.

O. Lodge. — *Sur le siège de la force électromotrice dans les piles. Réponse à MM. Ayrton et Perry*, p. 263.

Wiedemann's Annalen.

Tome XXVII, n° 2, 1886.

C.-L. Weber. — *Conductibilité électrique de quelques alliages aisément fusibles*, p. 145.

E. Klein. — *Conductibilité électrique des sels doubles*, p. 151.

F. Streintz et E. Aulinger. — *Polarisation galvanique du plomb*, p. 178.

A. Foppl. — *Procédé pour mesurer le maximum de la polarisation galvanique*, p. 187.

A. Kundt. — *Rotation électromagnétique du plan de polarisation de la lumière dans le fer*, p. 191.

L. Sohncke. — *Rotation électromagnétique de la lumière naturelle*, p. 203.

G. Quincke. — *Mesure de la constante capillaire des liquides*, p. 219.

A. Zott. — *Perméabilité relative de divers diaphragmes; leur emploi comme cloisons dialytiques*, p. 229.

K. Noack. — *Influence de la température et de la concentration sur la fluidité des mélanges liquides*, p. 289.

A. Schrauf. — *Sur l'équivalent de dispersion du soufre*, p. 300.

A. Schrauf. — *Sur les coefficients de dilatation du soufre*, p. 315.

ÉTUDES SUR LA THÉORIE DU TÉLÉPHONE;

PAR M. E. MERCADIER.

Une étude complète du téléphone électromagnétique comporte trois recherches principales, savoir :

I. Recherches du mécanisme en vertu duquel des ondes sonores simples, comme celles des sons musicaux, ou complexes, comme celle de bruits ou de la parole articulée, font varier le champ magnétique d'un aimant où se trouve une lame de fer ou d'acier et produisent ainsi dans une hélice qui entoure l'aimant des courants induits.

II. Recherche de la nature intime de ces courants.

III. Recherche du mécanisme en vertu duquel la propagation de ces courants dans un appareil semblable au transmetteur permet de reproduire les sons ou bruits qui leur ont donné naissance, avec leur hauteur, leur timbre, leur complexité, sauf une réduction considérable d'intensité.

De ces trois genres de recherches, le second n'a guère donné lieu qu'à des études théoriques, basées sur des hypothèses relatives au mécanisme qui doit faire l'objet du premier, et à quelques expériences en vue de déterminer l'intensité des courants induits téléphoniques.

Le troisième, au contraire, a été effectué, on peut le dire, sous presque toutes les faces, au point de vue expérimental, dans le but de chercher à accroître l'intensité des effets produits. Une quantité considérable de Mémoires ont été publiés à ce sujet dans la plupart des pays du monde; mais il est à remarquer que, dans le plus grand nombre de ces recherches, on ne s'est pas servi comme transmetteur du récepteur lui-même, en profitant de sa réversibilité : on a employé des transmetteurs microphoniques à pile, dont les effets sont plus intenses, mais qui compliquent au fond les études de cette espèce.

Quoi qu'il en soit, peu de personnes ont cru devoir s'occuper de l'étude du *transmetteur* électromagnétique lui-même et de son

perfectionnement. Et l'on est étonné de lire, dans des livres scientifiques où la question du téléphone est traitée, que la théorie du téléphone électromagnétique *transmetteur* n'offre pas de difficultés! Je crois qu'il serait certainement plus exact d'affirmer que cette théorie n'a pas encore été véritablement étudiée.

Jusqu'à présent, en effet, on s'en est à peu près tenu aux explications données par M. G. Bell dans son Mémoire présenté à la Société des ingénieurs télégraphistes de Londres, le 31 octobre 1877. Or, dans ce Mémoire, si remarquable d'ailleurs, M. G. Bell a défini ce qu'il entend par courants ondulatoires, courants qui se succèdent d'une manière continue avec des intensités successivement croissantes et décroissantes; il a soutenu la nécessité de leur emploi pour reproduire, par des moyens électromagnétiques, la parole articulée; mais le mécanisme même en vertu duquel ces courants sont produits n'est pas nettement expliqué; toutes les explications à ce sujet se réduisent à dire que les courants en question sont les courants qui résultent des rapprochements et éloignements de l'armature vibrante qui est en face du pôle d'un aimant, sous l'influence des ondes aériennes produites par la voix.

Jusqu'à ce jour (du moins à ma connaissance) on n'a pas donné d'autres explications du mécanisme par lequel l'énergie sonore, renfermée dans les ondes aériennes si complexes produites par la voix humaine, est transformée en énergie électrique cinétique, sous la forme de courants induits, par suite de l'interposition, entre les ondes et le pôle d'un aimant entouré d'une hélice, d'un diaphragme en matière magnétique comme le fer ou l'acier.

Je me propose d'exposer une série de recherches expérimentales faites en vue de rendre compte, autant que possible, de ce mécanisme.

THÉORIE DU TRANSMETTEUR.

I. — Étude du diaphragme au point de vue élastique.

Bien que ce ne soit nullement nécessaire (car j'ai construit de bons téléphones avec des diaphragmes de formes diverses), le diaphragme des téléphones a ordinairement la forme d'un disque mince en fer ou en acier.

Avant de l'étudier au point de vue spécial de son application au

téléphone, il était indispensable de l'étudier en lui-même au point de vue de ses propriétés élastiques ou acoustiques.

Tel a été le but des recherches sur les vibrations des lames rectangulaires et circulaires, en fer et en acier, qui ont été publiées dans ce Journal (1). En particulier, l'étude sur les vibrations des lames circulaires, publiée en décembre 1885, répond précisément au titre ci-dessus : *Étude du diaphragme au point de vue élastique*. Je la supposerai connue dans ce qui suit :

II. — Étude du diaphragme au point de vue téléphonique.

Rappelons, avant tout, ce qu'on peut appeler la définition d'un téléphone transmetteur.

Un téléphone électromagnétique transmetteur, tel que M. G. Bell l'a réalisé après de nombreux essais, se compose essentiellement d'un diaphragme en forme de disque mince, en fer ou en acier, encastré sur ses bords, à peu de distance d'un pôle d'aimant ou d'électro-aimant entouré d'une hélice métallique.

Quand on relie les deux bouts de l'hélice à celle d'un appareil semblable, servant de *récepteur*, on reconnaît au transmetteur les caractères suivants :

1° Quand on produit des vibrations simples de l'air, dans le voisinage du disque, ces vibrations se trouvent reproduites à distance par le récepteur, avec leur *période* et une intensité beaucoup moindre;

2° Si l'on produit simultanément plusieurs vibrations simples, formant par exemple des accords, le récepteur les reproduit aussi sans altération des intervalles;

3° Si les vibrations sont plus complexes, comme celles de la parole articulée, leur articulation est reproduite, et leur timbre aussi, au moins approximativement;

4° Si l'on fait *varier d'une manière continue* la période (la hauteur) des sons, des accords ou des sons complexes correspondant à ces vibrations, le récepteur les reproduit d'une manière continue.

---

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. III, 189; IV, 541; 1884-85.

Cette continuité dans les effets produits est la propriété capitale et caractéristique du téléphone. Elle suppose évidemment dans le diaphragme du transmetteur la possibilité de mouvements très complexes et susceptibles de varier d'une manière continue dans leurs éléments. C'est le premier point à étudier.

A. *Rôle du diaphragme au point de vue élastique, relativement à la nature des mouvements qu'il effectue.* — Le diaphragme est un corps élastique susceptible de vibrer : j'appellerai *sons particuliers* ou *propres* de ce diaphragme, ceux qu'il est capable de produire (fondamental et harmoniques) en vertu de son élasticité, de sa forme géométrique, de la nature de son support, et caractérisés par l'existence de lignes nodales déterminées.

Quand on produit dans l'air, devant le diaphragme, des mouvements vibratoires simples ou complexes comme ceux qui résultent de la parole articulée, il s'agit de savoir si les mouvements qui se produisent sont ceux qui correspondent aux sons particuliers du diaphragme ou des mouvements d'une autre nature.

I. Il est à remarquer d'abord que, dans le fonctionnement ordinaire du téléphone transmetteur, le diaphragme n'est jamais mis en mouvement, comme on le fait quand on veut produire la série des harmoniques et des lignes nodales qui les caractérisent; car on ne les abandonne pas à eux-mêmes lorsqu'ils ont commencé à vibrer, on ne laisse pas un libre jeu à l'action des forces élastiques; en un mot, les mouvements qu'ils peuvent effectuer sont des mouvements *forcés;* observation importante, car, si l'on ne peut en conclure l'impossibilité des mouvements correspondant aux sons *particuliers* du diaphragme, elle permet déjà de concevoir la possibilité de mouvements d'une autre nature.

II. En second lieu, la *continuité* nécessaire des mouvements indiqués ci-dessus est en contradiction avec les résultats de la théorie des disques vibrants et de l'expérience.

En effet, considérons en premier lieu un disque vibrant *librement;* il ne peut prendre qu'une série *limitée* de déformations correspondant au son fondamental et à ses harmoniques, et il y en a très peu : 2 dans l'octave du son fondamental; 2 dans la 2e octave; 4 dans la 3e; 4 dans la 4e, etc.

L'expérience confirme ces résultats, même pour des disques de fer, de fer-blanc ou d'acier très minces, tels que ceux des téléphones ordinaires. Les résultats qu'on obtient, en effet, en étudiant les diaphragmes dont on se sert dans la fabrication usuelle des transmetteurs téléphoniques, ne diffèrent pas de ceux que nous avons indiqués dans la première partie de ces études, pour des disques minces en acier le meilleur possible et le mieux travaillé.

Ainsi : 1° ils présentent la même hétérogénéité intérieure, manifestée à l'oreille par des battements de sons simultanés, quand on produit le son fondamental, et à l'œil, par les déformations de la nodale circulaire du 1er harmonique. En voici un exemple, pour fixer les idées. J'ai pris au hasard 114 diaphragmes en ferblanc, de $0^m,10$ de diamètre et de $0^{mm},6$ à $0^{mm},7$ d'épaisseur, servant à construire des transmetteurs d'Arsonval. Sur ce nombre, 10 pour 100 ont présenté une nodale circulaire et donnent un son musical assez pur; 35 pour 100 ont une nodale circulaire un peu déformée; 30 pour 100 sont médiocres au point de vue acoustique; ou bien leur nodale est franchement elliptique, ou bien elle a la forme ovoïde; leur son est généralement médiocre. Enfin 25 pour 100 produisent généralement un son mauvais et ont des nodales encore plus déformées; soit que l'un des axes de la figure s'allonge à une extrémité; soit que la nodale prenne une forme triangulaire curviligne qui n'est bien nette que lorsque les trois sommets coïncident avec les trois points d'appui en triangle équilatéral des supports sur lesquels les disques sont placés, et il est à remarquer que, dans cette position, le son du disque est généralement pur, soit que la nodale ait une forme hexagonale, ou enfin qu'il n'y ait pas de nodale nette, auquel cas le disque ne rend qu'un son mat ou plutôt un *bruit sonore*.

2° Des diaphragmes de ce genre qui ne sont pas travaillés avec soin et dont la surface est étamée ou nickelée, et dont l'épaisseur varie, par suite, généralement en chaque point, offrent d'ailleurs, cela va sans dire, la même discordance que les disques minces du meilleur acier, entre la théorie et l'expérience, en ce qui concerne la hauteur des sons fondamentaux et des harmoniques.

3° Enfin, et c'est le point sur lequel il y a lieu d'insister actuellement, les sons particuliers de ces disques, fondamental et harmoniques, forment toujours une série *discontinue* et *limitée*.

Considérons maintenant des diaphragmes, non plus libres, mais encastrés sur leur contour, comme ils le sont dans les téléphones.

Dans ce cas, la théorie supposant des disques infiniment minces et un encastrement *absolu*, c'est-à-dire où tous les points encastrés sont complètement *immobiles*, indique qu'un tel encastrement fait seulement varier légèrement la hauteur du son fondamental et des premiers harmoniques qu'avait le disque non encastré; mais ils restent toujours discontinus et en nombre limité.

Voici ce que dit Wertheim à ce sujet (*Annales de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. XXXI, p. 18) : « On ne peut vérifier cette partie de la théorie, puisqu'il est impossible d'encastrer une plaque sur toute sa circonférence ; cependant on peut obtenir des sons et des figures correspondantes qui forment la transition du bord libre au bord encastré et qui s'accordent tout à fait avec la théorie. A cet effet, on fixe certains points de la circonférence au moyen d'un support à bouchons et l'on continue à ébranler par le centre ; on obtient alors de ces figures à festons qui sont connues depuis Chladni, mais dont la théorie n'a pas encore été donnée, et en même temps le son monte sensiblement, tant qu'on n'a pas dépassé le troisième son. Les figures ne se sont bien formées que sur les plaques en laiton.... »

En premier lieu, notons ce dernier point, car il n'est pas réalisé dans le téléphone où l'on n'emploie jusqu'ici que des lames en fer (1) ou en acier.

En second lieu, il est à remarquer que les figures dont parle Wertheim, et qui sont des sortes de cercles festonnés, n'ont jamais été obtenues qu'en employant des moyens énergiques, tels que celui qui consiste à percer au milieu de la plaque un trou dont on frotte les bords avec une mèche de crin colophanée, ce qui n'a véritablement qu'un rapport extrêmement éloigné avec le mode d'ébranlement qui consiste à parler sur le centre de la plaque.

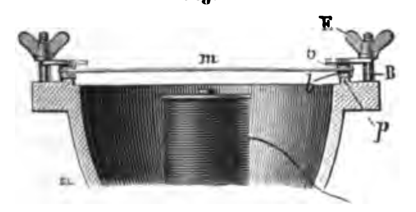
Il paraît donc nécessaire de voir quels peuvent être les effets de

(1) Wertheim n'a jamais employé dans ses expériences qu'un disque en fer doux, et il avait $4^{mm},48$ d'épaisseur, condition indispensable pour que la théorie soit vérifiée, ainsi qu'on l'a montré (*Journal de Physique*, 2e série, t. IV, décembre 1885).

l'encastrement dans les cas des plaques habituellement en usage en téléphonie, et avec un mode d'ébranlement en rapport avec celui qu'on y emploie.

A cet effet, dans un téléphone de forme particulière (*fig.* 1) que j'ai fait construire pour servir à des études variées, je puis, à

Fig. 1.



volonté, serrer la membrane de fer étudiée *m* (*fig.* 1)(¹) sur une portée bien plane circulaire *p*, avec un anneau plat de bronze épais, à l'aide de huit écrous E, placés au sommet d'un octogone, ou bien en encastrer successivement, entre de petits blocs de cuir *b*, huit points de la circonférence (les autres restant libres), à l'aide de brides convenables B serrées par les huit écrous.

J'ai soumis à des expériences de ce genre des plaques de toutes les catégories spécifiées précédemment, et j'ai observé les faits suivants :

En encastrant un point de la circonférence d'une de ces plaques, on obtient, en la frappant au centre à petits coups répétés, un mélange de sons confus, plus ou moins clairs, mais il est impossible d'obtenir une figure nodale stable quelconque.

En essayant d'entretenir électriquement le mouvement à l'aide d'un style placé au centre de la plaque, on peut obtenir avec beaucoup de difficulté un son continu qui s'entend à peine.

On peut étudier ainsi ce qui arrive quand on fixe successivement entre deux blocs de cuir 2, 3, 4,... points de la circonférence du disque, ou quand, appliquant cette circonférence sur la portée du support et l'anneau de bronze au-dessus, on serre successivement les écrous. On reconnaît ainsi : 1° qu'on ne peut obtenir de figure nodale nette en frappant le centre ; 2° que l'en-

(¹) Les figures contenues dans cet article ont été obligeamment mises à notre disposition par le journal *La Lumière électrique*.

tretien électrique du mouvement ne peut s'effectuer que très mal avec de grandes difficultés; 3° que les disques ne produisent plus de son soutenu et musical, mais bien plutôt une sorte de bruit sonore, de tonalité assez vague quand on les frappe; 4° qu'en faisant varier graduellement le degré d'encastrement ou plutôt de serrage on fait varier cette tonalité (fait déjà signalé dans les téléphones ordinaires). Cette variation peut être de plus d'une octave pour des disques de $0^m,10$ de diamètre et de $0^{mm},7$ d'épaisseur, d'une quarte pour des disques de 5^{mm} d'épaisseur, et même d'une seconde et plus pour les disques de 10^{mm} d'épaisseur.

Un disque téléphonique aussi imparfaitement encastré est donc, au point de vue mécanique et élastique, un système très complexe et fort peu déterminé; on ne peut guère lui supposer applicables que les résultats les plus généraux de la théorie des disques vibrants, à bords parfaitement encastrés et considérés comme *fixes,* tels que l'élévation des premiers harmoniques du disque libre. Nous venons de voir ce résultat réalisé pour le son le plus grave du disque; mais il importe beaucoup de savoir s'il existe encore une série d'harmoniques analogues à ceux du disque non encastré.

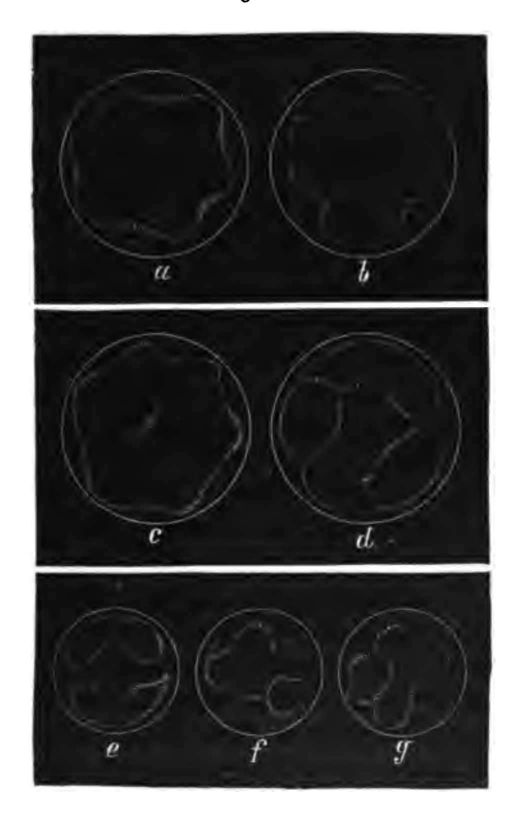
A cet effet, imitant la méthode dont s'est servi M. Bourget pour l'étude des membranes circulaires, j'ai soumis des disques serrés dans une monture ordinaire de téléphone (par exemple de téléphone Gower) à l'action des vibrations de tuyaux d'orgue dont l'ouverture était placée au-dessous de leur centre.

Je me suis servi d'une série de vingt-six tuyaux produisant des sons croissant par intervalle, de secondes majeures ou mineures; des appendices cylindriques en carton permettaient, en allongeant graduellement chacun d'eux, de passer du son de l'un à celui de l'autre sans discontinuité; j'obtenais ainsi une série continue de sons allant du la_2 à l'ut_6, c'est-à-dire dépassant de beaucoup les limites des sons de la parole articulée.

En versant du sable sur le disque maintenu horizontal, on cherche si, indépendamment des faibles mouvements inévitables communs aux disques et à la monture, il y a des sons que le disque renforce visiblement, en produisant des lignes nodales plus ou moins régulières, et qui correspondraient ainsi à des harmoniques particuliers.

Voici les résultats obtenus avec un disque en fer très mince de $0^{mm},15$ d'épaisseur; les dessins représentent les lignes nodales irrégulières obtenues pour un certain degré de serrage du disque (*fig.* 2) :

Fig. 2.



(*a*) correspond à l'ut_3; (*b*) aux sons compris entre si_3 et ut_4; (*c*) à ut_4; (*d*) à fa_4; (*e*) à $la\#_4$; (*f*) à $ré\#_5$; (*g*) à $fa\#_5$.

Entre les sons indiqués, sauf mi_3, qui a produit une ébauche de ligne nodale, tous les autres n'ont rien ou à peu près rien produit de sensible.

La *discontinuité* de ce qu'on peut appeler *les sons particuliers du disque* est donc bien évidente.

Si l'on soumet à cette expérience des disques de plus en plus épais, on reconnaît que, toutes choses égales d'ailleurs, le nombre

des sons qui produisent dans le disque des nodales sensibles diminue. A partir de $0^{mm},5$ d'épaisseur, la série se réduit à un certain son et à des octaves pour lesquels le disque vibre en tous ses points ; mais on peut admettre que pour ces épaisseurs le mode de mise en vibration n'est pas assez énergique, et que les séries d'harmoniques peuvent néanmoins exister en produisant des mouvements d'amplitude trop petite pour être directement visibles; mais cette circonstance ne saurait évidemment changer leur discontinuité en continuité.

En remplaçant l'action des tuyaux d'orgue par celle de la voix, en chantant des sons formant une échelle continue dans un tube dont l'extrémité est placée au-dessous du centre du disque, on obtient des résultats analogues aux précédents, mais beaucoup plus faibles.

En parlant, au lieu de chanter, les effets sont encore plus faibles.

En résumé, il paraît démontré que les mouvements correspondant aux sons particuliers de disques encastrés, comme ils le sont dans les téléphones, forment, comme ceux des disques vibrant librement, une échelle *discontinue;* dès lors ils ne suffisent point à expliquer la transmission d'une série *continue* de sons ou d'accords, et l'on est conduit ainsi d'une nouvelle manière à admettre la *possibilité* de mouvements d'une autre espèce.

III. Nous pouvons aller plus loin et montrer que cette *possibilité* est véritablement une *nécessité.*

En effet, prenons des disques de 2^{mm} d'épaisseur au moins et de 100^{mm} de diamètre : leur son fondamental et, par suite, leurs harmoniques sont supérieurs à l'ut_5, lorsqu'ils sont encastrés. Si nous produisons devant ces diaphragmes une série continue de sons ou d'accords d'une hauteur inférieure à l'ut_5, ou bien si un homme parle devant eux en émettant ainsi des sons articulés qui sont toujours compris dans la gamme d'indice 3 au plus, il est impossible que les sons particuliers du diaphragme soient mis en jeu. Pourtant avec des téléphones transmetteurs, dont le diaphragme a 2^{mm}, 3^{mm} ou 4^{mm} d'épaisseur, on entend fort bien, avec une faible intensité il est vrai, dans le récepteur l'échelle continue de sons ou d'accords indiqués ci-dessus et la parole articulée

avec son timbre. Il est donc *nécessaire* ici qu'il se produise dans le diaphragme des mouvements différents de ceux qui correspondent à la production du son fondamental et des harmoniques.

Les considérations précédentes, basées sur les lois de l'acoustique et de l'élasticité, présentent principalement un caractère théorique, bien que s'appuyant sur un certain nombre d'expériences très simples. Elles peuvent être confirmées par une seconde série de faits d'un caractère plus expérimental encore.

IV. On peut agir sur le disque d'un téléphone, non plus directement, mais par l'intermédiaire de substances quelconques, susceptibles ou non d'émettre des sons propres, métalliques ou non, corps magnétiques ou non, élastiques ou mous, fibreux ou cristallisés, homogènes ou hétérogènes, ainsi qu'on le voit dans l'énumération suivante des corps essayés : mica, verre, zinc, fer, cuivre, liège, caoutchouc, bois, papier, coton, plume, linge, cire molle.

Il suffit d'appuyer une lame de ces corps sur les bords destinés habituellement à visser le couvercle de l'instrument, emprisonnant ainsi une couche d'air plus ou moins épaisse entre le disque de fer et la plaque essayée.

On reconnaît que l'interposition de cette lame n'altère pas les propriétés téléphoniques, en particulier la reproduction du timbre, et ne fait même pas varier sensiblement l'intensité des effets, toutes choses égales d'ailleurs (¹).

Pour éviter qu'on ne puisse attribuer ce résultat aux vibrations directes des parties latérales de l'instrument, on entoure le téléphone tout entier d'une épaisse couche d'ouate et l'on constate préalablement qu'on ne transmet rien quand on parle contre les parois, dans ces conditions.

La même précaution étant prise, en augmentant l'épaisseur de la lame interposée, on affaiblit bien en général, il est vrai, graduellement l'intensité de l'effet produit; mais la hauteur et le timbre de la voix ne sont nullement altérés, et ce dernier au contraire devient de plus en plus net.

(¹) M. Ochorowicz avait déjà montré qu'on peut interposer une lame de caoutchouc entre la bouche et un téléphone.

J'ai observé ce fait, par exemple, avec une lame de verre de 5^{mm} d'épaisseur, une lame de cuivre de $2^{mm},5$, une plaque de liège de 75^{mm}, un bloc de bois de 50^{mm}, une couche d'ouate de 20^{mm}, un livre broché de 50^{mm}, une couche d'édredon d'environ $0^{m},30$ entourant l'instrument de toutes parts, une couche de sable de $0^{m},05$.

Dans l'eau, l'effet produit est remarquable : quand l'instrument est entouré d'une couche d'eau de $0^{m},02$ ou $0^{m},03$, il donne, quand on parle à la surface du liquide, des résultats un peu affaiblis, mais le timbre est parfaitement reproduit, et, si l'on augmente jusqu'à $0^{m},15$ l'épaisseur de la couche d'eau, il n'y a pas de nouvel affaiblissement sensible.

V. Au lieu de faire varier l'action extérieure sur les disques, on peut les mettre manifestement hors d'état de produire des sons fondamentaux et des harmoniques par le jeu de leur élasticité propre.

1° On sait d'abord qu'on construit de bons téléphones transmetteurs en prenant pour diaphragme une membrane quelconque sur laquelle est collé un petit morceau de fer, auquel cas il n'y a pas lieu de songer à des sons propres de ce fragment de fer : c'est même la forme primitive du transmetteur de M. G. Bell. Mais on peut agir sur les disques ordinaires : il suffit de les charger de petites masses en quelques points irrégulièrement distribués sur leur surface. On leur enlève ainsi ce qu'on peut appeler leurs propriétés *acoustiques* habituelles, mais nullement leurs qualités *téléphoniques*.

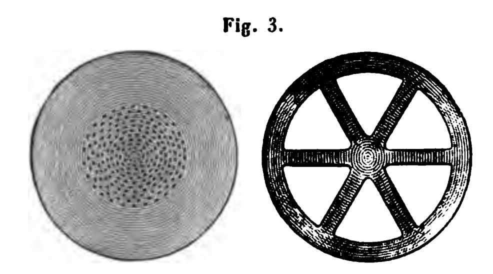
2° On peut agir sur la substance même du disque (*fig.* 3).

Pour cela, on prend deux disques aussi identiques que possible, au point de vue acoustique et téléphonique ; on perce l'un d'eux comme une écumoire, de façon à enlever environ la moitié de la matière de la plaque : celle-ci, acoustiquement, ne donne plus aucun son musical ; mais, téléphoniquement, elle donne absolument les mêmes effets que la première, seulement avec moins d'intensité ; mais il s'agit ici de la *qualité* et de la *nature* des phénomènes et non de leur intensité. Il faut prendre la précaution, dans cette expérience, d'encastrer avec la plaque un disque de papier

fin de même diamètre, ou de recouvrir le téléphone d'une lame de caoutchouc, pour empêcher l'air mû par la voix de traverser la plaque et de produire une résonnance gênante dans la boîte même de l'instrument.

La première plaque est à son tour découpée en forme de roue à 5 ou 6 rayons étroits, soutenant un disque central dont la surface est un peu supérieure à celle du pôle magnétique en présence. Dans cet état, sa masse est diminuée de moitié, et elle donne les mêmes résultats téléphoniques que lorsqu'elle était pleine.

Fig. 3.



Dans ces deux expériences, il paraît vraiment bien difficile d'admettre la possibilité de mouvements de la plaque, caractérisés par une division en sections séparées par des lignes nodales.

3° En poussant à l'extrême les expériences précédentes, on est conduit naturellement à essayer un système magnétique, manquant autant que possible d'homogénéité et de consistance au point de vue élastique ou acoustique.

A cet effet, on peut prendre une toile métallique en fil de fer. En plaçant un disque de cette toile à la place du disque ordinaire du téléphone, de façon qu'il ne soit pas en contact avec le pôle de l'aimant, en encastrant avec la toile une feuille de papier, pour éviter les effets de résonnance dus à l'introduction de l'air par les mailles de la toile, on obtient des effets de même nature qu'avec un disque en fer, mais avec une intensité moindre.

Il n'est d'ailleurs pas nécessaire d'encastrer la toile métallique; il suffit de la fixer sur un support par trois points, à une petite distance du pôle de l'aimant.

On peut se servir de toiles à mailles de grandeur variable, depuis 1^{mmq} jusqu'à $0^{mmq},4$ et $0^{mmq},3$; les toiles les plus serrées donnent

les résultats les plus intenses, ce qui se conçoit fort bien, indépendamment de toute théorie, le nombre par unité de surface des éléments magnétiques susceptibles de réagir d'une manière quelconque sur l'aimant placé en face d'eux augmentant avec la finesse du tissu. Il paraît encore bien difficile de songer, avec un diaphragme magnétique de cette nature, à des mouvements transversaux d'ensemble, avec division en concamérations séparées par des lignes nodales.

Toutes les expériences qui viennent d'être indiquées ont été faites d'ailleurs avec des téléphones à champs magnétiques fort différents, savoir :

1° Un téléphone du système Bell avec aimant rectiligne, dont un pôle de forme circulaire est en face du diaphragme magnétique;

2° Un téléphone du système Gower, où le diaphragme est attiré par deux pôles contraires voisins, de forme rectangulaire allongée;

3° Un téléphone du système d'Arsonval agissant par deux pôles contraires concentriques, l'un circulaire intérieur, l'autre annulaire extérieur.

Tous les trois ont donné des résultats de même nature (à l'intensité près des phénomènes, qui n'est pas en question pour le moment).

On ne peut alors s'empêcher de penser que le mécanisme en vertu duquel les diaphragmes téléphoniques exécutent leurs mouvements est tout au moins analogue, sinon identique, à celui par lequel tous les corps solides de forme quelconque, un mur par exemple, transmettent à l'une de leurs surfaces tous les mouvements vibratoires, simples ou complexes, successifs ou simultanés, de période variant d'une manière continue ou discontinue, qu'on produit dans l'air en contact avec l'autre surface. Ce serait un phénomène comme ceux qu'on caractérise en Acoustique par le mot de *résonnance*.

Dans les diaphragmes d'épaisseur suffisante, ce genre de mouvements existerait seul; dans les diaphragmes minces, leurs mouvements d'ensemble correspondant à leurs sons *propres* et caractérisés par des formes particulières de lignes nodales se superposeraient aux précédents, en vertu de la loi de la superpo-

sition des petits mouvements, toutes les fois que l'on émettrait des vibrations dont la période serait la même que celle de ces sons eux-mêmes : superposition peut-être plus fâcheuse qu'utile, d'ailleurs, car, s'il en résulte en ce cas, une augmentation d'intensité, c'est aux dépens de la reproduction du timbre, les harmoniques du diaphragme ne pouvant coïncider que par le plus grand hasard avec ceux des sons qui mettraient en jeu le son fondamental de ce diaphragme.

Dans le premier cas, les plaques se comporteraient véritablement comme de simples *transmetteurs* de mouvements vibratoires, indépendamment de leur forme géométrique. Dans le second, elles agiraient toujours de la même manière, et de plus, à l'occasion, d'une manière en quelque sorte plus active, plus personnelle, d'après les lois de l'élasticité relatives à leur forme géométrique, plus ou moins modifiées par l'hétérogénéité de leur constitution moléculaire, et par l'indétermination et l'insuffisance de leur encastrement.

Il me semble qu'on se rendrait ainsi assez bien compte des mouvements généraux et complexes des diaphragmes téléphoniques transmetteurs, permettant la reproduction d'une échelle continue de sons successifs, et superposés en accords musicaux ou en séries, telles que celles que l'on considère dans l'explication du timbre; et, en même temps, on s'expliquerait les renforcements produits par les diaphragmes très minces, à certains points de cette échelle continue et les altérations du timbre qui les accompagnent généralement.

Le premier point de la théorie du téléphone transmetteur, savoir, la nature des mouvements du diaphragme, se trouverait par là même ramené à un phénomène connu d'acoustique ou d'élasticité.

B. *Rôle du diaphragme au point de vue de la transformation d'énergie qui résulte de ses mouvements.* — Les mouvements du diaphragme se produisent dans un champ magnétique : il en résulte une transformation d'énergie mécanique cinétique en énergie magnétique également cinétique, constituant le second point à étudier dans la théorie du transmetteur.

En remplaçant dans un téléphone Bell l'aimant permanent par

un électro-aimant, on peut faire varier l'intensité du champ dans lequel est placé le diaphragme, et produire d'ailleurs des champs beaucoup plus intenses que ceux dont on se sert ordinairement.

En opérant de cette manière, on constate :

1° Que si le disque est simplement *fixé* sur ses bords sans être encastré complètement, en faisant varier l'intensité du champ, la hauteur du bruit produit par le choc sur le disque augmente comme si on l'encastrait de plus en plus; mais cette variation de hauteur, même avec des champs intenses, est beaucoup plus petite que celle qui résulte de la pression sur les bords due à l'encastrement progressif. Avec des champs magnétiques ordinaires de téléphone, la variation en question est à peu près insensible.

2° Si le disque est fortement encastré, l'effet du champ est également à peu près insensible (1).

Il résulte de cette première observation que la présence du champ magnétique dans un téléphone ne change pas les faits précédemment indiqués relatifs aux effets de l'encastrement ni la conclusion qui en a été tirée.

En second lieu, il est évident que l'essentiel, pour la production des phénomènes téléphoniques, est la présence de ce champ magnétique : l'intensité de ces phénomènes dans le récepteur en dépend directement, suivant une loi plus ou moins complexe, et c'est par suite de variations de cette intensité aux divers points du

(1) Si l'on *pose* des disques sur leur ligne nodale circulaire, à peu de distance du pôle d'un téléphone, les figures nodales ne sont pas sensiblement altérées; il en est de même de la *qualité* des sons produits par le choc et de leur *hauteur*, quand les disques sont bien plans.

Quand les disques sont un peu courbes, ce qui arrive souvent quand ils sont minces, la hauteur du son varie quand on les met à une petite distance de l'aimant; ce son s'élève quand la convexité est tournée vers le pôle; il s'abaisse, quand c'est la concavité. Avec des champs suffisamment intenses, la variation peut atteindre un intervalle d'une seconde mineure environ; mais la nodale n'est pas sensiblement altérée. C'est comme si, les disques ne changeant pas de diamètre, leur épaisseur augmentait légèrement dans le premier cas et diminuait dans le second. Je n'insiste pas pour le moment sur ce fait; mais il est bon de le connaître, car il est sensible, même avec le champ magnétique d'un téléphone Gower, par exemple, et il explique en même temps la difficulté d'entretenir électriquement le mouvement de plaques courbes, la période du son de la plaque libre étant différente de celle du son de la plaque attirée par l'électro-aimant d'entretien au moment même de l'attraction.

champ que s'opère la transformation qui se manifeste par la production de courants induits dans la bobine enroulée autour du pôle magnétique. Il résulte de ce qui précède que ces variations, dues aux mouvements des points du diaphragme, ne sont pas nécessairement liées à la rigidité de ce diaphragme et aux qualités acoustiques ou élastiques correspondant à sa forme géométrique.

En songeant à la faible rigidité d'une toile métallique en fer qui possède pourtant, ainsi que je l'ai montré, les propriétés téléphoniques; en concevant qu'on diminue graduellement cette rigidité jusqu'à arriver à une série de molécules de fer disséminées dans un champ magnétique et qui pourraient en quelque sorte être indépendantes les unes des autres, j'ai été conduit à l'idée qu'on pourrait se passer de diaphragme rigide ou non, et agir plus directement sur le champ magnétique même.

A cet effet, j'ai essayé tout d'abord, enlevant tout diaphragme, d'agir sur le pôle unique ou multiple de divers téléphones. On n'obtient alors rien de net dans un récepteur ordinaire : quelquefois on produit un effet extrêmement faible, qui se traduit dans un téléphone récepteur par un son aigu très faible, se reproduisant quand on prononce la même consonne; mais il n'est pas possible de tenir compte d'un phénomène aussi faible et aussi confus, et il ne saurait entrer en rien en ligne de compte dans les expériences suivantes :

J'ai songé ensuite à matérialiser, pour ainsi dire, le champ magnétique avec de la limaille de fer jetée sur le pôle ou les pôles d'un téléphone. On obtient alors ce résultat remarquable : *il suffit de quelques grains de limaille de fer dessinant dans l'espace des amorces de ligne de force sur le pôle d'un aimant de téléphone pour reproduire les sons musicaux et la parole articulée.*

Pour s'en assurer, on prend comme récepteur un téléphone ordinaire du système d'Arsonval, par exemple, et un transmetteur identique. On enlève le diaphragme en fer-blanc de ce dernier, puis on remet le couvercle portant une embouchure circulaire, dont les dimensions sont à peu près égales à celles du pôle central de l'aimant.

On commence par parler sur l'aimant lui-même, à travers l'embouchure : on n'entend rien de sensible dans le récepteur.

On dévisse le couvercle, on pose une rondelle de papier mince sur l'aimant (pour éviter de remplir de limaille de fer l'intervalle entre les pôles de l'aimant de la bobine); on remet le couvercle, puis on prend une petite pincée de limaille de fer pesant environ un décigramme seulement, et on la laisse tomber à travers l'embouchure sur la rondelle de papier, où elle se dispose en forme de petites houppes dessinant des amorces de lignes de force; le papier se trouve d'ailleurs ainsi appliqué contre les pôles, ce qui permet de tourner le téléphone en tous sens, et même de le renverser sans que la limaille ni le papier ne bougent.

On obtient ainsi un appareil qui possède, sauf l'intensité des effets, toutes les propriétés d'un téléphone ordinaire. En particulier, si l'on parle sur la limaille à travers l'embouchure, comme on fait d'ordinaire sur le diaphragme, on entend dans le récepteur, très faiblement, il est vrai, mais avec une articulation nette, quelques mots des phrases prononcées.

Si, d'ailleurs, on veut éviter de parler directement sur la limaille, à cause des inconvénients que peut produire la vapeur d'eau exhalée par la bouche, on peut fermer l'embouchure avec une lame mince de mica, de verre ou de caoutchouc, ce qui n'altère en rien l'effet produit.

On ajoute ensuite, graduellement, de nouvelles quantités de limaille; les lignes de force se dessinent de mieux en mieux : l'effet devient de plus en plus intense. Mais, en continuant à ajouter de la limaille, on arrive à un maximum d'effet, que l'addition d'une nouvelle quantité de limaille diminue nettement, circonstance intéressante sur laquelle je reviendrai plus tard.

Cet effet maximum est certainement de beaucoup inférieur, dans ces conditions, à l'effet du diaphragme en fer ordinaire, ce qui tient à ce que le nombre de molécules de fer par centimètre carré y est beaucoup moindre.

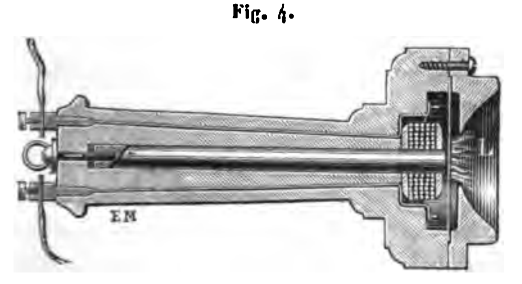
Après avoir obtenu ce premier résultat, j'ai cherché à augmenter l'intensité de l'effet produit. Pour cela, j'ai songé à ajouter à l'action mécanique *directe* des ondes aériennes sur les lignes de force en limaille l'action de ces ondes sur un diaphragme non magnétique, ou du moins dont le pouvoir magnétique spécifique est extrêmement petit par rapport à celui du fer, de sorte que son effet particulier dans le champ de l'aimant est négligeable dans les

conditions de l'expérience. Les mouvements propres de ce diaphragme servant de support à la limaille, devaient contribuer, sans être nuisibles en ce cas, à augmenter les variations du champ.

C'est en effet ce qui s'est produit avec des diaphragmes minces tirés des substances les plus variées, savoir : carton, mica, verre, caoutchouc vulcanisé, zinc, aluminium, cuivre, etc.

Pour faire l'expérience, on découpe les disques de ces substances sous une épaisseur de deux à trois dixièmes de millimètre, en leur donnant les dimensions du diaphragme en fer du téléphone que l'on emploie, et on les dispose dans l'instrument comme on le fait de ce diaphragme même. Il suffit alors de laisser tomber de la limaille sur ces disques à travers l'embouchure du couvercle, comme on l'a indiqué tout à l'heure, et l'on obtient un téléphone transmetteur qui peut être retourné en tous sens, et dont les effets sont plus intenses que lorsque la limaille est posée sur le pôle même sans intermédiaire. On peut d'ailleurs remplacer le couvercle par une lame de mica, de verre ou de caoutchouc, qui n'altère pas les effets produits tout en protégeant la limaille et son support (*fig.* 4).

Fig. 4.



On arrive donc ainsi à construire un *téléphone à limaille de fer* L, dont les effets sont moins intenses, il est vrai, que ceux du même téléphone à diaphragme mince en fer, mais qui possède peut-être, à un degré plus élevé, les propriétés téléphoniques essentielles, et en particulier la reproduction du timbre de la parole articulée; de plus, il est réversible comme les autres et peut servir de récepteur, il est vrai, peu intense. Mais, si l'on augmente l'intensité du champ magnétique, l'intensité des effets indiqués ci-dessus augmente notablement.

Par exemple, on prend un gros électro-aimant (tel que ceux qui

servent à montrer les courants de Foucault), animé par un courant de 5 ou 6 ampères ; on remplace le noyau aimanté d'un téléphone Bell par un noyau en fer doux de $0^m,04$ à $0^m,05$ de longueur dont on met une extrémité en contact avec l'un des pôles de l'électro-aimant : on obtient ainsi à l'autre extrémité un champ magnétique assez intense. En répétant avec le téléphone ainsi constitué les expériences ci-dessus, les effets obtenus sont plus intenses ; si bien qu'avec un diaphragme en clinquant de cuivre ou en carton et de la limaille on peut arriver à un résultat comparable, pour l'intensité, à celui qu'on obtient avec un téléphone ordinaire muni de son diaphragme de fer.

En résumé, la construction du téléphone à limaille de fer démontre nettement ces deux points :

1° La présence dans le champ magnétique d'un téléphone transmetteur de diaphragmes magnétiques rigides ou non n'est nullement *indispensable* pour produire les effets téléphoniques ; mais ils sont *utiles* pour en augmenter l'intensité, en présentant par unité de volume un plus grand nombre de molécules magnétiques à l'action des forces extérieures, ou bien, comme on dit souvent, en opérant une grande concentration des lignes de force du champ.

2° Il suffit, pour produire ces effets, d'exercer des déformations mécaniques directes sur les lignes de force du champ réalisées avec de la limaille de fer.

Ce résultat paraît de nature à mettre mieux en évidence la transformation d'énergie mécanique en énergie magnétique cinétique qui constitue le fond même de la théorie du téléphone transmetteur.

THÉORIE DU RÉCEPTEUR.

Un téléphone électromagnétique récepteur se compose, d'une manière générale, d'un aimant à pôles unique ou multiples, entourés d'hélices, d'un diaphragme mince en fer ou en acier, de forme quelconque, encastré sur ses bords et placé très près des pôles de l'aimant.

Lorsqu'un transmetteur quelconque, téléphonique ou microphonique, fonctionne dans le circuit du récepteur, les hélices de celui-ci

sont sillonnées de courants dont la nature intime n'est pas encore bien connue, mais (et cela suffit pour l'objet que nous avons en vue), par suite de la manière même dont ces courants sont produits, par exemple quand on *parle* sur le transmetteur, il est certain qu'ils résultent de la superposition d'effets complexes et éprouvent à chaque instant des variations continuelles dans toutes leurs propriétés, soit qualitatives, comme leur *signe,* soit quantitatives, comme leur *intensité.*

L'étude de ces courants, de leur nature propre, de leurs variations est fort difficile et fort délicate, et nous la laissons de côté pour le moment. Les effets propres du récepteur commencent à partir du moment où ces courants lui arrivent et où s'opère la transformation d'énergie électrocinétique en énergie magnétique dans l'aimant et dans le champ magnétique qui l'entoure.

Les recherches relatives à ces effets ont été faites à deux points de vue : au point de vue *pratique,* en vue d'augmenter le rendement des récepteurs et l'intensité de leurs mouvements. Une quantité considérable de travaux ont été effectués dans toutes les parties du monde et l'on travaille encore beaucoup, de toutes parts, dans cette voie. Je compte revenir bientôt sur les résultats acquis à cet égard; mais ce qui m'occupe en ce moment, c'est un second point de vue de la question des récepteurs, celui de la *théorie* de ses effets.

Un grand nombre d'études intéressantes ont été faites aussi de toutes parts sur ce sujet, et leur bibliographie serait certainement très étendue. Du Moncel, principalement, a donné dans *La Lumière électrique* une analyse de ces études, au fur et à mesure qu'elles étaient connues, et il a résumé les plus importantes dans les éditions successives de son livre sur le *Téléphone,* en indiquant les noms de ceux qui les ont faites.

Je crois qu'on peut résumer les résultats ainsi acquis en vue d'éclaircir la théorie du récepteur dans les deux points suivants :

1° Toutes les parties d'un récepteur électromagnétique : noyau, hélice, plaque, manche, etc., sont simultanément en vibration;

2° On peut employer dans les transmetteurs des diaphragmes en fer de toutes épaisseurs, jusqu'à $0^m,15$.

Il résultait déjà du premier point, mis en lumière principalement

par MM. Boudet de Pâris, Laborde, A. Bréguet, Ader, du Moncel, que la présence du diaphragme n'était pas plus *indispensable* dans le transmetteur qu'elle ne l'est dans le récepteur, ainsi que je l'ai montré plus haut.

Cependant il faut bien remarquer que les effets *de beaucoup* les plus énergiques sont ceux de la plaque. On n'a pu mettre hors de doute les vibrations du noyau et de l'hélice dans les récepteurs *ordinaires* qu'en employant des courants transmetteurs extrêmement énergiques, et, quand on a voulu se servir de transmetteurs ordinaires, il a fallu opérer sur des récepteurs présentant des dispositions spéciales ou très simplifiées, comme l'ont fait particulièrement MM. Ader et du Moncel.

Il résultait du second point, indiqué déjà par M. G. Bell et nettement prouvé par M. A. Bréguet, qu'il y avait dans le récepteur *d'autres effets* que ceux qui pouvaient résulter des vibrations transversales correspondant au son fondamental et aux harmoniques du diaphragme.

On sait que du Moncel, appuyant une théorie sur ces deux catégories de faits, a soutenu que les effets du téléphone récepteur étaient principalement dus à des vibrations moléculaires du noyau de l'électro-aimant (analogues à celles qu'avaient étudiées Page, de la Rive, Wertheim, Reiss, etc.) surexcitées et renforcées par le diaphragme fonctionnant comme une armature.

Voici du reste un passage extrait de la 4e édition (1882) de son livre sur le *Téléphone* (p. 268), qui résume bien la théorie :

« Quelles que soient les conditions magnétiques du barreau, les courants induits de différente intensité qui agissent sur lui provoquent des modifications dans son état magnétique, d'où résultent des vibrations moléculaires par contraction et dilatation. Les vibrations se produisant également dans l'armature, sous l'influence des aimantations et désaimantations qui y sont déterminées par l'action magnétique du noyau, renforcent celles de ce noyau, en même temps que les modifications dans l'état magnétique du système se trouvent amplifiées par suite de la réaction des deux pièces magnétiques l'une sur l'autre. »

Il y a certainement du vrai dans cette théorie; mais elle est incomplète, en ce sens que les vibrations moléculaires du noyau

du récepteur ne sont qu'un phénomène accessoire et non principal.

En tout cas, je crois qu'on peut présenter assez simplement la théorie du téléphone électromagnétique récepteur, en se reportant aux faits qui m'ont servi de base pour la théorie du transmetteur, qui résultent d'études faites sur des téléphones de *formes ordinaires* et qui ont été étendus à des récepteurs de même forme.

Il me suffira de les rappeler successivement en les résumant, et je n'aurai presque partout qu'à remplacer le mot *transmetteur* par le mot *récepteur*.

I. Le récepteur est soumis constamment à des effets variables : les mouvements qui en résultent dans le diaphragme ne peuvent être que *forcés;* ils ne peuvent pas correspondre en général aux sons *particuliers* de ce diaphragme (fondamental et harmoniques).

II. Le diaphragme du récepteur, avec son encastrement indéterminé, ne peut, pas plus que celui du transmetteur, effectuer, en vibrant transversalement, une série *continue* de sons ou d'accords musicaux dont la hauteur varie graduellement : ses sons particuliers forment une série *limitée* et *discontinue*. A plus forte raison, ne peut-il, à l'aide de mouvements transversaux, effectuer les vibrations complexes nécessaires pour la reproduction du timbre d'une voix qui parle sur le transmetteur.

III. Il est *nécessaire* que ce diaphragme prenne des mouvements d'un autre genre, car on peut lui donner, sans altérer ses propriétés de reproduction téléphonique des sons (intensité des effets mise à part), des épaisseurs telles (de $0^{m},002$ à $0^{m},150$) que le son fondamental et ses harmoniques soient beaucoup au-dessus de ceux de la voix humaine.

IV. Ainsi que je l'ai indiqué pour le transmetteur, on peut interposer entre l'oreille et le récepteur des lames d'une matière quelconque : les propriétés téléphoniques et, en particulier, la reproduction du timbre ne sont pas altérées par cette interposition.

V. Un diaphragme fonctionne aussi bien comme récepteur que comme transmetteur, lorsqu'il est chargé de masses, même irrégu-

lièrement distribuées ; il suffit, à la rigueur, pour en être convaincu de songer que les diaphragmes du téléphone Gower, chargés de leur appareil d'appel, sont excellents.

Il en est de même quand on fend, perce, découpe le diaphragme.

VI. Enfin, le téléphone transmetteur à limaille de fer, que j'ai décrit ci-dessus, est *réversible*, ainsi que je l'ai déjà indiqué, et peut fonctionner comme récepteur.

Il est donc bien démontré par cet ensemble de faits :

1° Que pour la réception, pas plus que pour la transmission, la rigidité du diaphragme n'est *indispensable ;*

2° Qu'il suffit, pour recevoir comme pour transmettre, de donner, en quelque sorte, un support matériel aux modifications rapides produites dans le champ magnétique du récepteur par les courants induits qui parcourent l'hélice ; on y arrive simplement avec de la limaille de fer qui se dispose suivant les lignes de force ;

3° Que le diaphragme ne sert qu'à *augmenter l'intensité* des effets : d'abord, en concentrant les lignes de force du champ, et, en second lieu, en augmentant la masse d'air à laquelle sont transmis les mouvements résultant de la transformation d'énergie qui s'opère aux divers points du champ magnétique.

Quand le diaphragme est épais, les mouvements dont il est animé et qui se transmettent à l'air environnant et à l'oreille sont, lorsqu'il fonctionne comme transmetteur, des mouvements de *résonnance* indépendants de la forme extérieure.

Quand il est très mince, les mouvements particuliers correspondant aux sons qu'il peut produire (fondamental et harmoniques), en vertu de sa forme géométrique et de sa structure en vibrant transversalement, peuvent se superposer aux précédents. En effet, il peut arriver alors que ces sons se trouvent dans les limites de hauteur où se meut ordinairement la voix humaine, de l'ut_2 à l'ut_4 ; mais alors, comme les harmoniques de la voix, pas plus que ceux des instruments de musique usuels, ne peuvent coïncider avec ceux du diaphragme que par le plus grand des hasards, l'intensité des effets ne peut s'obtenir ainsi qu'aux dépens de la bonne reproduction du timbre. L'expérience ne laisse aucun doute sur l'exactitude de cette conséquence de la théorie.

Ainsi donc, en diminuant l'épaisseur du diaphragme, on perd en *qualité* ce qu'on peut gagner, pour ainsi dire, en *quantité* ou intensité. Mais, même sur ce dernier point, il y a un maximum pour le récepteur, comme je l'ai indiqué pour le transmetteur à limaille de fer. Pour un champ magnétique d'intensité donnée, il y a, toutes choses égales d'ailleurs, une épaisseur de diaphragme qui donne un effet téléphonique maximum. Ce résultat, analogue à celui qu'on trouve dans d'autres phénomènes électromagnétiques, peut expliquer l'insuccès de beaucoup de tentatives faites, un peu au hasard, en vue d'augmenter l'intensité des effets des récepteurs téléphoniques électromagnétiques.

SUR LA NÉCESSITÉ DE LA LOI D'ATTRACTION DE LA MATIÈRE;

PAR M. VASCHY.

Étant admise *a priori* l'attraction de la matière, on conçoit comme une chose presque évidente qu'elle doit s'exercer en raison inverse du carré des distances, ou en raison inverse des surfaces des sphères ayant pour centres les masses influençantes et passant par les masses influencées. Mais on n'a pas démontré jusqu'ici, à notre connaissance, la nécessité même de cette attraction, quoique l'on ait fait diverses tentatives à ce sujet, en partant de certaines hypothèses sur la constitution de la matière.

L'un des essais de démonstration qui ont été publiés est le suivant. On considère la matière dite *pondérable* comme composée d'atomes grossiers M plongés dans l'éther, c'est-à-dire dans un milieu extrêmement subtil constitué par des atomes m lancés également dans toutes les directions. Les atomes m d'éther qui viennent choquer M dans tous les sens tendent à lui imprimer des impulsions dont la résultante est nulle à cause de la symétrie du milieu. Toutefois, si un autre atome M' se trouve en présence de M, il lui constitue un écran qui détruit cette symétrie en empêchant un certain nombre d'atomes m d'aller bombarder M. L'impulsion communiquée à M par les atomes m venant du côté de M' est donc diminuée. Il en résulte que M subit une attraction apparente dans cette direction.

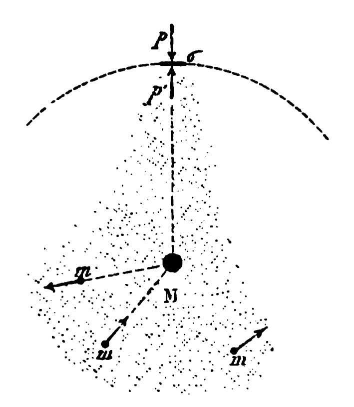
Cette démonstration est très simple et peut séduire au premier abord, mais elle est inexacte. Si, en effet, un certain nombre d'atomes d'éther, qui viendraient choquer M, en sont empêchés par la rencontre de M′, d'autres, par contre, qui ne seraient pas venus sur M, y sont renvoyés par leur réflexion sur M′; et rien ne prouve qu'il n'y ait pas compensation entre ces deux effets qui tendraient, le premier à attirer M vers M′, le second à le repousser.

Nous allons reprendre la même hypothèse d'une matière constituée par des atomes grossiers M plongés dans l'éther, et montrer que l'application des lois de la Mécanique rationnelle conduit à la nécessité de l'attraction apparente de la matière par la matière. Nous devons ajouter que nous considérons cette hypothèse simplement comme un cas idéal que nous prenons comme sujet d'étude et qui, s'il ne correspond pas à la constitution réelle de la matière, ne renferme en lui-même aucune impossibilité mécanique. Nous n'admettrons *a priori* aucune action à distance, de telle sorte que les atomes M et m auront des mouvements rectilignes et uniformes tant qu'ils ne se rencontreront pas. Mais nous ferons les suppositions suivantes : 1° il n'y a pas lieu de considérer pour un atome un état de chaleur ou d'énergie potentielle quelconque; sa seule énergie est représentée par sa demi-force vive de translation, d'où il résulte que le choc des deux atomes ne doit pas changer la somme de leurs forces vives; 2° les masses m sont égales et ne font par conséquent qu'échanger leurs vitesses réciproques lorsqu'elles se rencontrent; tout se passera dans cette hypothèse comme si elles ne se rencontraient jamais.

Cela posé, considérons un atome M isolément plongé dans l'éther et en repos *apparent*. Nous disons apparent, car le repos de M ne saurait être absolu, chacun des atomes m qui viennent le choquer successivement lui donnant une poussée, M décrit des oscillations qui, à cause de l'égalité de ces poussées successives dans tous les sens, sont très restreintes et très rapides au point de donner l'illusion de l'immobilité. La considération de ces poussées et de ces oscillations est d'ailleurs essentielle pour la démonstration; car, si l'on regardait M comme inébranlable, la présence de cette masse ne modifierait pas l'état général du milieu environnant; les pressions p et p' de l'éther sur les deux faces d'un élément σ

quelconque seraient égales, comme si M n'existait pas, et une masse M' placée en σ n'éprouverait de la part de M ni attraction ni répulsion.

M cédant, au contraire, sous le choc de chacun des atomes m, la vitesse de l'un de ceux-ci, qui était V, deviendra $(V + v)$ après le choc, v étant positif ou négatif; et, si l'on considère les N atomes m qui rencontrent M dans l'unité de temps, leur force



vive, qui était $\sum_N mV^2$, deviendra $\sum_N m(V + v)^2$. Comme le mouvement de M est oscillatoire et que sa variation de force vive dans l'unité de temps est nulle, il doit en être de même de la variation de force vive des N atomes m. On a donc

$$\sum_N m(V + v)^2 = \sum_N mV^2,$$

d'où

$$2V\sum_N mv = -\sum_N mv^2,$$

et l'on voit que $\sum_N mv$ est essentiellement négatif.

D'autre part, le nombre des atomes m ayant choqué M et qui traverseront dans l'unité de temps la surface de la sphère ayant M pour centre, R pour rayon et contenant l'élément σ, sera également N lorsque le régime permanent sera atteint. Sur ces N atomes, qui sortent tous normalement à la sphère, le nombre de

ceux qui arrivent sur σ est

$$\mathrm{N}\frac{\sigma}{4\pi\mathrm{R}^2}=n.$$

Ils déterminent sur cet élément, considéré comme une paroi, une pression proportionnelle à leur quantité de mouvement

$$\sum_n m(\mathrm{V}+v).$$

Soit

$$\mathrm{K}\sum_n m(\mathrm{V}+v)$$

cette pression. Sans la présence de M, elle serait simplement

$$\mathrm{K}\sum_n m\mathrm{V},$$

les vitesses V n'ayant pas été modifiées, et elle serait exactement équilibrée par la pression due aux atomes venant sur σ dans les autres directions. Donc l'excès de pression sur σ dû à la présence de M sera

$$f=\mathrm{K}\sum_n m(\mathrm{V}+v)-\mathrm{K}\sum_n m\mathrm{V}=\mathrm{K}\sum_n mv.$$

Puisque n est égal à $\mathrm{N}\frac{\sigma}{4\pi\mathrm{R}^2}$, on aura

$$f=\mathrm{K}\sum_n mv=\mathrm{K}\frac{\sigma}{4\pi\mathrm{R}^2}\sum_\mathrm{N} mv,$$

et, comme nous avons vu que $\sum_\mathrm{N} mv$ est essentiellement négatif, en réalité l'élément σ subit une attraction vers M au lieu d'une poussée.

Que l'on suppose maintenant à la place de l'élément idéal σ un atome M', il subira l'action de cette force attractive f, qui, ainsi que le montre la formule, est en raison inverse du carré de la distance.

Nous avons supposé implicitement, dans cette démonstration, que les vitesses V des atomes d'éther avant le choc étaient égales. Il est aisé de voir que cette restriction est inutile, car il suffit de

diviser les atomes qui viennent choquer M en groupes dans lesquels les vitesses sont égales. Chacun de ces groupes donnera lieu à une attraction et la résultante de leurs effets sera une attraction.

Il résulte des considérations exposées plus haut que la présence de M trouble l'état de l'éther ambiant; elle doit en particulier modifier, en un point quelconque σ, sa densité et la force vive des atomes m contenus dans l'unité de volume. Nous allons calculer ces modifications :

1° Soit N' le nombre des atomes m ayant choqué M dans l'unité de temps et l'ayant quitté avec la vitesse $(V+v)$. Lorsqu'ils arrivent sur la sphère de rayon R, ils occupent une couche sphérique d'épaisseur $(V+v)$ dont le volume est, par suite,

$$4\pi R^2(V+v),$$

en supposant l'unité de temps, qui est arbitraire, assez faible pour que l'épaisseur $(V+v)$ soit très petite par rapport à R. La densité de ces N' atomes dans la couche en question est donc

$$\frac{N'm}{4\pi R^2(V+v)} = \frac{1}{4\pi R^2}\sum_{N'} \frac{m}{V+v},$$

et l'ensemble des N atomes ayant choqué M, dans l'unité de temps, avec des vitesses diverses, aura pour densité

$$\frac{1}{4\pi R^2}\sum_{N} \frac{m}{V+v}.$$

Sans la présence de M, cette densité serait

$$\frac{1}{4\pi R^2}\sum_{N} \frac{m}{V}.$$

Donc l'excès de densité de l'éther en σ, dû à la présence de M, est

$$\delta = \frac{1}{4\pi R^2}\sum_{N} \frac{m}{V+v} - \frac{1}{4\pi R^2}\sum_{N} \frac{m}{V}$$

ou

$$\delta = -\frac{1}{4\pi R^2}\sum_{N} \frac{mv}{V(V+v)},$$

valeur essentiellement positive.

Si l'on regarde $\frac{v}{V}$ comme très petit, ce qui doit être, $\frac{m}{V}$ étant lui-même très petit, on aura une expression très simple de δ en le développant suivant les puissances de $\frac{v}{V}$,

$$\delta = \frac{1}{4\pi R^2 V^2}\left[-\sum_N mv + \frac{1}{V}\sum_N mv^2 - \frac{1}{V^2}\sum_N mv^3 + \ldots\right],$$

en remarquant que

$$\frac{1}{2V}\sum_N mv^2 = -\sum_N mv = \frac{6\pi R^2}{K}\,\frac{f}{\sigma},$$

et en négligeant les termes du développement à partir de $\sum_N mv^3$, ce qui donne finalement

$$\frac{f}{\sigma} = \tfrac{1}{3}KV^2\delta.$$

L'inconnue (Σmv) a disparu et l'on voit que l'attraction spécifique $\frac{f}{\sigma}$ de M sur l'élément σ est proportionnelle à l'excès de densité δ de l'éther en σ, au carré de la vitesse V des atomes m, et contenant un facteur numérique $\frac{K}{3}$ dont la valeur nous est actuellement inconnue.

2° Nous venons de voir que, dans l'unité de volume en σ, la masse des atomes qui ont choqué M est

$$\frac{1}{4\pi R^2}\sum_N \frac{m}{V+v}.$$

Si, au lieu de la masse de ces atomes, on veut connaître leur force vive totale, on n'a qu'à remplacer chaque masse m par la force vive $m(V+v)^2$, ce qui donne

$$\frac{1}{4\pi R^2}\sum_N \frac{m(V+v)^2}{V+v} = \frac{1}{4\pi R^2}\sum_N m(V+v).$$

L'accroissement de force vive dû à la présence de M est donc évidemment

$$W = \frac{1}{4\pi R^2}\sum_N m(V+v) - \frac{1}{4\pi R^2}\sum_N mV$$

ou

$$W = \frac{1}{4\pi R^2} \sum_N mv,$$

et l'on peut écrire

$$\frac{f}{\sigma} = - KW.$$

W est négatif, et l'on voit que l'attraction spécifique de M en σ est proportionnelle au décroissement de la force vive de l'éther contenu dans l'unité de volume en σ.

En résumé, nous avons mis en évidence *dans un cas simple* la nécessité de l'attraction de la matière, la loi de l'inverse du carré des distances, ainsi qu'un phénomène essentiellement lié à l'attraction, savoir le mouvement oscillatoire forcé d'un atome M plongé dans l'éther. Quant à la démonstration de la loi du produit des masses et au calcul du coefficient dit *numérique* dans la formule de Newton, ils paraissent bien difficiles sans l'introduction d'une hypothèse sur la notion même de masse. Ainsi, en supposant que les atomes M et M′ en présence soient des sphères de grands cercles σ et σ', la force f d'attraction entre eux serait proportionnelle : 1° à la section σ' que M′ présente au choc des atomes m venant de M; 2° à $\sum_N mv$ et, par suite, à la section σ de M, puisque le nombre N des atomes m qui choquent M dans l'unité de temps doit évidemment être proportionnel à σ; 3° à $\frac{1}{R^2}$, comme on l'a vu plus haut. Par suite, on aurait la formule symétrique

$$f = A\frac{\sigma\sigma'}{R^2},$$

où le produit $\sigma\sigma'$ paraît devoir jouer le rôle du produit des masses M et M′. Nous ne chercherons point au moyen de quelle hypothèse on pourrait remplacer $\sigma\sigma'$ par MM′.

La démonstration que nous avons donnée de la loi d'attraction ne s'applique pas si la distance des atomes M et M′ est du même ordre de grandeur que leurs dimensions. Elle est également en défaut si entre ces atomes s'en trouvent d'autres en ligne droite avec eux. Ces cas paraissent plus difficiles à traiter; ils présentent d'ailleurs d'autant moins d'intérêt que, pour diverses raisons,

l'hypothèse qui nous a servi d'étude, d'un éther constitué par des atomes m tous égaux entre eux, nous semble n'être pas la vraie. Une autre hypothèse plus compliquée, en vertu de laquelle l'éther serait composé d'atomes m très ténus et plongés eux-mêmes dans un milieu d'atomes μ infiniment plus subtils, se prêterait sans doute mieux à la démonstration générale de la loi d'attraction, ainsi qu'à l'explication des phénomènes optiques.

Nous ferons encore remarquer que la gravitation, telle que nous venons de la constater, résulte du seul fait de la *présence* d'atomes M en repos apparent dans le milieu. Si l'atome M est animé d'un certain mouvement, à l'attraction newtonienne qu'il exerce s'ajouteront d'autres actions. Par exemple, si ce mouvement est rectiligne, on sera conduit à des actions du genre de celles que l'on constate en Électrodynamique et qui varient non seulement avec la distance, mais encore avec l'orientation. Si le mouvement est vibratoire, comme paraît être celui des atomes pondérables, on aura des actions à distance qui affecteront un caractère de périodicité comme en Chaleur et en Optique.

Ces considérations n'offrent qu'un très vague aperçu. Elles justifient toutefois, jusqu'à un certain point, le choix de l'hypothèse admise plus haut sur la constitution de la matière en montrant qu'elle peut être assez féconde pour conduire à diverses lois de la Physique et que ses applications ne sont pas bornées à celle de la gravitation universelle.

EXPÉRIENCES DE THERMO-ÉLECTRICITÉ;

PAR MM. L. PILLEUR ET E. JANNETTAZ.

Nous nous sommes efforcés de prouver que, si l'on chauffe en un point déterminé un corps conducteur présentant une texture schisteuse, on détermine dans ce corps des courants thermo-électriques.

Nos expériences ont porté sur le zinc, l'étain, le fer et le cuivre. On a communiqué la texture schisteuse ou, si l'on veut, le long-grain, à chacun de ces métaux, par des laminages soignés exécutés sous nos yeux dans les ateliers de M. Pirot.

On chauffe un point A au centre de la plaque à étudier et l'on

établit une prise de courant au point B situé sur l'autre face de la plaque, à l'extrémité de la ligne qui va rejoindre le point chaud A par *le travers du long-grain,* l'autre prise en un point C situé à l'extrémité de la ligne qui va rejoindre le point chaud A *en suivant le sens du long-grain.*

On a toujours obtenu un courant dirigé de B vers C, à travers le circuit extérieur. L'intensité du courant, pour un même métal, paraît liée à l'importance du *long-grain.* Ainsi, du zinc laminé quatre fois a donné un courant moins fort que du zinc laminé six fois. Mais du cuivre ayant beaucoup de long-grain, c'est-à-dire bien plus cassant dans un sens que dans l'autre, a donné un courant moins fort que de l'étain qui ne paraissait pas avoir de long-grain appréciable. Il faut d'ailleurs noter que cet étain avait passé six fois sous le laminoir; ainsi donc, le phénomène thermo-électrique que nous étudions révèle l'action du laminoir, alors même qu'elle n'est pas appréciable sous le rapport de la cassure.

Les courants les plus forts ont été donnés par le zinc, et les moins forts par le cuivre.

Mais ces courants sont, somme toute, assez difficiles à constater, sans doute par la facilité qu'ils ont à se rejoindre à travers la plaque même; on a pu obtenir des effets beaucoup plus intenses en découpant, dans la plaque métallique, une équerre dont une branche prenait le long-grain en travers, l'autre branche en long, et réunissant, par le circuit extérieur, les deux extrémités de l'équerre.

DOUBLE LUNETTE PHOTOMÉTRIQUE A LUMIÈRE POLARISÉE (¹),

PAR M. LÉON GODARD.

Cet appareil (*fig.* 1), commandé par P. Desains en mai 1884, se compose d'un oculaire positif, de $0^m,01$ de foyer, d'un parallélépipède en crown PP à double réflexion. L'une des lunettes porte un objectif achromatisé, un foucault F faisant fonction de polariseur, un nicol analyseur N, pouvant tourner autour de l'axe du

(¹) Construite par MM. J. Duboscq et Ph. Pellin.

tube de cette lunette. Une alidade, mobile sur un petit cercle divisé (*fig.* 2), indique la position de ce nicol. L'autre lunette porte une lame de verre V, destinée à compenser le retard produit par le foucault et le nicol, ainsi qu'un objectif achromatisé dont la distance focale est différente de celle du premier objectif. Ces deux objectifs peuvent être déplacés au moyen de vis à crémaillère.

Cet appareil avait été imaginé par P. Desains pour servir aux recherches que j'avais entreprises au laboratoire d'enseignement de la Physique à la Sorbonne, sur la réflexion de la lumière. Malheureusement il ne put servir, car la lame de verre V et l'objectif correspondant ne donnaient pas une compensation suffisante pour permettre la mise au point.

Fig. 3.

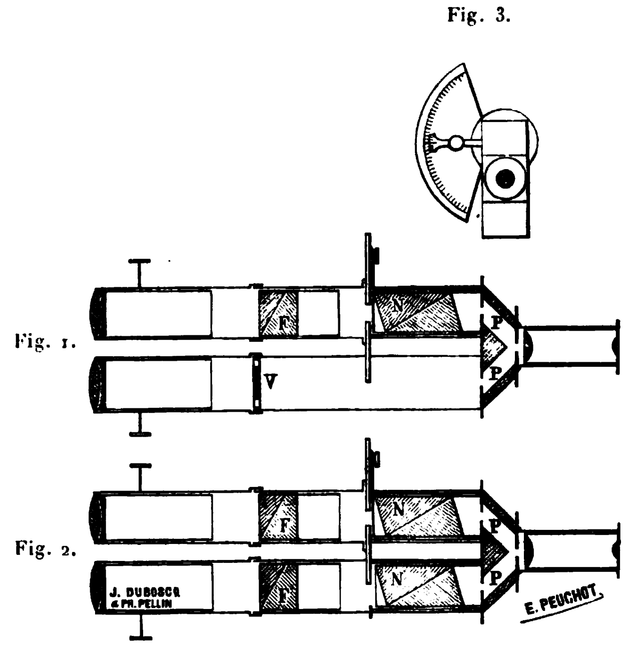


Fig. 1.

Fig. 2.

La lunette fut modifiée sur mes indications en octobre 1884. Les deux tubes portent des objectifs égaux, de 50^{mm} de foyer, des foucaults F, F (*fig.* 3) identiques, ainsi que des nicols identiques N, N. Un petit bouton extérieur permet de donner un très faible mouvement de rotation au nicol du tube inférieur, de façon à amener l'égalité des deux images quand on commence les expériences.

Un faisceau horizontal de rayons parallèles, émanant d'une source unique, tombe sur un écran percé de deux ouvertures convenablement espacées, puis sur une glace inclinée, et enfin est concentré soit sur une plaque diffusante, soit sur un miroir poli. Les faisceaux diffusés ou réfléchis sont reçus dans les deux tubes de cette lunette photométrique qui est mobile le long d'un cercle divisé vertical, passant entre ceux-là, et dont le centre se trouve sur le miroir au point de symétrie des fentes lumineuses. On fait tomber tout d'abord les deux faisceaux sur le miroir qui doit servir de terme de comparaison ; puis, le système étant réglé et l'un des faisceaux tombant sur ce miroir, on fait arriver l'autre sur la plaque réfléchissante que l'on veut étudier.

Cette disposition a l'avantage de n'employer qu'une seule source de lumière, et par suite de rendre constamment identique la composition des faisceaux incidents. On conçoit aisément la possibilité de se servir dans ces expériences de sources monochromatiques, ou de modifier à volonté la composition de ces sources, en interposant soit des cuves contenant différents liquides, soit des lames à faces parallèles formées de différentes substances, telles que sel gemme, alun, verres colorés, etc.

G. KIRCHHOFF. — Ueber die Formänderung, die ein fester elastischer Körper erfährt, wenn er magnetisch oder dielectrisch polarisirt wird (Sur le changement de forme qu'éprouve un solide élastique quand il est soumis à la polarisation magnétique ou diélectrique) ; *Wied. Ann.*, t. XXIV, p. 52 ; 1885.

Dans une Communication à l'Académie des Sciences de Berlin, faite en 1881, M. Helmholtz a étudié les forces qui agissent sur les corps polarisés magnétiquement et diélectriquement, et il a trouvé l'expression de ces forces en appliquant le principe de la conservation de l'énergie, et en supposant la théorie du magnétisme induit de Poisson applicable aux isolants polarisables diélectriquement. Les résultats auxquels il arrive s'accordent du reste avec ceux obtenus antérieurement par Sir W. Thomson et Cl. Maxwell; seulement, ils renferment à côté de la constante d'induction une quantité dépendant de la nature du milieu, et qui est déterminée par la variation que la nature du milieu éprouve

par suite de la variation de la densité. Dans ce travail, M. Helmholtz n'a considéré que des fluides.

Voulant traiter le cas des corps solides, M. Kirchhoff suppose que les forces à étudier dépendent d'une troisième constante qui s'introduit lorsqu'on veut exprimer la variation que l'induction éprouve par ce fait que les dilatations sont différentes dans les différentes directions.

M. Kirchhoff considère le cas d'une masse de fer, placée dans l'air et soumise à l'action de forces magnétiques extérieures; si λ_1, λ_2, λ_3 sont les dilatations dans trois directions rectangulaires et si μ_1 est la composante de l'intensité de l'aimantation dans la direction λ_1 produite par un champ magnétique dont la composante dans cette direction est J_1, on a

$$\mu_1 = [p - p'(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) - p''\lambda_1]J_1,$$

p, p', p'' étant trois constantes dépendant de la nature de la substance. A ces trois constantes M. Kirchhoff en substitue trois autres, k, k', k'', définies par

$$\frac{p}{1+\frac{4\pi}{3}p} = k, \qquad \frac{p'}{\left(1+\frac{4\pi}{3}p\right)^2} = k', \qquad \frac{p''}{\left(1+\frac{4\pi}{3}p\right)^2} = k''.$$

Soient u, v, w les déplacements infiniment petits que le point (x, y, z) éprouve par suite de la polarisation.

Soient A, B, C les forces magnétiques rapportées à l'unité de volume qui agissent dans les directions des axes de coordonnées: on trouve, en supposant k, k', k'' constants dans l'intérieur du fer, et nuls dans l'air (la transition se faisant à travers une couche infiniment mince)

$$A = +\frac{1}{2}\left(k' + \frac{k''}{2}\right)\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right],$$

et deux expressions semblables pour B et C, φ étant le potentiel total, provenant tant des forces magnétisantes que de la polarisation de la substance, pris au point (x, y, z) du fer.

Aux forces A, B, C qui agissent sur l'intérieur du fer, doivent être ajoutées d'autres forces qui sont exercées sur les éléments de sa surface; soient $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{C}$ leurs composantes rapportées à l'unité

de surface : on trouve

$$\overline{A} = -2\pi k^2 \left(\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right)^2 \cos(nx)$$
$$- \frac{k-k'}{2}\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right]\cos(nx) + \frac{k''}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial\varphi}{\partial n},$$

et deux expressions semblables pour $\overline{B}$ et $\overline{C}$.

Si l'on désigne par X_x, X_y, ... les composantes des pressions élastiques provoquées par les déplacements u, v, w; si de plus X, Y, Z, $\overline{X}$, $\overline{Y}$, $\overline{Z}$ sont les composantes des forces, rapportées à l'unité de volume, et des pressions rapportées à l'unité de surface, qui s'exercent sur l'intérieur et la surface du fer, et qui proviennent de causes autres que celles de son élasticité et de sa polarisation, les équations différentielles qui déterminent les changements de forme sont

$$\frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} = X + A,$$

et deux analogues;

$$X_x = -2K\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \Theta\sigma\right),$$

et deux analogues;

$$Y_z = Z_y = -K\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right),$$

et deux analogues, où

$$\sigma = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z},$$

et où K et Θ sont les deux constantes de l'élasticité qui sont reliées au *coefficient d'élasticité* E par la relation

$$E = 2K\frac{1+3\Theta}{1+2\Theta}.$$

Puis M. Kirchhoff applique les équations précédentes au cas d'un condensateur sphérique, qui a été aussi traité par M. Boltzmann et M. Korteweg ([1]).

([1]) Boltzmann, *Wien. Ber.*, t. LXXXII, pp. 826 et 1157; 1880. Korteweg, *Wied. Ann.*, t. IX, p. 48; 1880.

Il prend le centre de la sphère pour origine des coordonnées,

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Soit ρ l'accroissement de r, compté positivement dans la direction où r croît, les déplacements ayant lieu dans la direction du rayon :

$$u = \rho \frac{x}{r}, \qquad v = \rho \frac{y}{r}, \qquad w = \rho \frac{z}{r}.$$

Soit r_1 le rayon de la surface intérieure du verre ; on trouve, a et b étant deux constantes,

$$\rho = -\frac{1}{2K(1+\theta)}\left(\frac{a}{3} r + \frac{b}{r^2} + \frac{1}{r^2}\int_{r_1}^{r} r^2 dr \int_{r_1}^{r} R\, dr\right),$$

R étant une fonction de r définie par

$$X = R\frac{x}{r}, \qquad Y = R\frac{y}{r}, \qquad Z = R\frac{z}{r}.$$

Si l'on suppose le verre muni de deux armatures conductrices, φ_0 est le potentiel sur l'armature intérieure ; le potentiel est nul sur l'armature extérieure. En un point du verre le potentiel φ a pour valeur

$$\varphi = \varphi_0 \frac{\frac{1}{r} - \frac{1}{r_2}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \qquad \text{ou} \qquad \varphi = C\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_2}\right),$$

en posant

$$C = \frac{\varphi_0}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}.$$

La détermination des constantes a et b donne enfin, en supposant que l'épaisseur $r_2 - r_1$ de la paroi de verre est infiniment petite par rapport à r_1 ou à r_2,

$$\rho_1 = \frac{1}{2E}\frac{C_1^2}{r_1^3}\left(\frac{1}{4\pi} + k - \frac{k' - k''\theta}{1 + 2\theta}\right).$$

Comme M. Kirchhoff le remarque lui-même, cette équation s'accorde avec une de celles que M. Korteweg a obtenues dans le travail déjà cité par des considérations qui, dans l'essentiel, sont semblables à celles qu'emploie M. Kirchhoff, mais qui revêtent une autre

forme et sont d'une moindre généralité. A la place des quantités k, k', k'', M. Korteweg en a introduit trois autres, k, x_1 et x_2, qui ont avec les précédentes les relations

$$k = 1 + 4\pi k, \qquad x_1 = 4\pi(k' + k''), \qquad x_2 = 4\pi k'.$$

Enfin M. Kirchhoff mentionne le récent travail de M. Lorberg sur l'électrostriction, qui traite le même sujet que lui et qui conduit par des considérations d'une autre forme à des résultats semblables.

E. MATHIAS.

G. KIRCHHOFF. — Ueber einige Anwendungen der Theorie der Formänderung welche ein Körper erfährt, wenn er magnetisch oder dielectrisch polarisirt wird (Quelques applications de la théorie des changements de forme éprouvés par un corps qui subit la polarisation magnétique ou diélectrique); *Wied. Ann.*, t. XXV, p. 601; 1885.

Les formules trouvées dans le cas des corps solides sont applicables au cas des fluides, liquide ou gaz, en y faisant la constante k'' égale à zéro. On retrouve ainsi les formules données en 1881 par M. Helmholtz : si l'on suppose le fluide incompressible, on fera de plus $k' = 0$, et l'on retombera sur les formules données, antérieurement à M. Helmholtz, par Sir W. Thomson et Cl. Maxwell.

C'est à ce cas simple que se rapportent les recherches faites en 1883 et 1884 par M. Quincke, pour la détermination de la constante diélectrique et de la *constante diamagnétique* d'un grand nombre de fluides.

Il faut remarquer que, dans le cas particulier des fluides, il faut, à côté des forces magnétiques ou électriques, faire intervenir, dans les changements de forme, la pesanteur et les forces capillaires.

Soient, dans un champ magnétique, différents fluides incompressibles que l'on affecte d'indices; soient μ_1 et p_1 la densité et la pression en un point du fluide 1 : on a, φ_1 étant le potentiel total et l'axe des x étant vertical,

$$p_1 = \mu_1 g x + \frac{k'_1}{2}\left[\left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial z}\right)^2\right] + C_1,$$

C_1 étant une constante.

En particulier, M. Kirchhoff considère le cas où deux fluides 1

et 2 sont seuls en présence, et où l'équilibre s'établit au moyen d'un simple changement de pression qui ne modifie pas les positions relatives des deux fluides lorsqu'on excite les forces magnétiques.

Pour faire le calcul, il suppose k_1 et k_2 infiniment petits, hypothèse qui est satisfaite dans les expériences de M. Quincke sur les fluides; la valeur maximum de k, atteinte par une solution aqueuse de chlorure de fer, de densité 1,51, étant de

$$k = 65.10^{-6},$$

si l'on s'arrange de façon que la variation de pression du fluide 2 soit nulle, on trouve, pour la variation de pression du fluide 1,

$$\frac{k_2 - k_1}{2}\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right],$$

φ étant la valeur que le potentiel aurait si tout le champ magnétique était rempli d'air (pour lequel $k = 0$).

C'est d'après cette formule que M. Quincke a calculé ses expériences.

Dans ces recherches, le cas précédent était réalisé de deux façons différentes qui sont les mêmes au fond. Dans l'une des méthodes, M. Quincke se servait d'un tube de verre en U rempli en partie du liquide à examiner, dont l'une des branches se trouvait entre les surfaces polaires d'un électro-aimant et dont l'autre était à l'extérieur de ces pôles. Le liquide à examiner est le fluide 1, l'air est le fluide 2. Dans l'autre méthode, le liquide à examiner emplissait la plus grande partie de l'espace situé entre les surfaces polaires placées horizontalement, pendant qu'une bulle d'air occupait le reste, touchait les deux surfaces polaires et communiquait avec un manomètre. Ici, le liquide à examiner est le fluide 2, l'air est le fluide 1.

Quand, au lieu des forces magnétiques, ce sont les forces électriques qui agissent, les formules subsistent, et M. Quincke a fait, dans ce cas, des expériences entièrement semblables aux précédentes.

Entre les deux plateaux horizontaux d'un condensateur placé dans un vase rempli du liquide à examiner, il plaçait une bulle d'air plate, touchant les deux plateaux et communiquant avec un

manomètre extérieur. Quand on chargeait le condensateur, le manomètre accusait une augmentation de pression.

Si la bulle ne touchait que le plateau supérieur, le condensateur chargé, la bulle s'allongeait dans la direction des lignes de force et se contractait perpendiculairement.

Si l'on remplace le condensateur par un électro-aimant, on n'observe pas ce phénomène; on ne l'observe pas non plus quand on suspend une goutte de différents liquides magnétiques entre les deux pôles de l'électro-aimant.

Pour appliquer le calcul à ces différents cas, M. Kirchhoff suppose deux fluides 1 et 2 séparés, lorsque les forces magnétiques ou électriques n'agissent pas, par une sphère de rayon R, c'est-à-dire des fluides non pesants.

Il trouve dans la direction des lignes de force une dilatation dont l'expression est

$$\frac{R}{3H}\,\frac{2\pi(k_1-k_2)^2}{1+4\pi k_2}a_1^2,$$

où H et a_1 sont deux constantes.

Dans les directions perpendiculaires, on a une contraction moitié aussi grande. On voit que les contractions et les dilatations sont proportionnelles au carré de la différence $k_1 - k_2$; il s'ensuit qu'elles se montrent dans un champ électrique où cette différence a une valeur considérable, tandis que, dans les champs magnétiques où cette différence est singulièrement petite, elles échappent à l'observation.

Enfin M. Kirchhoff calcule le changement de forme que fait éprouver à une sphère une force magnétique constante.

Le calcul numérique exige la connaissance de k, que les expériences de M. Stoletow ont montré variant avec la force magnétique $\sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2}$ dans des limites très larges.

Comme on n'a aucune expérience sur k' et k'', M. Kirchhoff les suppose petits et les néglige vis-à-vis de k. Il arrive alors, pour l'allongement du rayon de la sphère dans la direction de la force magnétique, à l'expression

$$\frac{153}{176\pi}\,\frac{J^2}{E}R,$$

et pour la contraction dans la direction perpendiculaire, à

$$\frac{27}{176\pi}\frac{J^2}{E}R.$$

Le champ magnétique J peut être produit à l'aide d'une spirale suffisamment longue, parcourue par un courant; si n est le nombre de tours par centimètre, et si i est l'intensité du courant en ampères, on a

$$J = \frac{4\pi}{10} ni \frac{g^{\frac{1}{2}}}{cm^{\frac{1}{2}}.sec}.$$

Si l'on remplace le coefficient E d'élasticité du fer par sa valeur,

$$E = 1,88.10^{12}\frac{g}{cm.sec^2},$$

on a, pour l'allongement du rayon de la sphère parallèle à l'axe de la spirale,

$$n^2 i^2.2,32.10^{-13}.R.$$

M. Kirchhoff remarque que, déjà en 1847, Joule a mesuré les allongements qu'un tube de fer éprouve quand il est aimanté dans une spirale, allongements qui, au maximum, atteignent 1,4 millionième de la longueur, et il conclut qu'il serait difficilement possible d'effectuer de semblables mesures sur une sphère, à cause de la petitesse des changements de forme. E. MATHIAS.

ANNALES DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE.

Tome IV; 1885.

BERTHELOT. — Sur le calcul des températures de combustion, des chaleurs spécifiques et de la dissociation des mélanges tonnants, p. 17-28.

Autrefois on calculait la température de combustion d'un mélange gazeux, d'après la chaleur développée, en supposant la chaleur de combinaison totale et la chaleur spécifique des gaz composés, tels que l'acide carbonique et la vapeur d'eau, constantes et égales à la valeur qu'elles possèdent à la température ordinaire. Mais, depuis la découverte de la dissociation, on a reconnu que

les températures ainsi calculées devaient être beaucoup trop élevées.

Dans ce Mémoire purement théorique l'auteur rappelle d'abord les procédés de calcul qu'il a exposés en 1877 pour l'évaluation rigoureuse des limites entre lesquelles la température de combustion d'un mélange gazeux est nécessairement comprise. Il insiste surtout sur le calcul des chaleurs spécifiques réelles et apparentes et sur celui de la dissociation, ainsi que sur l'influence exercée sur ces diverses données par la pression initiale, c'est-à-dire par la condensation de la matière, d'après la combustion des mélanges isomères.

BERTHELOT et VIEILLE. — Recherches sur les mélanges gazeux détonants (six Mémoires), p. 13-84.

Le premier Mémoire a pour objet la détermination expérimentale des pressions développées au moment de l'explosion des mélanges détonants. La mesure des pressions a été obtenue en déterminant l'explosion dans une bombe de forme sphérique et en enregistrant sur un cylindre tournant la loi du déplacement d'un piston de section et de masse connues, conformément aux procédés déjà employés par MM. Sebert, Ricq et Vieille. La pression est donnée par la formule

$$F = m\frac{d^2y}{dt^2}.$$

Les mesures de pression n'acquièrent toute leur certitude, surtout au point de vue des déductions ultérieures relatives aux gaz combustibles composés et aux mélanges de gaz combustibles, que si l'on peut comparer *la vitesse relative de combustion des divers mélanges gazeux :* c'est l'objet du deuxième Mémoire.

Les auteurs ont pensé qu'il convenait, pour mieux établir la théorie générale, d'exécuter un certain nombre d'expériences dans des conditions telles que les conclusions théoriques fussent indépendantes de toute loi spéciale et controversable, relative aux propriétés des gaz à de hautes températures et pressions, telles que sont les lois de Mariotte et de Gay-Lussac. Dans cette recherche, ils se sont surtout attachés à étudier l'influence de la densité des mélanges gazeux sur la pression développée, soit

en comprimant à l'avance ces mélanges, soit en opérant sur des mélanges isomères, constitués à l'origine par les mêmes éléments diversement combinés, de façon à faire varier à volonté, tantôt la condensation initiale des éléments, tantôt la chaleur dégagée pendant le changement d'état de combinaison des corps mis en expérience, tantôt enfin ces deux données simultanément. Ce groupe d'expériences, fort intéressant pour la théorie, est exposé dans le troisième Mémoire, intitulé : *Influence de la densité des mélanges gazeux sur la pression; mélanges isomères.*

Cet ensemble de données expérimentales étant acquis, on peut aborder la série des déductions. Elles comprennent d'abord le *Calcul des températures et des chaleurs spécifiques des mélanges gazeux* (quatrième Mémoire). Le calcul des chaleurs spécifiques en particulier est présenté pour le système total, c'est-à-dire comme valeur moyenne et apparente, comprenant à la fois les chaleurs spécifiques réelles et les dissociations; les résultats évalués ainsi sont indépendants de toute hypothèse particulière sur le dernier point. Ils fournissent dès lors une base plus solide à la discussion. Dans les Mémoires suivants, on a tâché d'établir cette discussion de façon à obtenir séparément et en valeurs approchées :

Les chaleurs spécifiques des éléments gazeux à de très hautes températures (cinquième Mémoire), variant entre 2800° et 4400°.

Et les chaleurs spécifiques de l'eau et de l'acide carbonique également à de très hautes températures (sixième Mémoire).

Voici quelques résultats relatifs à l'eau :

Mélange.	T.	Chaleur spécifique totale.	Chaleur spécifique de l'azote.	Chaleur spécifique moléculaire moyenne de H^2O^2 entre o et T.
1. $H^2 + O^2$	3240°	18,12	»	18,12
2. $H^2 + O^2 + \frac{1}{2} Az$	2860	20,52	1,69	18,83
3. $H^2 + O^2 + Az^2$	2543	23,08	6,26	16,82
4. $H^2 + O^2 + 2 Az^2$...	2180	26,93	11,36	15,57
5. $H^2 + O^2 + 3 Az^2$.........	1798	32,05	15,21	16,84
6. $H^2 + Az^2O^2$.............	3133	25,09	7,20	17,89
7. $H^2 + Az^2O^2 + Az^2$.......	2601	30,60	12,70	17,90

La concordance des nombres relatifs à la vapeur d'eau, observés pour une même température, mais avec deux systèmes et deux densités différents, tels que (1) comparé à (6), et (3) comparé à (7), est aussi grande qu'on peut l'espérer dans de telles mesures.

On voit que la chaleur spécifique moyenne de la vapeur d'eau, à volume constant, s'accroît avec la température, assez lentement d'ailleurs, et conformément à la formule empirique

$$16,2 + 0,0019(T - 2000).$$

Rappelons que la chaleur spécifique moyenne de la vapeur d'eau entre 130° et 230° peut être évaluée à 6,65 (à volume constant). Elle serait donc plus que doublée vers 2000°, triplée à 4000°.

La chaleur spécifique élémentaire, c'est-à-dire le rapport $\frac{dQ}{dT}$, sera

Vers 2000°	16,2
» 3000	20,0
» 3500	21,9
» 4000	23,8

BERTHELOT. — Sur l'échelle des températures et sur les poids moléculaires, p. 84-90.

L'auteur examine les conséquences résultant des expériences faites avec M. Vieille et il conclut ainsi :

« Si nous imaginons deux thermomètres à air, définis l'un par les dilatations (ou les accroissements de pression à volume constant), l'autre par les quantités de chaleur, ces deux thermomètres marcheront d'accord entre 0° et 200°; mais ils discorderont de plus en plus aux hautes températures, à tel point que le premier indiquant 4500°, le second marquera 8815°.

» Une telle transformation des propriétés connues des gaz donne à réfléchir. Au milieu de ces changements incessants et progressifs des gaz réputés simples sous l'influence des hautes températures, que deviennent nos conventions et nos hypothèses atomiques sur le nombre des molécules, hypothèses construites seulement d'après les données observées au voisinage de la température ordinaire? La constitution des particules dernières de nos corps élémentaires pourra-t-elle désormais être ainsi simplifiée arbitrai-

rement? En fait, l'étude approfondie des chaleurs spécifiques, invoquées naguère à l'appui de ces hypothèses, tend à établir que la chaleur, qui dissocie les molécules composées en leurs éléments, s'exerce pareillement pour désagréger les groupements, sans doute bien complexes, des particules qui constituent les matières mêmes appelées jusqu'ici *élémentaires.* »

LAGARDE. — Recherches photométriques sur le spectre de l'hydrogène, p. 248.

Le but de ce travail est de démontrer que, pour les gaz illuminés par la décharge électrique avec des pressions et des courants variables, la comparaison rigoureuse des spectres d'intensité différente est possible et relativement facile, grâce à certains dispositifs appropriés. L'auteur a étudié un seul gaz, l'hydrogène, et dans des limites assez étroites d'énergie électrique et de pression. Il a choisi l'hydrogène parce que c'est le seul gaz qui ne présente qu'un petit nombre de lignes spectrales bien définies. Il s'est particulièrement attaché à la mesure des intensités relatives des trois raies H_α, H_β, H_γ, celle des raies ultra-violettes n'étant accessible que pour la photographie ou par les phénomènes de fluorescence.

La première Partie de ce Mémoire est consacrée à définir les spectres accidentels d'impuretés capables de faire varier l'éclat des raies propres de l'hydrogène et les conditions dans lesquelles ils se manifestent. Ces considérations ont conduit à une disposition pratique des voltamètres producteurs du gaz, du tube électrique et des pompes destinées à effectuer un vide aussi parfait que possible.

L'hydrogène pur est donné par un voltamètre à eau acidulée avec de l'acide phosphorique. Le gaz bien sec passe dans le tube à vide qui est formé de deux ampoules cylindriques de 15^{mm} de diamètre intérieur, reliées par un tube capillaire de $0^m,09$ de long. Les machines à faire le vide se composent d'une trompe à mercure à six chutes en communication avec une machine à mercure d'Alvergniat, et d'une jauge de Mac Leod. En une demi-heure, on pouvait obtenir un vide d'un millionième d'atmosphère; cette pression, qu'on représente généralement par M, est liée au millimètre de mercure par les relations

$$1^M = 0^{mm},00076,$$
$$1^{mm} \text{ de mercure} = 1315^M,789.$$

M. Lagarde propose de substituer à l'unité M la *dyne*, qui vaut à peu près 1^{M}, car une pression de 1^{mm} de mercure équivaut à 1333,0504 dynes par centimètre carré en unités C.G.S.

La description des appareils électriques et la mesure de l'énergie disponible aux électrodes, dans des conditions diverses de pressions, font l'objet de la seconde Partie de ce travail. Les décharges ont été fournies par une petite bobine donnant dans l'air une étincelle de 2^{cm} environ. La différence de potentiel aux bornes, qui définit l'état électrique du tube à vide, était évaluée par la méthode des étincelles équivalentes, employée par Schultz dans ses mesures sur la résistance électrique des gaz. Le micromètre à étincelles était constitué par un sphéromètre. La distance explosive, facilement déterminée avec cet appareil, varie avec la pression. Elle est supérieure à 2^{mm} quand l'hydrogène est à une pression de 5^{mm} à 6^{mm}; elle décroît, passe par un minimum de $0^{mm},5$ et s'élève jusqu'à 3^{mm} et plus, tandis que la pression décroît jusqu'à quelques centièmes de millimètre.

La décharge commençant à passer dans le tube à hydrogène quand la pression était d'environ 7^{mm}, elle présente la forme d'un filet lumineux très délié, joignant les électrodes et n'occupant que la partie axiale des ampoules. La pression diminuant, le filet lumineux s'élargit et présente une sensibilité extrême à l'approche de la main. A 4^{mm}, la décharge est encore attirable à la main; elle s'épanouit et remplit les ampoules. A 2^{mm}, elle n'est plus sensible; les ampoules sont remplies d'une lumière diffuse. Vers $0^{mm},04$, l'ampoule positive présente un grand nombre de strates mobiles, d'autant plus stables que l'interrupteur de la bobine vibre plus régulièrement.

Ces aspects si variés montrent bien qu'un spectre n'est pas seulement défini par ses seules longueurs d'onde et que les intensités relatives des raies en sont un des éléments principaux, car elles définissent ce qu'on pourrait appeler la quantité d'un spectre, les longueurs d'onde en définissant la qualité. Les recherches photométriques relatives aux raies de l'hydrogène forment la troisième et dernière Partie du Mémoire de M. Lagarde.

Deux méthodes principales sont en usage pour les mesures spectro-photométriques. La première consiste à obtenir la disparition des franges complémentaires dans deux faisceaux superposés,

d'égale intensité et polarisés à angle droit : c'est la méthode adoptée par MM. Trannin et Gouy. La seconde méthode consiste à chercher l'égalité d'intensité de deux plages amenées au contact. C'est cette dernière qu'a choisie l'auteur et il s'est servi du spectrophotomètre de M. Crova. Comme lampe photométrique, il s'est servi d'une lampe modérateur à huile épurée donnant un éclairement proportionnel à la quantité d'huile consumée dont la valeur s'obtenait par une balance-bascule, enregistreur très sensible.

Dans les limites des observations, l'intensité relative L d'une même raie, pour une pression déterminée, est liée à l'intensité I de la décharge par une relation exponentielle de la forme

$$L = K a^{(I-p)}.$$

Les bases a de l'exponentielle varient suivant la pression et suivant la longueur d'onde de la raie considérée. Les courbes et les Tableaux numériques qui résument les nombreuses expériences de l'auteur font connaître les valeurs de ces intensités relatives pour les trois raies principales de l'hydrogène entre $0^{mm},2$ et 2^{mm} de pression.

A. RIGHI. — Recherches expérimentales et théoriques sur la lumière polarisée réfléchie par le pôle d'un aimant, p. 433-515.

L'auteur commence par indiquer des expériences qui définissent assez complètement le phénomène de Kerr.

A l'incidence normale, ce phénomène n'est sensiblement qu'une rotation des vibrations incidentes ayant lieu en sens contraire des courants moléculaires qui représentent l'aimantation du miroir fixé au pôle de l'aimant. La vibration réfléchie est rectiligne ou, du moins, elle est elliptique, mais avec une très grande excentricité.

Lorsque l'incidence devient oblique, l'influence de l'orientation des vibrations incidentes apparaît. Cette influence devient de plus en plus marquée lorsque l'incidence croît.

Avec des vibrations incidentes parallèles au plan d'incidence, le phénomène reste peu différent d'une simple rotation, toujours en sens contraire du courant; car l'action de l'aimantation peut presque complètement se compenser par une rotation de l'analy-

seur. La vibration réfléchie est donc elliptique, mais la trajectoire des particules lumineuses a une excentricité très grande.

Avec des vibrations incidentes perpendiculaires au plan d'incidence, la vibration elliptique réfléchie est moins excentrique et son grand axe est moins incliné sur la direction que les vibrations avaient avant l'aimantation. On peut, même en ce cas, donner une idée très simple du phénomène, en énonçant que l'action du magnétisme peut être presque complètement compensée avec une rotation du polariseur.

En même temps que cette opposition d'effets se produit entre les rayons polarisés dans les deux azimuts principaux, lorsque l'incidence croît, la rotation, mesurée par celui des deux nicols avec lequel on peut plus complètement compenser l'action magnétique, devient de plus en plus petite. Mais, pour un angle d'incidence donné, elle a sensiblement la même valeur, soit que les vibrations incidentes soient parallèles au plan d'incidence et qu'on la mesure en tournant l'analyseur, soit que les vibrations incidentes soient perpendiculaires à ce plan et que la rotation se mesure en tournant le polariseur.

Comme, pour des angles d'incidence assez petits, on peut considérer approximativement le phénomène comme une rotation, l'auteur a pu amplifier les effets obtenus en faisant réfléchir plusieurs fois la lumière, sous une petite incidence, entre deux miroirs d'acier parallèles, constituant les pôles de nom contraire de l'électro-aimant. Cette expérience est analogue à celle, bien connue, dans laquelle on rend plus grande la rotation du plan de polarisation d'un rayon de lumière, en lui faisant parcourir plusieurs fois, au moyen de deux miroirs, le corps transparent qui, sous l'influence du magnétisme, produit le phénomène.

Mais la conséquence principale qu'on tire des expériences de l'auteur, pour l'intérêt qu'elle a, au point de vue théorique, est l'opposition d'effets produits par une rotation d'un des nicols, selon que le rayon est polarisé dans l'un ou l'autre des azimuts principaux.

La seule explication théorique qu'on ait donnée pour le phénomène de Kerr est celle de M. Fitzgerald; l'auteur critique cette théorie et en propose une autre qu'il développe longuement. Le principe fondamental de la théorie de M. Righi consiste en ce que,

en vertu de l'aimantation, le fer agit sur les vibrations lumineuses, non seulement suivant leur orientation par rapport au plan d'incidence, mais encore suivant le sens dans lequel la particule vibrante parcourt sa trajectoire. La décomposition d'un rayon polarisé en rayons elliptiques réciproques, ayant les axes de leurs ellipses, l'un dans le plan d'incidence, l'autre perpendiculaire à ce plan, fournit précisément le moyen de séparer dans le rayon donné les composantes qui présentent les caractères opposés. Si l'on admet que les rayons elliptiques composants se réfléchissent avec une différence de phase et avec une différente diminution d'amplitude, comme les rayons polarisés dans les deux azimuts principaux, lors de la réflexion sur un métal ordinaire, toute la théorie en découle sans nouvelle hypothèse.

T. V; 1885.

BAILLE (J.-B.). — Détermination des moments magnétiques par l'amortissement des aimants oscillants, p. 289-317.

L'ancienne observation de Gambey, sur le prompt amortissement des aimants en mouvement au-dessus d'une plaque de cuivre, fournit une méthode nouvelle, plus rapide que celle de Gauss, pour la détermination des moments magnétiques en valeur absolue.

L'expérience fondamentale est celle-ci : un barreau aimanté oscille à l'intérieur d'une bobine couverte de fils; l'amortissement est différent suivant que le circuit de la bobine est ouvert ou fermé. On évalue l'amortissement dans les deux cas, et les quantités, ainsi que les éléments constitutifs de la bobine, donnent, pour la valeur du moment magnétique du barreau oscillant,

$$M^2 = G^2 n W.$$

W est la résistance évaluée en unités C.G.S. de la bobine; elle s'obtient facilement par les procédés ordinaires : $\frac{1}{G}$ est la constante galvanométrique de la bobine. Le plus souvent on calcule G en lançant un courant constant dans la bobine et dans un galvanomètre absolu et en prenant le rapport des déviations produites.

n caractérise l'amortissement du mouvement; il est mesuré par

le double produit $2\mu\alpha$ du moment d'inertie de l'équipage mobile par le décrément logarithmique, quantité facile à déterminer.

M. Baille a fait une série d'expériences comparatives par les deux méthodes. Il a trouvé pour M et pour la composante horizontale terrestre H les mêmes valeurs moyennes. Il fait en outre remarquer que l'amortissement permet de mesurer ces quantités à un moment précis, tandis que la méthode de Gauss ne donne qu'une valeur moyenne.

Tome VI; 1885.

WITZ (A.). — Pouvoir calorifique du gaz d'éclairage, p. 256-288.

La méthode calorimétrique suivie par l'auteur est celle de M. Berthelot. Elle consiste à provoquer la combustion instantanée d'un mélange tonnant dans une bombe, plongée dans l'eau d'un calorimètre, dont on mesure très exactement l'élévation de température.

De nombreux essais conduisent à assigner, à un produit bien épuré, un pouvoir d'environ 5200^{cal}, quand il est mélangé de six fois son volume d'air; ce pouvoir est rapporté au mètre cube de gaz saturé de vapeur d'eau, à 0° et 760^{mm}. Avant de passer au scrubber et à l'épurateur, le même gaz donne 5600^{cal}. Il y a donc une perte par suite de l'épuration.

Si l'on prend comme terme de comparaison la chaleur dégagée par le mélange de 1^{vol} de gaz avec 6^{vol} d'air, on constate que le gaz donne 5 pour 100 de plus, quand il est mélangé de $1^{vol},25$ d'oxygène; avec 11^{vol} d'oxygène, le pouvoir calorifique est au contraire moindre que 4,6 pour 100; il diminue donc avec la dilution dans l'oxygène.

Il n'en est plus de même quand le gaz est mélangé d'air : dilué dans 11^{vol} d'air, il a un pouvoir plus grand de 2,5 pour 100 que lorsqu'il est mélangé de 6^{vol} d'air. Il semblerait donc que la combustion complète du gaz exige plus de 6^{vol} d'air, et l'effet de la dilution est inverse de ce qu'on aurait pu supposer *a priori*.

B.-C. DAMIEN. — Recherches expérimentales sur la force électromotrice des piles à un seul liquide formé par des dissolutions salines, p. 289-313.

Plus de deux cents couples formés de métaux et de liquides différents ont été étudiés, et les variations de leur force électromotrice suivies pendant près d'un an. Les mesures ont été faites avec l'électromètre symétrique de M. Mascart dont les secteurs pouvaient être mis en communication, soit avec les pôles d'un étalon Latimer Clark, soit avec ceux de l'élément étudié.

Voici les résultats de ces recherches purement expérimentales :

1° La force électromotrice varie en général beaucoup avec le temps; le plus souvent, elle diminue : c'est le cas des sulfates, azotates et carbonates. Pour les chlorures, les variations sont plus singulières; la force électromotrice croît pendant un certain nombre de jours, atteint un maximum, puis diminue et parfois très rapidement.

2° Ces variations sont très faibles pour l'élément zinc-cuivre-sulfate de magnésie qui, pendant plus de dix mois, après quelques oscillations au début, a donné une force électromotrice comprise entre $1^{\text{volt}},06$ et $1^{\text{volt}},04$. On peut donc s'en servir avec avantage pour former des piles de charge des électromètres.

3° Ce même couple a une force électromotrice qui ne dépend sensiblement pas de la concentration de la dissolution et de la température. On ne doit l'employer qu'à circuit ouvert; mais, en introduisant une résistance extérieure d'environ 20000 ohms, on peut le rendre à peu près constant, même à circuit fermé.

4° Pour les éléments formés avec le zinc et le cuivre, la force électromotrice est à peu près la même quand les dissolutions appartiennent à une même classe de sels. Ainsi l'on trouve une valeur moyenne de

volts
1,03 avec les sulfates,
0,71 avec les azotates,
0,78 avec les chlorures,
0,20 avec les carbonates,

5° On a aussi étudié l'influence de la concentration, de la température et celle de l'amalgamation du zinc. L'amalgamation a pour effet d'augmenter légèrement la force électromotrice d'un

couple, mais alors les variations avec le temps sont beaucoup plus rapides.

6° L'élément zinc-amalgamé-acide sulfurique étendu a un maximum de force électromotrice correspondant à une dissolution contenant 30 pour 100 d'acide monohydraté. Ce fait paraît être général et se présenter dans toutes les piles où des lames de zinc plongent dans l'eau acidulée par l'acide sulfurique.

CROVA (A.). — Sur l'emploi des écrans diffusants en photométrie, p. 342-358.

Les écrans diffusants fournissent une méthode très commode pour réduire, dans un rapport connu et variable à volonté, l'intensité lumineuse du foyer. Il est nécessaire de connaître la loi suivant laquelle l'intensité de la lumière diffusée varie en fonction de la distance et de l'obliquité. Si la surface diffusante, vue de l'écran, est inférieure à une certaine limite facile à calculer, la loi de variation en fonction de la distance sera celle de l'inverse du carré. Avec les diffuseurs peu translucides, M. Crova montre que la diffusion a lieu suivant la loi des cosinus. Il est dès lors facile de déterminer avec beaucoup de précision le coefficient k de réduction d'un diffuseur quelconque.

Un faisceau de lumière solaire, ou provenant d'une lampe électrique, tombe horizontalement sur une lentille convergente à foyer très court dont on détermine le foyer principal, et l'on reçoit la nappe divergente normalement au verre dépoli, recouvert d'un écran noir muni de sa fente variable; celui-ci fonctionne comme l'une des sources d'un photomètre de Foucault dont l'autre source est un carcel placé à un mètre. Un second photomètre avec son carcel est placé à une assez grande distance du foyer, de manière à recevoir normalement les rayons qui sont contigus à ceux qui tombent sur le verre dépoli.

En déplaçant la lampe du second photomètre, on arrivera à rendre les éclairements égaux; le même résultat est atteint dans le premier photomètre, en rétrécissant la fente; deux observateurs opèrent simultanément. Il est d'ailleurs indispensable de regarder dans chaque appareil à travers un milieu qui assure l'égalité des teintes.

Soient :

i l'intensité de lumière émise par la surface s du diffuseur et x celle du champ dans lequel il est placé;

d la distance du foyer au diffuseur;

l et l' les distances du diffuseur et du carcel dans le premier photomètre;

D et l'' les distances du foyer et du carcel dans le deuxième photomètre;

c et c' les valeurs des carcels des deux photomètres déduites des pesées des deux lampes;

I l'intensité du foyer.

On a

$$i = kxs,$$

$$\frac{I}{D^2} = \frac{c'}{l''^2}, \qquad x = \frac{I}{D^2}, \qquad \frac{kxs}{l^2} = \frac{c}{l'^2};$$

d'où

$$k = \frac{c}{c'} \frac{d^2}{D^2} \frac{l^2}{l'^2} \frac{l''^2}{s}.$$

$\frac{1}{k} = N$ caractérise le diffuseur; c'est l'intensité en carcels du champ dans lequel doit être placé le diffuseur pour que 1^{cq} de sa surface émette normalement une lumière dont l'intensité égale 1 carcel.

Voici deux séries d'expériences faites à l'aide de deux photomètres A et B, dont le premier porte le verre dépoli. La lumière employée est celle d'un arc électrique provenant d'une machine Gramme.

	c.	c'.	d.	D.	l.	l'.	l''.	s.
I.....	1,089	1,12	$1^m,00$	$12^m,245$	$0^m,50$	$1^m,00$	$0^m,745$	$1^{cq},16$
II.....	1,089	1,12	$1^m,00$	$12^m,245$	$0^m,50$	$1^m,00$	$0^m,790$	$1^{cq},32$

On en déduit

I..............	$k = 0,0008311$	$N = 120,3$
II..............	$k = 0,0008213$	$N = 121,7$
Moyennes.......	0,0008262	121,0

La valeur du verre dépoli est de 121 carcels. Ce verre dépoli diffuse normalement les 0,0008262 de la lumière incidente.

L'intensité du foyer était, d'après les données ci-dessus,

Pour la série I .... 290 carcels
» II .... 230 »

Le travail électrique dépensé dans la lampe a été en moyenne 160^{kgm}, ce qui correspond à 128 carcels par cheval d'arc.

B.-C. Damien.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. VII, février 1886.

D. Gernez. — *Recherches sur le phénomène de la surfusion cristalline du soufre et sur la vitesse de transformation du soufre prismatique en octaédrique*, p. 233.

Mars 1886.

G.-A. Hirn. — *Recherches expérimentales sur la limite de la vitesse que prend un gaz quand il passe d'une pression à une autre plus faible*, p. 289.

A. Bartoli et G. Papasogli. — *Synthèse de l'acide mellique et des autres acides benzocarboniques en électrolysant l'eau avec des électrodes de charbon*, p. 349.

A. Bartoli et G. Papasogli. — *Sur la composition et les propriétés du mellogène, corps obtenu par électrosynthèse*, p. 364.

A. Bartoli et E. Stracciati. — *Sur les propriétés physiques des hydrocarbures* C^nH^{2n+2} *des pétroles d'Amérique*, p. 375.

A. Bartoli et E. Stracciati. — *Sur quelques formules données par M. D. Mendeleef pour exprimer la dilatation des liquides, et par MM. T.-E. Thorpe et A.-W. Rücker pour déduire la température critique de la dilatation thermique*, p. 384.

A. Bartoli et E. Stracciati. — *Les températures critiques et les volumes moléculaires aux degrés critiques pour les hydrocarbures* C^nH^{2n+2} *des pétroles de Pensylvanie*, p. 390.

A. Bartoli. — *Sur les volumes moléculaires et les dilatations des liquides aux températures correspondantes*, p. 394.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXI, avril 1884.

A.-P. Laurie. — *Forces électromotrices développées pendant la combinaison du zinc et de l'iode en présence de l'eau*, p. 289.

W.-C. Unwin. — *Relations de pression, de température et de volume dans les vapeurs saturées*, p. 299.

Sp.-U. Pickering. — *Erreur expérimentale dans les travaux calorimétriques*, p. 324.

Sp.-U. Pickering. — *Thermomètres calorimétriques délicats*, p. 330.

Prof. Tait. — *Fondements de la théorie cinétique des gaz*, p. 341.

A Schuster. — *Période diurne du magnétisme terrestre*, p. 349.

G. Gore. — *Effet Peltier aux différentes températures*, p. 359.

Wiedemann's Annalen.

Tome XXVII, n° 3, 1886.

R. Hennig. — *Recherches sur l'homogénéité du laiton, du zinc, du cuivre et du fer*, p. 321.

G. Wiedemann. — *Recherches magnétiques*, p. 376.

F. Kohlrausch. — *Appareil simple pour mesurer l'intensité de faibles courants électriques*, p. 403.

A. Föppl. — *Vitesse absolue du courant électrique*, p. 410.

B. Hasselberg. — *Emploi de prismes de sulfure de carbone pour les observations spectroscopiques de haute précision*, p. 415.

E. Mach et J. Arbes. — *Recherches sur la réflexion totale et la dispersion anormale*, p. 436.

J. Reinke. — *Méthode du spectrophore*, p. 444.

R. Eötvös. — *Relation entre la tension superficielle des liquides et leurs volumes moléculaires*, p. 448.

C. Bohr. — *Écart que présente l'oxygène aux basses pressions par rapport à la loi de Boyle-Mariotte*, p. 459.

A. Winkelmann. — *Expérience de cours sur la diffusion des gaz*, p. 479.

K.-L. Bauer. — *Communication sur un appareil pour la détermination du point* 100 *du thermomètre*, p. 480.

VÉRIFICATION DE LA LOI DE VERDET;

PAR MM. CORNU ET POTIER.

Faraday a découvert le pouvoir rotatoire magnétique; il a vu que ce pouvoir était nul pour les ondes parallèles aux lignes de force et changeait de signe avec la projection, sur la direction de celles-ci, de la direction de propagation du rayon; ce qui revient à dire que des circulaires gauches et droits se propagent avec des vitesses différentes v_1, v_2 dépendant de l'angle β de l'onde et des lignes de force. La rotation $[\omega]$ du plan de polarisation par unité de longueur est liée à ces vitesses par la relation

$$[\omega] = \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}\right)\frac{\pi}{\tau}.$$

D'après Faraday, $v_1 - v_2$ s'annule avec β; si v_0 est la vitesse commune pour cette direction, on aura

$$v_1 = v_0 + A\beta + \ldots, \qquad v_2 = v_0 + A'\beta + \ldots.$$

La direction du rayon gauche, par exemple pour $\beta = 0$, s'obtiendra en cherchant l'intersection de cette onde avec les ondes infiniment voisines, par suite le rayon doit être dans le plan normal à l'onde passant par les lignes de force et fait avec la normale à l'onde un angle $\frac{A}{v_0}$, tandis que le rayon droit fait l'angle $\frac{A'}{v_0}$ avec la même direction; l'angle de ces deux rayons est donc

$$\frac{A - A'}{v_0} = \lim \frac{v_1 - v_2}{\beta}$$

pour $\beta = 0$, ou encore

$$\frac{\lambda'}{\pi} \lim \frac{[\omega]}{\beta}$$

si λ' est la longueur d'onde $v_0\tau$ dans le milieu. Il y aura donc bifurcation des rayons gauches et droits dans le milieu soumis à l'action magnétique, et recevant de la lumière naturelle dans une direction perpendiculaire aux lignes de force, lorsque la limite $\frac{[\omega]}{\beta}$ sera différente de zéro; c'est ce point que nous nous sommes proposé d'étudier.

Cette vérification est superflue si l'on admet la loi de Verdet, ainsi que M. Cornu l'a fait remarquer (¹); d'après celle-ci $[\omega] = k \sin \beta$, où k est le pouvoir rotatoire pour les rayons parallèles aux lignes de force, l'angle des deux rayons est $\frac{k\lambda'}{\pi}$. Mais on a mis récemment en doute (²) l'exactitude rigoureuse de la loi de Verdet. Dans ses expériences, du reste, pour ne pas cesser d'avoir des rotations mesurables avec une approximation suffisante, Verdet n'a pas utilisé d'angle β inférieur à 15°. Il y avait donc lieu d'examiner à nouveau dans des directions faisant avec les lignes de force des angles voisins de 90°, les rotations produites dans un champ magnétique.

Fig. 1. Fig. 2.

Le champ magnétique a été obtenu en mettant en regard deux électro-aimants. Chacun d'eux se compose d'un bloc parallélépipédique, formé de 3 parties reliées par des boulons, de 32^{cm} de longueur perpendiculairement aux lignes de force, de $7^{cm},5$ d'épaisseur dans leur direction et de $20^{cm},7$ de hauteur. La face interne du bloc présente deux cavités cylindriques, symétriques, ayant leurs génératrices parallèles à la longueur, laissant entre elles une bande saillante de 3^{cm} de hauteur qui est le noyau proprement dit; le reste de la section droite est une portion de circonférence de 8^{cm} de diamètre dont le prolongement passerait par le milieu du noyau. Dans ces cavités est enroulé le fil de cuivre maintenu par des joues en laiton à l'aplomb de la face interne du bloc. Les deux blocs, placés en regard l'un de l'autre, sont maintenus à distance par des fers doux de même longueur qui *ferment* l'électro-

(¹) Cornu, *Journal de Physique*, t. IV, p. 247.
(²) Dr E. von Fleischl, *Sitzungsberichte der kk. Ak. der Wiss.* XC Band, December Heft, 1884.

aimant. Cette fermeture est très efficace; elle augmente dans le rapport de 6 à 10 le champ magnétique (distance des noyaux, $6^{cm},4$; excitation, 4^{amp}). Les blocs sont percés de trous coniques : l'un au milieu, les autres à 15^{cm} de chaque côté, qui permettent de faire traverser le champ par des rayons parallèles aux lignes de force.

Le fil, de 1^{mm} de diamètre, pesait $6^{kg},150$ et avait une résistance de $17^{ohms},3$; la longueur enroulée sur chaque électro est de 880^{m}; on en déduit qu'il fait environ 900 tours. On ne peut guère dépasser une intensité de 4^{amp} correspondant à un dégagement de 4^{cal} par minute, qui, réparties dans une masse de cuivre de $6^{kg},15$, en élèvent la température de près de 7°. La résistance des fils croît très rapidement, et il est impossible de maintenir un courant constant pendant le temps nécessaire à une série d'observations. On a observé les rotations d'un flint de 1^{cm} d'épaisseur. Avec deux courants dont les intensités étaient dans le rapport de 175 à 301, les rotations ont été de 2°,78 à 4°,85, proportionnelles aux courants (dont l'intensité était de $4^{amp},3$ dans la dernière expérience). En admettant cette proportionnalité dans une série d'observations, on a pu réduire les rotations observées et les ramener à ce qu'elles auraient été pour un courant constant.

Les rotations qu'on se proposait d'observer dans des directions presque perpendiculaires aux lignes de force devaient être faibles; malgré la précision que donne l'emploi du polarimètre à pénombre et de la lumière monochromatique, il fallait donc employer, sous une grande longueur, une matière douée d'un pouvoir spécifique énergique. La trempe du flint est un obstacle à son emploi. Pour les liquides suivants, choisis parmi les plus réfringents : essence de girofle, acétophénol, toluène monobromé, le pouvoir rotatoire est inférieur à celui du sulfure de carbone; une dissolution concentrée de borotungstate de cadmium, d'une densité de 3,4, qu'avait bien voulu nous donner M. Klein, a un pouvoir rotatoire de 10 pour 100 seulement supérieur à celui de l'eau; la naphtaline monobromée a un pouvoir rotatoire supérieur de 15 pour 100 à celui du sulfure de carbone; enfin la solution de biiodure de mercure dans l'iodure de potassium, connue des minéralogistes sous le nom de *liqueur de Thoulet,* a un pouvoir rotatoire qui peut atteindre dix fois celui de l'eau lorsqu'elle est saturée. Ce

liquide présente une transparence suffisante pour la lumière jaune du sodium.

Un tube, de 30^{cm} de longueur, rempli de cette solution, a été placé dans le champ magnétique des deux électro-aimants ci-dessus, dont les noyaux étaient écartés de $6^{cm},4$; le tube, placé horizontalement à la hauteur du milieu des noyaux, était monté sur une alidade de $23^{cm},77$ de long dont l'extrémité se mouvait sur un papier quadrillé; la lecture x de l'index de l'alidade, diminuée de la lecture x_0 correspondant à $\beta = 0$, donnait

$$x - x_0 = 23^{cm},77 \sin \beta.$$

Un tube de $4^{cm},98$ de long, faisant corps avec le précédent et formant croix avec lui, permettait d'observer, à travers les trous percés dans les noyaux, la rotation dans la direction des lignes de force; les rotations ainsi observées sont affectées de la lettre (T). Dans le Tableau ci-dessous, on a désigné par 2ω la rotation (double) observée; par $2\omega'$ la rotation corrigée de l'effet des verres et ramenée à la valeur qu'elle aurait eue pour un courant de 4^{amp} dans chaque électro-aimant.

Int.	Index. x.	Double rotation 2ω.	$2\omega'$.	$2\rho_1$.	$2(\rho_1 - \omega')$.
	c	°	°	°	°
4,67.....	3,0 (T)	31,58	27,04	»	»
4,65.....	0,23	19,03	16,37	18,95	2,58
4,60.....	1,0	15,24	11,52	13,72	2,20
4,57.....	2,0	6,24	5,48	6,93	1,45
4,57.....	3,0	0,17	0,14	0,14	0
4,57.....	4,0	− 6,00	− 5,24	− 6,65	−1,41
4,50.....	5,0	−12,70	− 11,29	−13,44	−2,15
4,50.....	5,3	−14,93	−13,38	−15,49	2,10
4,43.....	3,0	30,12	27,20	»	»
4,37.....	3,0 (T)	29,53	27,04	»	»

La courbe, ayant $2\omega'$ pour ordonnées et x pour abscisses, coupe l'axe des x au point $x_0 = 3,02$, correspondant à une rotation nulle et à $\beta = 0$. Il est évident que $\frac{2\omega'}{x - x_0}$, et par suite

$$\frac{[\omega]}{\beta} = \frac{\omega'}{30} : \frac{x - x_0}{23,77},$$

tend vers une limite finie quand β tend vers zéro, limite que l'on

trouverait égale à 2°,07 pour cette série. La double réfraction signalée par M. Cornu doit donc exister.

La colonne liquide ayant été placée dans la direction perpendiculaire aux lignes de force, la section principale du polariseur, verticale dans toutes les expériences précédentes, a été placée à 45° et il a été impossible de voir trace d'un changement dans la polarisation de la lumière émergente en faisant passer le courant.

Il était naturel de comparer les résultats de ces expériences aux rotations calculées d'après la loi de Verdet. D'après cette loi, dans un champ uniforme, les rotations auraient dû être rigoureusement proportionnelles à $x - x_0$; de plus, la rotation transversale 2ω étant $k \times 4,98$, la rotation dans le long tube devrait être

$$k \times 30 \times \sin\beta = k \times 30 \frac{x - x_0}{23,77};$$

déduisant la valeur de $k = 5°,36$ des observations transversales, on a calculé les rotations $2\rho_1$ par cette formule, et ces valeurs calculées $2\rho_1$ dépassent très notablement les valeurs réduites $2\omega'$.

I.	x.	2ω.	$2\omega'$.	$2\rho_1$.	$2(\rho_1 - \omega')$.
	°	°	°	°	°
8,95 = 1^amp,475....	3,00(T)	17,75	15,55	»	»
8,85..............	0,38	16,96	15,30	16,47	1,17
8,75..............	1,00	12,26	11,09	12,50	1,31
8,55..............	2,00	5,57	5,21	6,09	0,88
8,55..............	3,00	− 0,06	− 0,06	− 0,32	−0,26
8,45..............	3,00(T)	16,82	15,43	»	»
8,40..............	4,00	− 6,00	− 5,70	− 6,73	−1,03
8,40..............	5,00	−12,30	−11,70	−13,14	−1,44
8,38..............	5,35	−14,69	−14,00	−15,38	−1,38
8,30..............	3,00	−16,54	−15,64	»	»

Dans une autre série d'expériences faites avec un tube de même longueur, mais avec une branche transversale plus courte (3cm,06) et rapportée ci-dessus, on retrouve la même allure pour les valeurs de $2\omega'$; mais la valeur de k est notablement plus faible (5°,06) et les excès $2(\rho_1 - \omega')$ moins grands aussi. La différence entre les deux valeurs de k prouve que le champ n'est pas suffisamment uniforme dans la direction des lignes de force passant par le centre de l'appareil. On a vérifié directement ce défaut d'uniformité au moyen d'une bobine et par le procédé optique.

Un flint de 1^{cm}, placé contre les noyaux, donnait une rotation de $3°,77$; placé au centre du champ, il donnait une rotation de $3°,12$. Le rapport 1,2 de ces rotations a été trouvé indépendant de l'intensité du champ. Ce champ n'est pas uniforme non plus dans le sens de la longueur des électro-aimants; dans le plan médian, à égale distance des noyaux, mais à 15^{cm} du centre, le même flint donnait une rotation de $2°,74$, tandis que contre les noyaux, à la même distance du centre, la rotation était de $3°,80$. L'examen des lignes formées par la limaille montre d'ailleurs que, vers les extrémités des noyaux et dans la région parcourue par l'extrémité du tube, les lignes de force ont une courbure très notable.

Pour se rapprocher des conditions où la loi de Verdet s'applique sous la forme ci-dessus, qui exige que les lignes de force soient parallèles entre elles, on était donc conduit à utiliser une portion plus restreinte du champ; on a employé alors un tube de $20^{cm},39$ de long, ayant également une branche transversale plus courte, de $2^{cm},01$; ce qui a donné les résultats ci-dessous :

I.	x.	2ω.	$2\omega'$.	$2\rho_1$.	$2(\rho_1-\omega')$.
	°	°	°	°	°
$83,2 = 3^{amp},81$...	3,00(T)	9,55	9,78	»	»
83,0..........	0,35	9,77	10,26	10,44	0,18
81,7..........	1,00	7,08	7,54	7,76	0,22
80,8..........	2,00	3,26	3,50	3,63	0,13
79,9..........	3,00	−0,36	−0,39	−0,50	−0,11
79,8..........	3,00(T)	9,01	9,62	»	»
77,0..........	4,00	−4,01	−4,54	−4,63	−0,09
76,5..........	5,00	−7,55	−8,59	−8,76	−0,21
75,8..........	3,00(T)	8,60	9,66	»	»

Si l'on excepte la lecture évidemment erronée correspondant à l'index $= 3^{cm}$, les rotations réduites $2\omega'$ sont proportionnelles à $(x - x_0)$ avec $x_0 \doteq 2,88$; la valeur de $k = 4,82$ déduite des observations transversales est encore plus petite que précédemment et les écarts $2(\rho_1 - \omega')$, considérablement réduits, ne dépassent pas 2 pour 100 des valeurs observées; de la moyenne des observations du long tube on déduirait $k = 4,73$. Il est probable que l'écart entre le calcul et l'observation tient encore à un léger défaut dans l'uniformité du champ; il suffirait, en effet, que la force qu'on a vue diminuer dans le rapport de 1,2 à 1 en s'éloignant

du centre à 15^{cm} dans le plan médian fût plus faible dans le rapport de 1,02 à 1, au point situé à 10^{cm} du centre, qu'au centre même.

L'écart entre l'observation et le calcul basé sur la loi de Verdet appliquée à un champ uniforme est donc d'autant moins grand que le champ se rapproche davantage de l'uniformité; le sens de ces écarts est conforme à ce que l'on sait de la constitution du champ, dont les lignes équipotentielles sur le plan horizontal de symétrie sont toutes concaves vers le noyau le plus proche, sauf la ligne passant par le centre qui est droite.

On peut, en profitant de cette propriété du plan médian, vérifier la loi de Verdet par un procédé indirect sans s'occuper de l'uniformité du champ; il résulte en effet de la loi que les rotations produites ne dépendent que de la différence des valeurs du potentiel magnétique aux deux extrémités du trajet parcouru dans le milieu. Par suite, si C est le centre de l'appareil, un tube de longueur CB donnera la même rotation que le tube BA limité à un point A du plan médian. L'expérience n'a pas été faite sous cette forme simple, mais on a mesuré le rapport des rotations produites à travers une cuve d'iodomercurate de $1^{cm},4$, déplacée au centre ou à 15^{cm} de celui-ci; dans le plan médian (intensité du courant non mesurée) les rotations étaient $8^{\circ},13$ au centre et $7^{\circ},13$ à 15^{cm}; le rapport, 1,14; d'après le Tableau de la seconde série, un tube de 30^{cm} de long ayant ses extrémités à $0^{cm},7$ du plan médian, d'où

$$x = 2,88 \pm 1,11,$$

aurait donné une rotation de

$$5^{\circ},36 \times 1,11 = 6^{\circ},95$$

dans le champ produit par un courant de 4^{amp}, champ qui, d'après le troisième Tableau, aurait donné une rotation de

$$\frac{9,69 \times 1,4}{2,01} = 6,75$$

dans une cuve de $1^{cm},4$ placée au centre; le rapport

$$6,75 : 5,95 = 1,13$$

est, dans les limites des erreurs d'observation, égal au précédent.

DES CONSTANTES D'ÉLASTICITÉ DANS LES CRISTAUX;

PAR M. B. ÉLIE.

On admet, depuis Green, que l'énergie élastique de l'unité de volume d'un milieu anisotrope déformé, rapportée à des axes rectangles d'orientation quelconque, est une fonction quadratique homogène des six déformations :

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial w}{\partial z};$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x},$$

que je désignerai, pour abréger, respectivement par $x_1, x_2, \ldots, x_6$, et où u, v, w sont les projections du déplacement d'un point sur les axes x, y, z. Cette fonction, que j'écrirai

$$\begin{aligned} E = (\tfrac{1}{2}a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 + a_{15}x_5 + a_{16}x_6)x_1 \\ + (\tfrac{1}{2}a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 + a_{25}x_5 + a_{26}x_6)x_2 \\ + (\tfrac{1}{2}a_{33}x_3 + a_{34}x_4 + a_{35}x_5 + a_{36}x_6)x_3 \\ + (\tfrac{1}{2}a_{44}x_4 + a_{45}x_5 + a_{46}x_6)x_4 \\ + (\tfrac{1}{2}a_{55}x_5 + a_{56}x_6)x_5 \\ + \tfrac{1}{2}a_{66}x_6^2, \end{aligned}$$

contient vingt et un coefficients, réductibles à dix-huit par un choix d'axes convenable, nombre plus que suffisant pour rendre leur détermination expérimentale difficile.

Si l'on définit un plan de symétrie par la condition qu'étant pris pour plan des xoy, l'expression de l'énergie ne soit pas altérée par le changement de w en $-w$, et de z en $-z$; ou encore, ce qui revient analytiquement au même, qu'étant pris pour bissecteur du dièdre oz, cette expression ne soit pas altérée par le changement de u en v et de x en y, on sait que les systèmes des coefficients relatifs aux formes homoèdres des types cubiques, quadratique et terbinaire, se réduisent respectivement aux suivants,

qui ne renferment que neuf, six et trois constantes :

$$\begin{array}{cccccc}
a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\
 & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\
 & & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\
 & & & a_{44} & 0 & 0 \\
 & & & & a_{55} & 0 \\
 & & & & & a_{66},
\end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\
 & a_{11} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\
 & & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\
 & & & a_{44} & 0 & 0 \\
 & & & & a_{44} & 0 \\
 & & & & & a_{66},
\end{array}
\qquad
\begin{array}{cccccc}
a_{11} & a_{12} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\
 & a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\
 & & a_{11} & 0 & 0 & 0 \\
 & & & a_{44} & 0 & 0 \\
 & & & & a_{44} & 0 \\
 & & & & & a_{44}.
\end{array}$$

C'est une simplification de ce genre que je me propose de tenter pour les cristaux à axes obliques en indiquant, dans les cas les plus simples, les relations que l'expérience aurait à vérifier.

Dans les systèmes cristallins autres que ceux énoncés précédemment, les axes de coordonnées choisis par les cristallographes, bien que quelque peu arbitraires, sont nécessairement obliques, et il semble *a priori* probable que les calculs d'élasticité gagneraient en symétrie, si on les rapportait à ces axes; sans même introduire aucune hypothèse, on pourrait profiter de l'indétermination des trois angles des axes pour réduire de dix-huit à quinze le nombre des coefficients. Mais c'est à une réduction plus grande que je veux arriver.

Soient

l, m, n les cosinus des angles que font entre eux les axes de la forme primitive adoptée;

u, v, w les projections, obliques sur ces axes, du déplacement moléculaire;

$\dot{u}$, $\dot{v}$, $\dot{w}$, les quantités

$$\begin{aligned}
\dot{u} &= u + nv + mw, \\
\dot{v} &= nu + v + lw, \\
\dot{w} &= mu + lv + w.
\end{aligned}$$

et $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \ldots, \dot{x}_6$ les six déformations

$$\frac{\partial \dot{u}}{\partial x}, \quad \frac{\partial \dot{v}}{\partial y}, \quad \ldots, \quad \frac{\partial \dot{u}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial x}.$$

J'ai montré (*Mémoires de la Société de Bordeaux*, 1886) que l'expression de l'énergie est une fonction quadratique homogène de ces six déformations, que les dérivées de cette fonction en $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \ldots, \dot{x}_6$ sont six pressions définissant l'équilibre du milieu, que, lors d'un changement d'axes des coordonnées, ces déformations ou ces pressions relatives à l'un ou à l'autre système d'axes s'expriment en fonction les unes des autres par des formules toutes semblables à celles que l'on voit pour les cas d'axes rectangles dans l'Ouvrage classique de Lamé sur l'élasticité.

Ces analogies aperçues, il est possible de faire un pas de plus et d'admettre que les faces de la forme primitive où leurs bissectrices sont des plans de symétrie oblique, en définissant cette symétrie absolument comme on l'a fait pour des axes rectangles. Dès lors, les systèmes de coefficients des types rhomboédrique, monoclinique et anorthique ne sont autres que ceux écrits plus haut pour les cristaux à axes rectangles. Aux trois, six et neuf constantes spécifiées, il faudra seulement adjoindre les angles entre elles des arêtes de la forme primitive adoptée (s'élevant au nombre de un, deux ou trois). Pour être complet, j'ajouterai qu'il existe un autre genre de déformations auxquelles tout ce qui vient d'être dit serait applicable.

Prenons pour exemple simple le rhomboèdre rapporté à des axes rectangles, dont l'un oz est la diagonale principale, et un autre ox est situé dans un des plans de symétrie; il a pour système de coefficients le suivant :

$$(1)\qquad \left\{\begin{array}{cccccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & a_{15} & 0 \\ & a_{11} & a_{13} & 0 & -a_{15} & 0 \\ & & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & a_{44} & 0 & -a_{15} \\ & & & & a_{44} & 0 \\ & & & & & \dfrac{a_{11}-a_{12}}{2}, \end{array}\right.$$

système qui contient six constantes et se déduit de l'existence des

trois plans de symétrie équidistants passant par la diagonale, laquelle est un axe ternaire. D'après la théorie proposée, si l'on prend pour plans coordonnés les faces du rhomboèdre qui sont, par hypothèse, des plans de symétrie, ainsi que les bissecteurs de leurs angles, le système de ses coefficients ne contiendra que trois constantes et sera, comme pour le type cubique, le suivant :

$$(2)\qquad \left\{\begin{array}{cccccc} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & \alpha_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \alpha_{44} & 0 & 0 \\ & & & & \alpha_{44} & 0 \\ & & & & & \alpha_{44}. \end{array}\right.$$

Il se présente alors une première vérification des idées émises. Elle consiste en ce que, si l'on passe de ces coordonnées obliques aux premières coordonnées rectangles mentionnées, les vingt et un coefficients que l'on trouvera, $a_{11}, \ldots,$ devront être précisément ceux (1). C'est ce à quoi le calcul conduit. Les seuls coefficients qui ne sont pas nuls sont les suivants :

$$(3)\qquad \left\{\begin{aligned} a_{11} = a_{22} &= \tfrac{3}{8}\sin^4\varphi(3\alpha_{11} + 6\alpha_{44} + 3\alpha_{12}), \\ a_{33} &= \tfrac{3}{8}\cos^4\varphi(8\alpha_{11} + 32\alpha_{44} + 16\alpha_{12}), \\ a_{44} = a_{55} &= \tfrac{3}{8}\sin^2\varphi\cos^2\varphi(4\alpha_{11} + 4\alpha_{44} - 4\alpha_{12}), \\ a_{66} &= \tfrac{3}{8}\sin^4\varphi(\alpha_{11} + 4\alpha_{44} - \alpha_{12}), \\ a_{12} &= \tfrac{3}{8}\sin^4\varphi(\alpha_{11} - 2\alpha_{44} + 5\alpha_{12}), \\ a_{13} = a_{23} &= \tfrac{3}{8}\sin^2\varphi\cos^2\varphi(4\alpha_{11} - 8\alpha_{44} + 8\alpha_{12}), \\ -a_{46} = -a_{25} = a_{15} &= \tfrac{3}{8}\sin^3\varphi\cos\varphi(2\alpha_{11} - 4\alpha_{44} - 2\alpha_{12}), \end{aligned}\right.$$

où φ est l'angle d'une arête du rhomboèdre avec la diagonale. On vérifie immédiatement la relation obligée, indépendante de φ,

$$2a_{66} = a_{11} - a_{12};$$

puis, par élimination des α, on a

$$(4)\qquad 2\frac{a_{66} - a_{12}}{\sin^2\varphi} = \frac{a_{44} - a_{13}}{\cos^2\varphi},$$

$$(5)\qquad \frac{a_{13}}{\cos^2\varphi} - 2\frac{a_{12}}{\sin^2\varphi} = \frac{a_{15}}{\sin\varphi\cos\varphi},$$

$$(6)\qquad 4\frac{a_{11}}{\sin^4\varphi} - \frac{a_{33}}{\cos^4\varphi} = 2\frac{a_{15}}{\sin^3\varphi\cos\varphi}.$$

La détermination expérimentale des six coefficients a_{11}, a_{12}, ..., exige, comme dans le cas général, que l'on ait recours à la fois aux phénomènes d'extension et de torsion, ce qui peut rendre pénible la vérification de ces trois relations. Mais une combinaison d'entre elles est vérifiable, en ne s'adressant qu'à des expériences d'extension.

En éliminant, en effet, a_{13} entre (5) et (6), on obtient

$$4(a_{11}+a_{12}) = a_{33}\,\text{tang}^4\varphi + 2a_{13}\,\text{tang}^2\varphi. \tag{7}$$

D'autre part, étant donné un cristal rhomboédrique taillé en parallélépipède rectangle dont deux arêtes sont parallèles, l'une oz à la diagonale, l'autre ox dans un plan de symétrie, toute pression p exercée suivant oz laisse nulles les déformations x_4, x_5, x_6, et l'on a

$$\left\{\begin{aligned} x_1 &= x_2,\\ (a_{11}+a_{12})x_1 + a_{13}x_3 &= 0,\\ 2a_{13}x_1 + a_{33}x_3 &= p. \end{aligned}\right. \tag{8}$$

Une pression p' exercée suivant ox laisse nulles x_4 et x_6, et, par l'élimination de x_5 entre les équations restantes, on a

$$\left\{\begin{aligned} (a_{11}+a_{12})(x'_1+x'_2) + 2a_{13}x'_3 &= p',\\ a_{13}(x'_1+x'_2) + a_{33}x'_3 &= 0. \end{aligned}\right. \tag{9}$$

Connaissant les pressions p et p', les déformations correspondantes x_1, x'_1, ... et l'angle φ, il sera donc possible de vérifier (7). Si l'on considérait l'autre genre de déformations, dont j'ai parlé plus haut, la relation (7) se transformerait en la suivante :

$$(a_{11}+a_{12}) = 4a_{33}\cot^4\varphi + 2a_{13}\cot^2\varphi. \tag{7'}$$

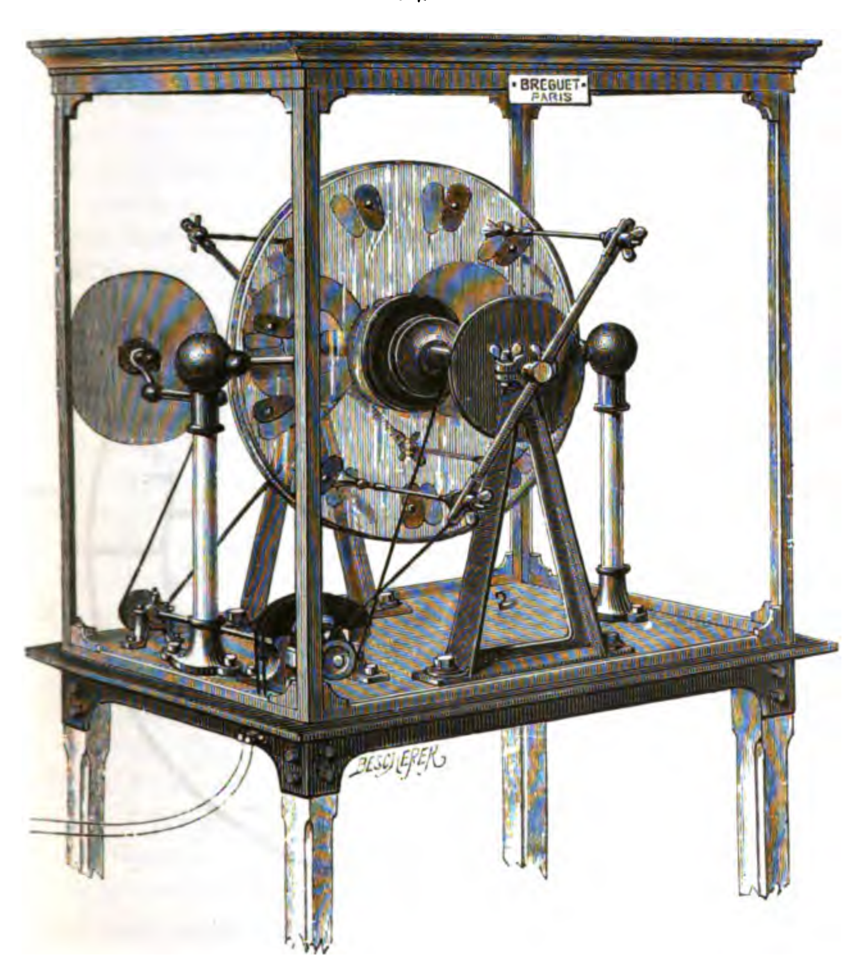
MACHINE A INFLUENCE DU TYPE DE M. WIMSHURST;

PAR M. HILLAIRET.

Cette machine se compose de deux disques de verre, de 700^{mm} de diamètre, qui peuvent être animés d'un mouvement de rota-

tion autour d'un axe commun perpendiculaire aux faces (*fig.* 1).
Ces deux disques se meuvent en sens inverse l'un de l'autre.

Fig. 1.



Deux peignes horizontaux, supportés par des pieds en verre, embrassent respectivement les deux disques.

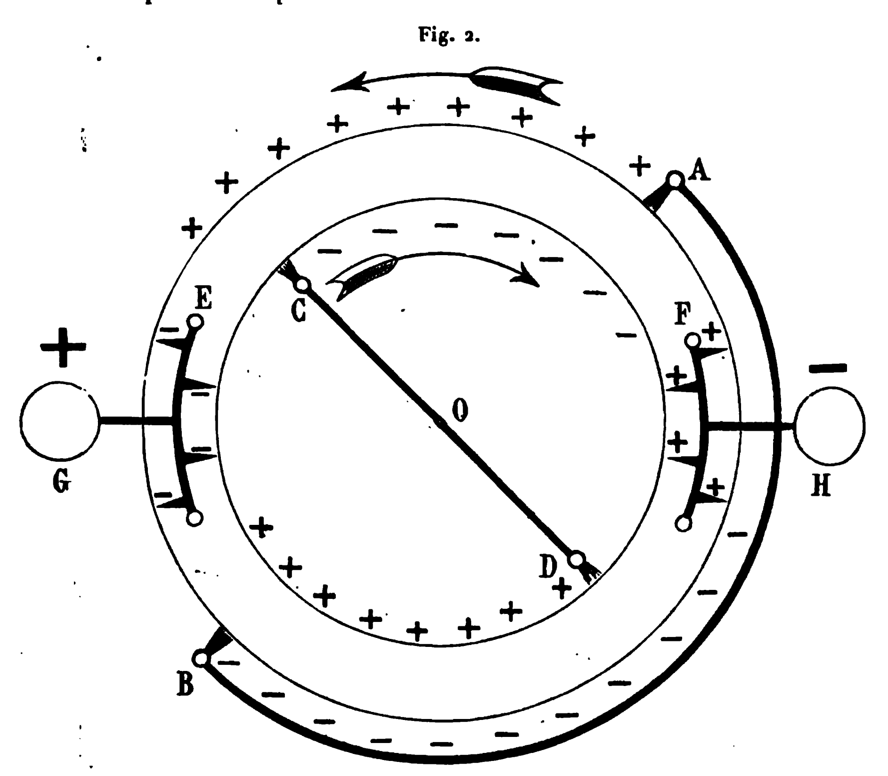
Ceux-ci portent chacun douze secteurs, formés de feuilles métalliques : ces secteurs portent, à leur centre de figure, une pastille métallique, destinée à prendre le contact de pinceaux de clinquant, portés par deux conducteurs diamétraux.

L'un de ces conducteurs est en relation avec l'un des disques: l'autre disque est armé du second conducteur.

Ces conducteurs sont fixes dans l'espace et inclinés à 45° environ sur la ligne des peignes.

Nous verrons, dans la suite, que le mouvement des disques doit être d'un sens tel, que les secteurs se dirigent toujours du peigne vers le pinceau le plus voisin.

Fig. 2.



Les conducteurs, ou prises de contact de la machine, sont reliés aux peignes et traversent la vitre de la cage, au moyen d'un cylindre de cuivre armé de boules, isolé par de l'ébonite. La vitre a été vernissée à la laque autour de la prise de contact, dans un rayon de 200^{mm}, déterminé par la distance explosible maxima que l'on voulait obtenir.

Les disques sont actionnés par un moteur dynamo-électrique de la puissance de 7^{kgm}, et dont le poids est de 7^{kg} (cette ma-

chine étant destinée à compléter une installation de semblables machines disposées dans un local où elles font partie d'une distribution électrique).

Il n'est pas facile d'expliquer, d'une manière rigoureusement satisfaisante, le jeu des influences auxquelles donne lieu cette machine.

Toutefois, en adoptant le mode de représentation cylindrique, imaginé par Bertin pour montrer le fonctionnement de la machine de Holtz, on peut constituer un cycle qui suffit à montrer la production continue des phénomènes d'influence.

Supposons que les deux plateaux soient représentés par deux cylindres concentriques, sur la surface desquels sont disposées des bandelettes métalliques, correspondant aux secteurs.

Ces cylindres sont animés d'un mouvement de rotation autour de l'axe projeté en O (*fig.* 2) et dans le sens des flèches.

Les deux conducteurs diamétraux sont représentés par AB, CD, et les deux peignes par EG, FH.

Si l'on approche une source d'électricité de A, une décomposition par influence s'opère, et les bandelettes du cylindre extérieur se chargent au contact du pinceau.

Ces bandelettes chargées arrivent en face du pinceau C; elles provoquent alors une décomposition par influence dans le conducteur CD, supposé isolé; les bandelettes du cylindre intérieur se chargent et sont transportées devant A, où elles provoquent une décomposition par influence.

Les bandelettes du cylindre extérieur, après avoir dépassé le pinceau C, se trouvent successivement en présence du peigne EG, destiné à les neutraliser. La boule G se charge à mesure que les bandelettes sont neutralisées.

La décomposition par influence, opérée sur CD, a eu pour effet de charger l'extrémité D de ce conducteur et, par suite, les bandelettes qui viennent à son contact.

Les bandelettes ainsi chargées viennent influencer l'extrémité B du conducteur diamétral AB, dont le pinceau charge les bandelettes correspondantes du cylindre extérieur.

La neutralisation de ces charges s'effectue par le peigne FH, dont la boule se trouve alors chargée d'une électricité de nom contraire à celle qui charge G.

On remarquera que les peignes servent à neutraliser deux séries de bandelettes appartenant respectivement aux deux cylindres et dont les actions sont concomitantes.

Les boules G et H sont donc les pôles de la machine.

Si l'on suppose la machine amorcée artificiellement, on voit que l'accroissement des charges se fait par le jeu des influences dans les quadrants COA, BOD.

La machine ayant été amorcée par l'approche d'un bâton d'ébonite électrisé dans le voisinage de A, le fonctionnement continue après qu'on l'en a éloigné; la machine s'entretient elle-même.

Nous avons vérifié que l'entretien du fonctionnement était dû aux peignes, dont les corps cylindriques sont électrisés.

En effet :

1° Tout fonctionnement cesse lorsqu'on met les deux peignes à la terre, ou qu'on les réunit par un corps métallique;

2° La machine s'amorce lorsqu'on approche le corps électrisé du corps cylindrique des peignes ([1]).

Si l'on fait les secteurs et les pastilles métalliques en étain, la machine devient susceptible de s'amorcer elle-même et de fonctionner au bout de quelques tours (électricité de contact développée par le clinquant du pinceau et l'étain).

La machine étant amorcée, la charge des secteurs croît rapidement pour atteindre une certaine limite imposée par le potentiel le plus élevé compatible avec la forme des conducteurs et la nature du milieu, d'une part, et de l'autre par la diminution théorique de l'accroissement à mesure que le nombre des opérations augmente.

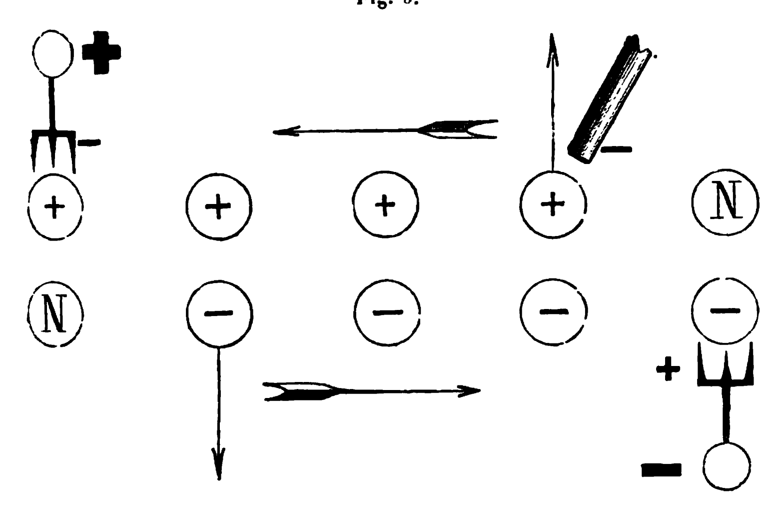
En effet, représentons, comme l'indique la *fig.* 3, le diagramme des éléments actifs de la machine, en supposant que les cercles qui représentent les secteurs aient des mouvements de translation indiqués par les flèches horizontales; les flèches verticales indiquent la communication à la terre.

([1]) Mais l'amorçage doit être plus énergique que dans le cas précédent. On réussit en employant comme source excitatrice une petite machine à frottement ou à influence.

On approche le bouton électrisé du conducteur à la terre : soit $-m$ la masse électrique qui agit par influence sur le conducteur. $-m$ induira une masse $+\alpha m (\alpha < 1)$. Cette masse αm sera transportée par le secteur en contact avec le pinceau au moment de l'influence. La masse αm arrivera devant le second conducteur à la terre et induira, sur le secteur en contact avec le second pinceau au moment considéré, une masse

$$-\beta(\alpha m) = -\alpha\beta m \qquad (\beta < 1).$$

Fig. 3.



Les deux opérations précédentes constitueront le premier cycle. Le second cycle commence par l'induction, sur le secteur en contact avec le premier pinceau, d'une masse électrique

$$\left\{ \begin{array}{l} +\alpha m \\ +\beta(\alpha\beta m) \end{array} \right\} = +\alpha m(1+\beta^2);$$

à la fin du troisième cycle, nous aurons une masse

$$+\alpha m(1+\beta^2+\beta^4);$$

à la fin du quatrième cycle,

$$+\alpha m(1+\beta^2+\beta^4+\beta^6).$$

et à la fin du $n^{\text{ième}}$ cycle

$$+\alpha m(1+\beta^2+\beta^4+\ldots+\beta^{2(n-1)}).$$

On voit que, lorsqu'on maintient l'amorçage, l'un des facteurs qui exprime la charge est constant, tandis que l'autre constitue une série rapidement convergente; donc il y a, théoriquement, une limite à la charge.

Supposons qu'on ne maintienne pas l'amorçage et que, un secteur ayant été chargé de la masse $+\alpha m$, on éloigne le bâton électrisé, la masse $+\alpha m$ induira devant le second pinceau une masse $-\alpha\beta m$, la masse $-\alpha\beta m$ induira devant le premier pinceau une masse $+\alpha\beta^2 m$, laquelle induira à son tour devant le second la masse $-\alpha\beta^3 m$. A la fin du $n^{\text{ième}}$ cycle, on aura induit devant le second pinceau la masse $-\alpha\beta^{(2n-1)} m$.

La charge décroît donc en progression géométrique lorsque les opérations croissent en progression arithmétique, et le désamorcement est rapidement atteint.

Ce point est facile à vérifier en mettant les peignes à la terre.

On voit donc que les peignes doivent contribuer à maintenir le fonctionnement de la machine lorsque cesse l'amorçage artificiel, puisque celle-ci a la propriété de s'entretenir elle-même.

On peut remarquer, surtout à l'inspection du dernier diagramme, que la machine de Wimshurst, ainsi que nous en avons représenté le fonctionnement simple ([1]), ne serait autre que la réalisation mécanique du dispositif imaginé par Péclet pour accroître, par une série d'opérations, la charge d'un électroscope, en conservant à cette charge toujours le même signe. Comme dans la machine de Wimshurst, la charge s'accroît par *sommation* dans l'électroscope à trois plateaux de Péclet, et non par *multiplication* comme dans les machines à influence, ayant pour principe celui des multiplicateurs de Bennett et de Nicholson.

La machine de Wimshurst offre assez d'avantages pour que, dans les applications industrielles, elle soit employée de préférence à toute autre machine.

([1]) Il est entendu que nous avons, dans les calculs précédents, supposé que les peignes avaient une fonction purement passive; ce qui, comme nous l'avons fait observer, n'est pas entièrement conforme à la réalité.

Plusieurs essais ont été faits avec ces machines pour la condensation des fumées de plomb des foyers d'affinage dans les carneaux de dépôt et ont donné, paraît-il, des résultats assez satisfaisants pour qu'on ait songé à entreprendre, dans ce but, la construction de machines spéciales.

La machine décrite est destinée à l'électrothérapie, application pour laquelle elle offre, entre autres avantages, celui d'avoir deux pôles parfaitement définis par des charges de même signe, tandis que les machines généralement admises pour cet usage ont de fréquents renversements de polarités.

Nous avons cru devoir attirer l'attention sur cette machine dont la théorie, malgré ses lacunes, présente un grand intérêt et qui, destinée à un fonctionnement continu de plusieurs heures par jour, devait être construite d'une manière tout autre que les machines similaires qu'on rencontre généralement dans les laboratoires.

Le dispositif a été étudié et exécuté dans les ateliers de la maison Bréguet.

SUR DEUX ESPÈCES NOUVELLES DE RADIOPHONES;

PAR M. MERCADIER.

On peut diviser les radiophones connus en deux classes :

1° Ceux dans lesquels la transformation d'énergie radiante en énergie mécanique, sous forme sonore, s'effectue *directement*. Ils se divisent eux-mêmes en trois genres : les *thermophones,* où les radiations thermiques sont principalement en jeu; tels sont la plupart des gaz et des vapeurs enfermés dans une enveloppe transparente; en second lieu, les *photophones,* comme la vapeur d'iode et le peroxyde d'azote, dont les vibrations sont surtout excitées par les radiations lumineuses; enfin, les *actinophones,* qui seraient excités par les radiations actiniques ultra-violettes, mais dont on ne connaît encore aucun exemple.

2° Les radiophones qu'on peut appeler *indirects*, dans lesquels la transformation finale d'énergie radiante en énergie sonore exige une ou plusieurs transformations intermédiaires. On n'en connaissait qu'un seul genre, appelé *photophone* par M. G. Bell, dans

lequel des radiations intermittentes agissent sur une couche de sélénium, d'alliages de sélénium et tellure ou de noir de fumée, placée dans un circuit renfermant une pile et un téléphone. En ce cas, on sait que ce sont les radiations *lumineuses* qui agissent principalement, produisant dans le circuit des variations d'énergie électrique, d'où résultent des sons dans le téléphone récepteur.

Ces appareils constituent donc en réalité des radiophones indirects photo-électriques ou des *photo-électrophones*.

J'ai réalisé deux espèces nouvelles de radiophones indirects du genre thermique, c'est-à-dire provenant des transformations d'une énergie radiante thermique initiale.

Premièrement, j'ai constaté qu'un microphone est sensible à l'action de radiations intermittentes. Il suffit de prendre un instrument de ce genre, où les supports des charbons sont fixés à une lame ou diaphragme mince de sapin verni et reliés à un téléphone récepteur avec ou sans bobine d'induction dans le circuit de la pile.

En exposant le diaphragme à l'action de radiations intenses, rendues intermittentes, par exemple à l'aide d'une roue percée d'ouvertures, semblable à celle que j'ai décrite antérieurement ([1]), on entend dans le téléphone des sons dont la hauteur varie d'une manière continue avec la vitesse de la roue, le nombre des vibrations correspondant étant égal à celui des intermittences.

En second lieu, un téléphone transmetteur quelconque est également sensible à la même action produite sur le diaphragme en fer : on entend dans un récepteur des sons analogues aux précédents.

Dans les deux cas, le diaphragme en sapin ou en fer non poli doit nécessairement vibrer en absorbant superficiellement les radiations *thermiques*, et constituant ce que j'ai appelé un *thermophone,* ainsi que je l'ai montré il y a cinq ans ([2]). Mais, en outre, il résulte de ses vibrations une seconde transformation d'énergie. Dans le cas du microphone il se produit en effet des variations dans l'énergie électrique du circuit : les sons entendus dans le téléphone récepteur peuvent donc être qualifiés de thermo-électro-

---

([1]) *Journal de Physique,* 1re série, t. X, p. 56.
([2]) *Ibid.*

phoniques, et l'appareil lui-même est un *thermo-électrophone* (1).
Dans le cas de téléphonie, c'est l'énergie magnétique du champ de l'aimant qui varie : les sons du récepteur peuvent donc être appelés *thermo-magnétophoniques,* et l'appareil ainsi employé constitue un *thermo-magnétophone* (2).

L'intensité des effets ainsi produits, toutes choses égales d'ailleurs, peut être augmentée de plusieurs manières :

1° En enfumant la surface des diaphragmes en bois ou en fer, moyen de renforcement que j'ai déjà indiqué pour tous les effets thermophoniques directs ;

2° En multipliant en quelque sorte l'effet de la surface absorbante enfumée par celle d'une couche d'air, mise ainsi en vibration dans une cavité fermée par une lame de verre ou de mica, et disposée en avant du diaphragme ;

3° En augmentant l'intensité de la source radiante. Faibles avec la lumière oxyhydrique, les effets sont assez intenses avec la lumière électrique et plus encore avec la lumière solaire (2).

On peut, dans un appareil simple, condenser, pour ainsi dire, deux effets thermophoniques directs, et l'effet indirect thermo-magnétophonique. On prend un téléphone quelconque à diaphragme enfumé : on le recouvre d'un cylindre formant une chambre à air fermée par une lame de verre et percée, en avant du diaphragme, d'une ouverture latérale à laquelle on adapte un tuyau acoustique ; un second tuyau est fixé à une ouverture pratiquée dans la monture du téléphone, en arrière du diaphragme ; enfin on relie les bouts de l'hélice à un téléphone récepteur. En approchant de l'oreille les deux tuyaux et le récepteur, on entend, par le premier tube, les sons thermophoniques de l'air en avant du

(1) Il va sans dire que dans ces dénominations on ne tient pas compte des transformations d'énergie qui se produisent comme d'habitude dans le récepteur téléphonique; car il n'est considéré et employé ici que comme un moyen de mettre en évidence des mouvements vibratoires infiniment petits.

(2) Je pense qu'il sera possible, avec une radiation solaire intense, de reproduire avec ces appareils la parole articulée, en employant la méthode qui m'a déjà réussi pour les thermophones à air et noir de fumée (voir *Journal de Physique*, 1re série, t. X, 1881, p. 234); mais je suis forcé d'attendre pour cela un temps favorable.

diaphragme; par le second tube, les sons thermophoniques de l'air intérieur de l'instrument; par le récepteur, les sons thermomagnétophoniques. Comme cela doit être, on observe que ces derniers, résultant de plusieurs transformations d'énergie, sont moins intenses que les deux autres.

EXPÉRIENCES D'INDUCTION PAR MOUVEMENT;

PAR M. E. COLARDEAU.

Lorsqu'un circuit traversé par un courant est placé dans un champ magnétique, il tend à subir un déplacement régi par la règle d'Ampère. Inversement, un circuit fermé mis en mouvement dans un champ magnétique se trouve parcouru par des courants d'induction. On vérifie généralement ces deux phénomènes inverses, en employant des solides conducteurs placés dans le champ magnétique; mais rien ne s'oppose évidemment à l'emploi de liquides conducteurs.

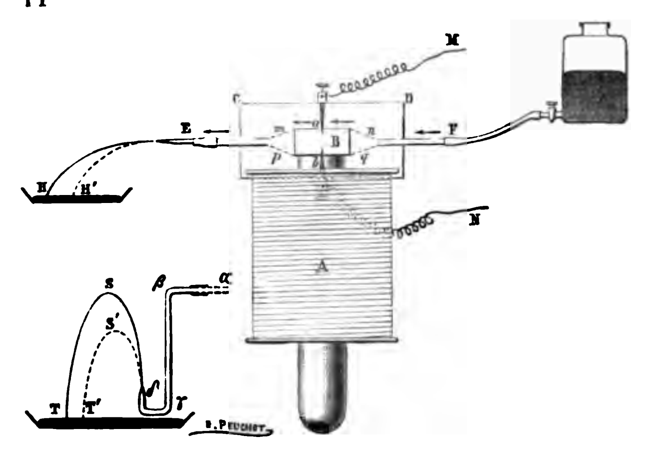
C'est précisément sur cet emploi qu'est basé le galvanomètre à mercure de M. Lippmann, qui donne un déplacement du mercure dans le champ magnétique lorsque ce liquide est traversé par un courant. Mais on sait que M. Lippmann a montré aussi que cet instrument est réversible, et que, si l'on met mécaniquement le mercure en mouvement, il se produit un développement d'électricité.

Les courants qui résultent de cette induction dans le mercure doivent être régis par la loi de Lenz, c'est-à-dire être distribués de telle sorte que, par leur réaction électromagnétique, ils s'opposent au mouvement qui leur donne naissance, en produisant le même effet résultant qu'une sorte de frottement dans le champ magnétique.

On peut se proposer de disposer l'expérience spécialement dans le but de mettre en évidence cet effet particulier.

1. Dans la figure ci-jointe, A représente l'une des bobines d'un électro-aimant en fer à cheval, placé verticalement et supposé vu

de profil. Cet électro-aimant est muni de pièces polaires rectangulaires B qui aboutissent en face l'une de l'autre, à une distance très faible. Elles sont encastrées dans deux lames de bois ou d'ébonite CD, de façon à affleurer exactement à leur surface interne. Ces deux lames ont été serrées l'une contre l'autre, après intercalation d'une lame de carton de l'épaisseur d'une carte de visite. On a évidé cette lame à la partie centrale, vis-à-vis des pièces polaires, et suivant la surface renfermée à l'intérieur des lignes ponctuées *m*, *n*, *p*, *q*. Enfin, deux tubes de verre E, F ont été mastiqués dans l'appareil.



On voit, d'après cela, que de E en F se trouve ménagé un canal étroit qui va en s'évasant vers la partie centrale, renfermée entre les pièces polaires.

Un flacon de mercure G est relié au tube F par un tuyau de caoutchouc flexible qui permet d'abaisser ou de soulever ce réservoir G. Le mercure, en s'écoulant, traverse le canal de F en E et vient finalement former, à la pointe effilée E, un jet parabolique dont la portée EH dépend de la vitesse du mercure à l'orifice E de sortie.

Ce jet étant bien établi en EH, si l'on vient à lancer un courant dans l'électro-aimant, la portée du jet diminue aussitôt et vient en EH'. Ceci prouve que la création du champ magnétique en B oppose un obstacle au libre écoulement du mercure.

On peut augmenter la sensibilité de l'expérience en remplaçant

le tube droit E par le tube recourbé $\alpha\beta\gamma\delta$ que l'on voit au-dessous, et qui se termine en δ par une portion rétrécie, légèrement inclinée en dehors sur la verticale. On a ainsi un jet parabolique de mercure d'abord ascendant en δS, puis descendant en ST. Quand on fait passer le courant, on voit le sommet S baisser subitement en S'.

Le jet de mercure bien éclairé est visible de loin à cause de son reflet métallique. D'ailleurs le sommet de ce jet peut être projeté avec la plus grande facilité.

C'est précisément à la réaction des courants d'induction ainsi développés que le galvanomètre à mercure de M. Lippmann doit son caractère d'apériodicité.

Ce dispositif expérimental a l'avantage de permettre de constater nettement le renforcement produit sur un courant traversant un circuit, par l'extra-courant d'induction qui se produit à la rupture du circuit. En effet, quand on ouvre le circuit de l'électro-aimant, le sommet S' de la nouvelle parabole, au lieu de revenir immédiatement vers sa position première, subit d'abord brusquement un léger abaissement pour se relever en S aussitôt après.

2. On peut donner une variante à l'expérience en disposant les pôles de l'électro-aimant sur le trajet même du jet parabolique, afin d'observer directement la déformation de celui-ci dans son passage à travers le champ magnétique.

Pour obtenir un effet bien appréciable, on remplacera le jet cylindrique dont les dimensions transversales ne permettent pas aux courants d'induction de se développer convenablement par un jet large et aplati que l'on obtiendra facilement en faisant écouler le mercure entre deux lames de verre séparées l'une de l'autre par un faible intervalle, et dans lesquelles on aura ménagé deux ouvertures pour y introduire les deux pièces polaires entre lesquelles se produira le jet. On verra la courbure parabolique, d'abord régulière, éprouver une sorte de cassure dans le trajet effectué entre les deux pôles.

3. Il sera facile de mettre en évidence les courants d'induction développés, en introduisant dans la masse de mercure en mouvement l'extrémité de deux fils de platine aux deux points où l'on

voudra dériver le courant. Ces courants étant normaux au plan qui passe par la direction du déplacement et par celle des lignes de force dans la région du champ où ils se développent, il est facile de voir que la direction de ces courants sera verticale entre les deux pôles magnétiques. On placera donc les extrémités *a*, *b* de deux fils de platine respectivement en haut et en bas de la lame de mercure, et on les reliera à un galvanomètre. On observera, pendant l'écoulement du mercure, un courant qui se renversera avec le sens de l'aimantation ou de l'écoulement.

La force électromotrice développée sera constante tant que l'écoulement du mercure le sera lui-même. On pourra d'ailleurs la faire varier d'après l'élévation du flacon G. Toutefois, dans les conditions pratiques habituelles, cette sorte de machine d'induction, rentrant dans la catégorie des machines dites *unipolaires*, aura une force électromotrice et une résistance intérieure faibles, de sorte que, pour constater facilement la production du courant, on emploiera un galvanomètre peu résistant.

4. Remarquons que l'addition des deux fils de platine à la cuve étroite *mnpq* nous ramène précisément à la cuve du galvanomètre à mercure. Aussi l'appareil de la *fig.* 1 permettra de montrer facilement dans les Cours le principe de ce galvanomètre. On pourra faire passer entre *a* et *b* le courant ayant servi à actionner l'électro-aimant. D'après le sens du courant entre *a* et *b*, on verra le sommet S de la parabole s'abaisser très fortement ou s'élever bien au-dessus du niveau du mercure en G. Ou bien on adaptera en E un tube coudé verticalement de bas en haut. Quand un courant passera de *a* à *b*, on aura la dénivellation caractéristique du mercure dans un sens ou dans l'autre.

DÉTERMINATION DE LA DENSITÉ D'UN CORPS POREUX ET FRIABLE;

PAR M. P. PARIZE.

Une donnée importante dans l'étude des propriétés physiques d'un sol est celle de sa densité à l'état aggloméré normal, tel que celui des mottes qui se forment spontanément, par la dessiccation à l'air. On a proposé, pour les cas analogues où le corps est poreux et fragile, de l'enduire d'une couche de collodion; mais l'opération est difficile à réussir et elle altère le volume. Les autres procédés courants ne réussissent pas mieux.

Le moyen suivant, que j'emploie depuis longtemps, a pour lui l'avantage d'être simple, rapide et de n'exiger aucun instrument spécial.

On prend un petit bocal de $\frac{1}{4}$ de litre environ; on le remplit exactement d'une graine lisse et régulière, telle que celle du millet ou du lin (la graine de lin est préférable à cause de sa pesanteur spécifique plus grande et du poli de sa surface).

On le pèse. On y introduit la petite motte ou l'objet poreux à étudier, en enlevant par arrasement l'excès de graine qui déborde le goulot. On fait une seconde pesée. Enfin, on vide le flacon, on l'essuie et on le pèse, vide d'abord, plein d'eau ensuite.

Soient p le poids de l'objet; P le poids de la graine et P' celui de l'eau qui remplissent le vase; enfin P'' le poids de la graine et de l'objet réunis dans le bocal (nous faisons abstraction du poids de ce dernier).

La densité cherchée est

$$d = \frac{p\mathrm{P}}{(\mathrm{P}+p-\mathrm{P}'')\mathrm{P}'}.$$

On a soin, à chaque fois, pour obtenir un tassement uniforme, de frapper, à petits coups, le vase sur le bord d'une table, jusqu'à ce qu'on n'observe plus d'abaissement de niveau.

Le procédé précédent fournit une précision plus grande qu'on ne pourrait le croire *a priori*. Le remplacement de la graine de lin par du petit plomb, de la cendrée, ne m'a pas donné une

approximation sensiblement plus grande. On peut l'appliquer, sans modification, à des corps poreux de toutes natures, sels, bois, etc.

ÉM. BERTRAND. — Sur un nouveau réfractomètre (*Bulletin de la Soc. minéralogique de France*, t. VIII, p. 375).

Nouvelle disposition du microscope permettant de mesurer l'écartement des axes optiques et les indices de réfraction (*ibid.*, t. VIII, p. 377).

Sur la mesure des indices de réfraction des éléments microscopiques des roches (*ibid.*, t. VIII, p. 426).

Réfractomètre construit spécialement pour l'étude des roches (*Bull. de la Société française de Minéralogie*, t. IX, p. 15).

Ces différentes Notes de M. Bertrand contiennent la description d'un certain nombre d'appareils fondés sur l'emploi de la réflexion totale et qui, bien que construits spécialement en vue des études minéralogiques et pétrographiques, sont loin d'être sans intérêt pour les physiciens.

Le premier instrument se compose d'un tube de cuivre de $2^{cm},5$ de large, coupé obliquement par un plan faisant un angle de 30° avec l'axe; au centre de cette section est une lentille hémisphérique de 5^{mm} de rayon en flint très réfringent (1,773). Une ouverture latérale, fermée par un verre dépoli, laisse pénétrer la lumière. Une loupe servant d'oculaire et montée dans un tube à tirage vise dans le plan focal de la demi-boule. Dans ces conditions, une partie seulement du champ est éclairée; c'est celle où les faisceaux parallèles qui proviennent de la face plane de la lentille hémisphérique se sont réfléchis sous un angle assez grand pour permettre la réflexion totale. On apercevra donc, dans le plan de visée, un cercle noir en dehors dont le diamètre pourra être mesuré par un micromètre placé dans le plan focal de la demi-boule et nettement vu par l'oculaire. Si, au lieu d'être dans l'air, la face plane de la lentille demi-boule est mouillée par un liquide, le diamètre du cercle sombre dépendra de l'indice relatif du flint et du liquide. En appliquant cette face plane sur une surface également plane d'un solide, et en interposant un liquide d'indice intermédiaire entre ceux du solide et du flint, on apercevra une ligne sombre dépendant de l'indice relatif du solide et du flint.

En réalité, il n'y a pas de plan focal pour la lentille demi-boule, mais une sphère focale; le mieux est de placer le micromètre visé par l'oculaire de façon qu'il coupe un peu cette sphère; les images restent nettes dans une plus grande étendue du champ. Elles gagnent d'ailleurs en netteté, comme il est facile de le comprendre, par l'emploi d'une lumière monochromatique.

Il serait illusoire de prétendre graduer théoriquement un semblable appareil; on le gradue empiriquement en notant les divisions du micromètre correspondant à une série d'indices bien connus. L'approximation est de deux ou trois unités de la troisième décimale.

L'avantage de ce petit appareil, très simple et d'une exactitude très suffisante pour la détermination des espèces minérales, est de permettre d'opérer sur des faces quelconques, pourvu qu'elles soient suffisamment planes, sans réglage ni correction. Avec des substances très biréfringentes comme la calcite, on obtient deux lignes sombres. Avec une plaque mince d'une roche contenant, par exemple, du quartz et du feldspath, on obtient les lignes caractéristiques de ces deux minéraux.

M. Bertrand, s'appuyant sur le même principe, a construit un microscope permettant non seulement de donner l'indice d'un corps en large plaque, mais celui d'un cristal microscopique déterminé au milieu d'une préparation.

Au centre de la platine d'un microscope peut se placer, immédiatement sur la préparation et avec interposition d'un liquide convenable, une lentille demi-boule. Le microscope est formé par un objectif à long foyer et un oculaire; en le relevant convenablement, on visera dans le plan focal de la demi-boule. Le corps du microscope peut tourner, dans un plan perpendiculaire à la platine, autour d'un axe passant par la face plane inférieure de la lentille demi-boule; on arrivera donc à faire passer par le centre du champ la ligne de séparation de l'ombre et de la lumière. Pour cette expérience, on peut opérer par transparence ou mieux encore en éclairant latéralement la demi-boule. Des différentes positions occupées par le microscope, on déduira, au moyen d'observations préalables sur des corps d'indice connu, reliées par une courbe, l'indice du minéral observé.

Dans une autre disposition de l'appareil qui semble préférable,

le corps du microscope est fixé à un support et fait un angle de 45° avec le plan horizontal. La platine du microscope est fixée sur l'axe d'un goniomètre de Wollaston relié invariablement au microscope, de telle sorte que, pendant les déplacements de ce dernier, nécessaires pour la mise au point, son axe optique passe toujours par le centre de la platine. C'est sur cette platine tournante que se place la lame à mesurer, recouverte de la lentille demi-boule, avec interposition d'un liquide de mouillage. Le microscope a un objectif de 20^{mm} de foyer, et l'on vise dans le plan focal de la lentille demi-boule, de manière à amener au centre du champ la ligne noire qui forme la limite des rayons réfléchis totalement. Ici encore, c'est une graduation empirique que l'on emploie. Comme toutes les pièces sont reliées par des supports inflexibles, il est clair qu'une position donnée du goniomètre correspond à une valeur parfaitement déterminée de l'indice. On arrive à une exactitude de une à deux unités du troisième ordre décimal.

Avec une disposition beaucoup plus compliquée, on n'arrive donc pas à une exactitude beaucoup plus grande qu'avec le petit réfractomètre décrit en premier lieu; mais c'est que là n'est pas le véritable but de l'instrument. Abaissons le microscope jusqu'à viser dans le plan de base de la lentille demi-boule. On pourra amener au centre du champ un cristal microscopique situé, par exemple, dans une coupe mince de roche. En faisant tourner la platine, il arrivera un moment où le cristal ne réfléchira plus de lumière par réflexion totale et deviendra presque invisible; cet assombrissement n'est pas brusque. En effet, du centre de la lentille demi-boule part un cône de rayons qui, après réfraction à la sortie de la demi-boule, pénètre par toute la surface de l'objectif; il faut donc, pour amener le cristal de la clarté à l'obscurité, faire tourner le corps du microscope par rapport à la platine d'un angle égal à l'angle de ce cône. On rendra beaucoup plus brusque ce changement d'éclat en plaçant derrière l'objectif, constitué par une lentille achromatique de 30^{mm} de foyer, et presque en contact avec lui, une fente de $\frac{1}{4}$ à $\frac{1}{2}$ millimètre de large sur 3^{mm} de longueur.

Dans ces conditions, après avoir mis au point sur le minéral qu'on veut étudier, on fait tourner le goniomètre, et il arrive un

moment où la partie supérieure du minéral est éclairée, la partie inférieure obscure; on amène la ligne de séparation à passer par le milieu du champ, et de la position du goniomètre on déduit l'indice du cristal.

Cette méthode est extrêmement remarquable; elle donne une solution très satisfaisante d'un problème que se posaient depuis longtemps les pétrologistes : *Reconnaître sur une coupe mince de roche l'indice d'un cristal donné, la roche étant amenée à l'épaisseur moyenne de* 0^{mm},02, *nécessaire pour la transparence.*

A l'aide d'un analyseur surmontant l'oculaire du microscope, on peut mesurer les différents indices d'un corps. Nous renverrons sur ce point au dernier Mémoire de M. Bertrand. Dans le cas des corps biréfringents, il vaut d'ailleurs mieux, à ce qu'il semble, ne demander à la réflexion totale que la détermination d'un seul indice, et employer la polarisation chromatique pour mesurer la différence des indices principaux d'une lame, au moyen des teintes de polarisation, comme l'a montré M. Michel Lévy. En effet, dans la plupart des cas, la biréfringence dépend seulement de la troisième décimale de l'indice. Mais, lorsque le cristal ne pourra être taillé, la méthode de M. Bertrand reste applicable et donne au moins une solution approchée.

Le dispositif dans lequel le corps du microscope est mobile et la platine fixe permet de mesurer également l'angle des axes optiques. On sait que c'est à M. Ém. Bertrand qu'est due cette modification si ingénieuse du microscope à lumière polarisée, qui permet de le transformer en un microscope polarisant à lumière convergente. Il suffit d'intercaler entre l'objectif et l'oculaire une lentille auxiliaire achromatique qui constitue, avec l'oculaire, un nouveau microscope visant dans le plan focal de l'objectif. Celui-ci est amené au contact de la plaque à étudier. Les rayons polarisés par un nicol ou une pile de glaces traversent un système de lentilles convergentes de fort indice et disposées ingénieusement par M. Bertrand, de manière à donner la plus grande divergence possible au faisceau. Les rayons qui ont traversé la plaque dans une direction déterminée viennent former leur foyer dans le plan focal de l'objectif et le microscope, composé de la lentille auxiliaire et de l'oculaire, grossit l'image réelle des courbes isochro-

matiques, formée dans ce plan. M. Bertrand est arrivé à donner à l'instrument un champ considérablement plus grand que dans les instruments similaires. Dans le microscope à corps mobile, on vise, comme pour la mesure des indices, dans le plan focal de la demi-boule fixe et, en inclinant le microscope à droite et à gauche, on amène successivement au milieu du champ les deux centres des lemniscates. L'angle dont on a ainsi tourné est l'angle des axes optiques *dans le verre de la lentille demi-boule*. Il faut remarquer ici que la lumière est polarisée par une pile de glaces, c'est-à-dire dans un plan perpendiculaire au plan que décrit le microscope, tandis que pour la mesure de l'angle des axes optiques elle doit être polarisée à 45° de ce plan pour montrer les lignes neutres sous forme d'hyperboles. On arrive à ce résultat en interposant au-dessus de la pile de glace une lame de quartz qui fasse tourner de 45° les rayons jaunes et en éclairant avec la lumière du sodium.

Dans ces observations, il faut encore interposer entre la lame cristalline et les lentilles qui la touchent un liquide de fort indice, lorsque l'angle intérieur des axes est un peu grand et l'indice de la lame élevé. Ce sont les mêmes liquides qui conviennent dans les mesures d'indice par réflexion totale. Le sulfure de carbone ($n_D = 1,625$) peut convenir, mais beaucoup mieux la naphtaline bromée ($n_D = 1,66$) ou un nouveau corps, la *naphtylphénylacétone dibromée*, dont l'indice atteint 1,70. Ce nouveau corps, découvert par M. L. Roux, et que prépare maintenant M. Schuchardt de Görlitz, se dissout très facilement dans la naphtaline bromée et donne tous les indices entre 1,66 et 1,70. Il y a là, comme nous espérons l'avoir montré, une série de dispositions des plus ingénieuses et qui viennent heureusement compléter les perfectionnements dus déjà à M. Ém. Bertrand pour l'observation des propriétés optiques des minéraux. H. Dufet.

J. FINK. — Ueber den Einfluss des Druckes auf den electrischen Leitungswiderstand von Electrolyten (Influence de la pression sur la conductibilité électrique des électrolytes); *Wied. Ann.*, XXVI, p. 484; 1885.

Les expériences faites antérieurement par Colladon et Sturm, M. Herwig, etc., n'ont donné aucun résultat parce que les pres-

sions étaient trop faibles. L'auteur s'est servi d'une pompe de M. Cailletet, il a comprimé les liquides jusqu'à des pressions de 500^{atm} mesurées par un manomètre de Bourdon. Il a mesuré la résistance des liquides par la méthode des courants alternatifs avec un pont de Wheatstone et un téléphone, en ayant soin, pour ramener le son au minimum, d'intercaler derrière les colonnes liquides une petite spirale enroulée sur un noyau de fer [1].

Le liquide est contenu dans un vase de verre muni de larges électrodes en platine platiné, qui s'appuient sur la surface interne; il est surmonté d'un tube capillaire à parois épaisses que traverse le fil de platine communiquant avec l'électrode supérieure. A la partie inférieure il se termine par un tube étroit plongeant dans un godet rempli de mercure qui sépare le liquide étudié de l'eau qui transmet la pression. Le cylindre de fer dans lequel est logé le tube est placé dans un vase d'environ 40^{lit} que l'on peut remplir de neige ou d'eau à température constante.

L'auteur a d'abord examiné les trois causes principales qui peuvent modifier les résultats : la diminution de volume du vase, la chaleur dégagée par compression et la polarisation des électrodes. Le calcul de l'erreur due à la première cause donne une valeur inférieure aux erreurs d'expérience; l'influence de la chaleur de compression cesse de se faire sentir après dix ou quinze minutes même pour des pressions de 500^{atm}; enfin la polarisation est négligeable, car des mesures faites avec des courants d'intensité différente et un nombre variable d'interruptions ont donné la même résistance.

Pour faire les mesures, on remplit le vase en ayant soin de chasser les bulles d'air, on le met en place et l'on attend qu'il ait pris exactement la température du bain; on le reconnaît à ce que la résistance sous la pression atmosphérique reste constante. On fait ensuite varier la pression de 100^{atm} en 100^{atm}, de 1^{atm} à 500^{atm}, puis de 500^{atm} à 1^{atm} et l'on mesure la résistance sous même pression dans les deux séries.

Les expériences ont porté sur trois liquides à divers degrés de concentration :

---

(1) WIETLISBACH, *Berliner Monatsberichte*, 1879.

NaCl pour 100.	0,99	4,99	9,90	14,82	19,60	24,90	26,39
HCl » .	0,98	5,02	10,34	18,16	25,34	»	»
$ZnSO^4$ » .	0,96	9,07	23,50	29,64	»	»	»

aux températures 0° et 18°.

Elles ont même été poussées jusqu'à 782^{atm} sur de l'eau distillée additionnée de quelques gouttes d'acide sulfurique, mais la rupture du vase a empêché de fixer exactement les conditions ; on a constaté seulement que la résistance varie encore au-dessus de 500^{atm}.

Voici, comme exemple, les résultats relatifs au sulfate de zinc :

Dissolution de $ZnSO^4$.

P, poids du sel dissous dans 100 d'eau.
π, variation de pression.
r, variation de résistance pour 100.

	P = 0,96.		P = 9,67.		P = 23,50.		P = 29,64.	
π.	r à 0°.	r à 18°.	r à 0°.	r à 18°.	r à 0°.	r à 18°.	r à 0°.	r à 18°.
atm								
1-100..	−2,82	−2,21	−2,60	−2,22	−1,52	−1,24	−0,81	−0,82
1-200..	−5,33	−4,09	−4,60	−3,85	−2,74	−2,06	−1,54	−1,42
1-300..	−7,58	−5,96	−6,58	−5,64	−3,90	−3,02	−2,17	−1,89
1-400..	−9,81	−7,83	−8,72	−7,34	−4,82	−3,90	−2,73	−2,47
1-500..	−11,74	−9,33	−10,52	−8,78	−5,78	−4,71	−3,24	−2,91

L'examen des tables ou des courbes qui représentent la variation de résistance en fonction de la pression montre que cette variation est représentée jusqu'à 300^{atm} par une ligne droite qui ensuite se recourbe légèrement vers l'axe des x (peut-être par suite d'inexactitudes dans la graduation du manomètre).

Les valeurs trouvées pour le sulfate de zinc sont un peu supérieures à celles données par Lenz (1) pour le mercure (0,02 pour 100 par atmosphère) ; elles sont un peu plus faibles pour les autres liquides. La variation diminue à mesure que la concentration augmente et que la température s'élève.

Si l'on construit des courbes en prenant pour abscisses les concentrations, pour ordonnées les variations de résistance pour une variation de pression de 1^{atm} à 500^{atm}, on remarque que les deux

(1) Lenz, *Beiblätter*, VI, p. 802 ; 1882.

courbes correspondant au chlorure de sodium à 0° et à 18° coupent l'axe sensiblement au même point (22 pour 100).

La dissolution à ce degré de concentration conserve donc une résistance constante sous diverses pressions, les dissolutions plus concentrées éprouvent une augmentation, celles moins concentrées une diminution de résistance quand la pression augmente.

On ne peut attribuer au changement de volume produit par l'élévation de température la variation de résistance sous l'action de la chaleur; si, en effet, on calcule la pression capable de ramener le liquide à son volume à 0° et la variation de résistance correspondant à cette pression, on trouve un nombre bien inférieur à celui que donne l'expérience. C. DAGUENET.

E. EDLUND. — Some observations on the behaviour of electricity in rarefied air (Observations sur le passage de l'électricité dans l'air raréfié); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XIX, p. 125; 1885.

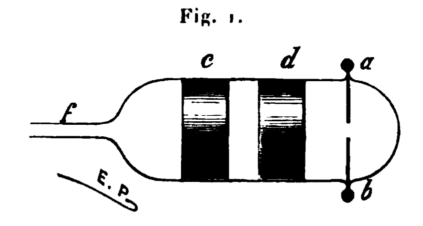
On a cru établir sur des observations récentes que la conductibilité des gaz augmente, jusqu'à un certain point, avec leur raréfaction, puisqu'elle diminue, de sorte que le vide absolu doit être regardé comme isolant. L'auteur ne croit pas que les gaz présentent ainsi un maximum de conductibilité pour une raréfaction déterminée; il pense, au contraire, que la conductibilité augmente constamment avec la raréfaction et que le vide absolu est bon conducteur. Voici l'une des expériences sur lesquelles est fondée cette opinion.

Un tube de verre (*fig.* 1) de $0^m,300$ de long et $0^m,016$ de large est muni de deux électrodes en platine *a* et *b*, dont les extrémités sont distantes de $0^m,003$, et de deux anneaux d'étain *c* et *d* qui ne communiquent point avec les électrodes. L'extrémité *f* est adaptée à une trompe à mercure. On met en communication successivement les électrodes, puis les feuilles d'étain avec les armatures d'une forte bobine de Ruhmkorff animée par deux éléments de Bunsen. A mesure que l'on fait le vide dans le tube, les étincelles qui jaillissent entre *a* et *b* deviennent plus brillantes jusqu'à ce que l'on ait atteint une pression inférieure à 1^{mm}.

Lorsque celle-ci est réduite à $0^{mm},12$, le tube s'illumine entièrement lorsque le courant passe entre *a* et *b*; la lueur devient moins vive lorsque la pression descend à $0^{mm},004$ et ne se montre plus qu'à de rares intervalles lorsqu'on arrive vers $0^{mm},0004$.

Lorsque les pôles de la bobine d'induction sont en communication avec les feuilles d'étain, il est bien évident que le courant ne peut passer dans l'intérieur du tube; mais les feuilles se chargent alternativement d'électricités contraires. Ces charges et décharges continuelles produisent dans le gaz, lorsqu'il est suffisamment raréfié, c'est-à-dire lorsque sa pression est inférieure à 1^{mm}, des courants induits qui se manifestent par une certaine lueur entre *c* et *d*; le tube devient fortement et constamment lumineux lorsque la pression descend au-dessous de $0^{mm},001$.

Fig. 1.



Ce dernier résultat semble indiquer que la résistance va toujours en diminuant, et M. Edlund explique la difficulté avec laquelle le courant passe dans l'air raréfié entre les électrodes de platine par l'existence d'une force électromotrice au passage du métal dans le gaz. Cette force électromotrice, toute semblable à celle que l'auteur a découverte dans l'arc voltaïque et l'étincelle électrique, augmente à mesure que le vide devient plus parfait.

Toutefois, M. Worthington (1) fait observer qu'un corps plongé dans un vide où l'étincelle a cessé de se produire est soumis à l'action inductrice d'un corps électrisé que l'on déplace dans son voisinage, et n'est nullement protégé contre cette action comme il le serait s'il était entouré par un conducteur.

M. Worthington pense que les phénomènes lumineux observés par M. Edlund peuvent être attribués à des variations de l'induction dans le milieu.

A. Leduc.

(1) *Phil. Mag.*, 5e série t. XIX, p. 218.

J. BUCHANAN. — On the thermo-electric position of carbon (Position du carbone dans la série thermo-électrique); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XX, p. 117; 1885.

L'auteur étudie un couple formé par une baguette de charbon de 12^{mm} de diamètre, semblable à celles que l'on emploie dans les lampes à arc et une tige de platine du commerce. L'extrémité du charbon est d'abord recouverte de cuivre électrolytique auquel est soudé le platine. Le courant va du platine au charbon dans la soudure chaude, et la force électromotrice de ce couple est représentée en unités C.G.S. par $e = 566 + 3{,}94\,t$, si l'on appelle t la moyenne des températures des deux soudures. Le platine employé est ensuite comparé à un échantillon de plomb du commerce. La force électromotrice de ce nouveau couple est

$$e = 176 + 2{,}07\,t.$$

Le courant va du platine au plomb dans la soudure chaude.

On en déduit pour le pouvoir thermo-électrique du charbon (par rapport au plomb)

$$e_C = -390 - 1{,}87\,t.$$

Le point neutre du couple Pb-C serait à $-209°$.

Le charbon se place dans la série thermo-électrique entre le zinc et l'argent, pour lesquels on a

$$e_{Zn} = -234 - 2{,}40\,t,$$
$$e_{Ag} = -214 - 1{,}50\,t.$$

Si l'on considère le couple Pt-C ci-dessus, on voit qu'il doit y avoir développement de chaleur (phénomène de Peltier) à l'extrémité négative du filament d'une lampe à incandescence.

Or, si l'on désigne par T la température du point neutre d'un couple thermo-électrique et par θ la température absolue de l'une des soudures, l'effet de Peltier a pour expression

$$\pi = (k_1 - k_2)(T - \theta)\theta,$$

k_1 et k_2 étant les coefficients de t dans le pouvoir thermo-électrique des deux substances du couple.

On a donc ici

$$\pi = 3,94(144 + \theta)\theta.$$

Soit, par exemple, une lampe de 100 volts, portée à la température de 2400°. Le rapport entre la chaleur due au phénomène de Peltier et la chaleur totale développée dans le circuit est égal à

$$\frac{3,94 \times 2673(144 + 2400)}{100 \times 10^8} = 0,0027.$$

On voit que l'on ne saurait attribuer à ce développement de chaleur une bien grande influence sur la durée des lampes à incandescence, ni expliquer par là la rupture fréquente des filaments, vers leur extrémité négative.

D'autre part, M. Buchanan a constaté qu'en faisant varier plusieurs fois, entre 290° et 220°, au moyen d'un bain de glycérine, la température d'un couple fer-charbon, dont le point neutre était à 208°, la force électromotrice maxima de ce couple (obtenue en mettant l'une des soudures au point neutre) a augmenté de plus de 30 pour 100.

Si l'on en juge par le résultat de cette expérience, faite à des températures relativement peu élevées, on admettra facilement que la structure du charbon doit être profondément modifiée lorsqu'il est maintenu pendant longtemps à l'incandescence.

A. Leduc.

A.-M. WORTHINGTON. — On the error involved in professor Quincke's method of calculating surface tensions from the dimensions of flat drops and bubbles (Corrections à apporter à la méthode de M. Quincke pour la mesure des tensions superficielles); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XX, p. 51; 1885.

Les nombres déduits de l'observation de la forme que prend une goutte d'un liquide au contact de l'air ou d'un autre liquide sont toujours notablement supérieurs à ceux que l'on obtient au moyen des tubes capillaires. M. Quincke pense que ces derniers doivent être multipliés par le cosinus de l'angle de raccordement qui n'est jamais nul, et que d'ailleurs les impuretés atmosphériques peuvent modifier la forme du ménisque. Quoi qu'il en soit, M. Quincke suppose que les gouttes étudiées sont parfaitement

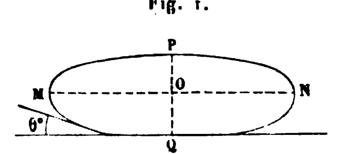
plates au sommet, et qu'elles ont un rayon infini; il fait $\frac{1}{R'} = 0$ dans la formule fondamentale

$$T\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) = Dz.$$

Il en résulte une erreur qui s'élève souvent à 10 pour 100.

Soit une large goutte (*fig.* 1) reposant sur une lame de verre

Fig. 1.



horizontale; désignons par L son rayon maximum ON, par K sa hauteur PQ, et par k la distance OP qui est d'ailleurs très difficile à déterminer. Imaginons le solide déterminé par deux plans verticaux parallèles voisins du centre de la goutte, distants de l'unité de longueur, et un troisième plan perpendiculaire aux précédents passant par le centre (*fig.* 2). Si nous supposons que la goutte ait un rayon infini, nous pourrons écrire que la pression hydrostatique, sur le rectangle terminal ABCD, est égale à la somme des tensions exercées le long des deux bords AD et BC. On aura ainsi, en désignant par D la différence entre la densité du liquide et celle du milieu ambiant,

$$T + T\cos\theta = \frac{K^2 D}{2}$$

et, si $\theta = 0$,

$$T = \frac{K^2 D}{4}.$$

Fig. 2.

Si l'on considère seulement la partie de la goutte supérieure au plan de la section maxima MN, on voit que T a pour valeur la

pression hydrostatique sur la surface ADGF

$$T = \frac{(K-k)^2 D}{2}.$$

C'est cette dernière formule qu'emploie M. Quincke. Or, si nous désignons par b le rayon de courbure au sommet de la goutte, il conviendrait d'ajouter au second nombre $\frac{2T}{b}(K-k)$. D'ailleurs, en négligeant la courbure de la goutte dans le plan perpendiculaire à celui de la figure, on omet la tension exercée le long de AE et DE', et qui équivaut à $\frac{T}{R'}$ sur chaque unité de surface.

La correction à faire de ce chef a pour valeur approchée

$$\frac{2T(K-k)}{3,28.L}.$$

Enfin, si l'on pose $C = \frac{1}{3,28.L} - \frac{1}{b}$, on aura

$$\frac{T}{D} = \frac{(K-k)^2}{2+4(K-k)C}.$$

Toutefois cette valeur ne sera très approchée que si la goutte est très large et très plate, même loin du sommet.

L'auteur rappelle une formule de Laplace qui permet de calculer $\frac{1}{b}$; on pourra, d'ailleurs, négliger ce terme si la goutte a plus de 2^{cm} de rayon; il donne un grand nombre de Tableaux numériques, d'après les expériences de M. Quincke.

Par exemple, ce dernier a trouvé, pour la tension superficielle (en grammes par centimètre carré) au contact d'une bulle d'air avec l'eau distillée, 0,0825 (à 25°). Ce résultat, convenablement corrigé, devient 0,0735, nombre trouvé par M. Wolf, au moyen des tubes capillaires, à cette même température. M. Quincke trouve, par cette dernière méthode, 0,07235 à 16°,2.

Les résultats obtenus sur l'hyposulfite de soude, le sulfure de carbone et le pétrole, s'éloignent toujours, même après correction, de ceux que donne l'observation des tubes capillaires.

Les différences deviennent, au contraire, insignifiantes pour l'eau, l'huile d'olive, la térébenthine.

D'ailleurs, il faut observer que les résultats obtenus au moyen

des tubes capillaires de divers diamètres, ne diffèrent pas entre eux de plus de 2 pour 100, tandis que ceux que fournit l'observation des gouttes plates diffèrent quelquefois de 15 pour 100 et même davantage ([1]). A. Leduc.

O. TUMLIRZ. — Ueber das Verhalten der Bergkrystalls in magnetischen Felde (Action d'un champ magnétique sur le cristal de roche); *Wied. Ann.*, t. XXVII, 133; 1886.

Pour étudier l'action du champ magnétique sur le quartz, l'auteur s'est servi de deux plaques perpendiculaires à l'axe d'environ 4^{mm} d'épaisseur et 25^{mm} de largeur, l'une droite, l'autre gauche; ces deux plaques nettoyées avec le plus grand soin étaient suspendues par des fils de cocon.

Dans une première expérience, il fit agir un seul pôle terminé en pointe sur l'une ou l'autre des plaques suspendue à un seul fil et placée équatorialement; la portion la plus voisine du pôle fut repoussée : le quartz est diamagnétique.

Immédiatement après cette expérience, il fit agir simultanément les deux pôles sur la plaque placée perpendiculairement à la ligne des pôles; la plaque s'inclina de telle sorte que son axe principal faisait avec cette ligne un angle d'environ 20° : l'inversion du courant dans l'électro-aimant l'amène dans une position symétrique.

On observe encore plus facilement cette déviation dans un champ uniforme. La plaque portée par une suspension bifilaire, ayant son axe perpendiculaire à la direction du champ, tourne dès qu'on ferme le circuit et son axe s'incline d'environ 60° d'un côté ou de l'autre suivant le sens du courant excitateur.

La plaque possède donc une polarité permanente due à l'influence. Si, en effet, on l'abandonne à elle-même pendant plusieurs jours, son axe se place perpendiculairement aux lignes de force, comme l'avaient déjà remarqué Plücker, Tyndall et Knoblauch. Si, au contraire, on la soumet à l'action magnétique soit dans la direction de l'axe, soit dans une direction perpendiculaire et qu'on la ramène ensuite dans le champ, elle dévie plus ou moins suivant

---

([1]) M. Lippmann a récemment indiqué une méthode précise pour mesurer la hauteur $(K - k)$ sur laquelle porte la majeure partie de l'erreur commise.

l'intensité de l'aimantation et du champ. Contrairement à ce qu'on devait attendre, puisque le quartz est diamagnétique, la face opposée au pôle nord pendant l'influence est attirée par lui et repoussée par le pôle sud aussi bien pour le quartz droit que pour le quartz gauche.

Les résultats peuvent s'expliquer dans la théorie de Becquerel en admettant que l'aimantation est plus forte transversalement que dans le sens de l'axe. Le quartz est le premier corps diamagnétique connu qui conserve une polarité permanente.

C. Daguenet.

ANZEIGER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN WIEN (Bulletin de l'Académie impériale des Sciences de Vienne); 1885.

Karl EXNER. — Remarques sur la vitesse de la lumière dans le quartz, p. 40.

S'appuyant sur des mesures faites depuis longtemps par M. von Lang, l'auteur trouve que, dans le quartz, la vitesse moyenne des deux ondes, ordinaire et extraordinaire, est toujours égale à celle que l'on aurait si la constante de polarisation circulaire s'annulait; énoncé qui comprend, comme cas particulier, celui de M. Cornu.

J. von HEPPERGER. — Position du foyer des rayons de lumière monochromatique qui, issus d'un même point, ont traversé un prisme à vision directe p. 56.

Pouvoir de courbure et dispersion d'un prisme, p. 109.

Le point de concours de deux rayons monochromatiques, issus d'un même point lumineux et qui ont traversé un prisme à vision directe, est placé à une distance de ce dernier point variable avec la distance des rayons à la première arête réfringente du prisme. Les formules de l'auteur font connaître cette distance.

L'auteur considère ensuite deux rayons de lumière monochromatique issus d'un même point et compris dans un même plan parallèle à l'arête d'un prisme quelconque; il suppose que l'un d'eux se meuve dans une section droite du prisme, et il trouve que la différence de leur déviation est très sensiblement proportionnelle au carré de la tangente de l'angle i que font les deux rayons incidents.

Le quotient de cette différence par $\tang^2 i$ est ce que l'auteur appelle le *pouvoir de courbure du prisme* (*Krümmungsvermögen*).

J. LIZNAR. — Marche diurne et annuelle de la déclinaison magnétique à Vienne et période de perturbation, p. 56.

Ce travail résume les indications d'un magnétographe enregistreur pendant sept ans (1872-1884).

Les variations diurnes ont un maximum et un minimum, qui tombent, en moyenne, le premier entre 1^h et 2^h du soir, le second, entre 7^h et 8^h du matin.

En hiver, on observe, en outre, un maximum secondaire entre 3^h et 4^h du soir, un minimum entre 10^h et 11^h du matin.

Le maximum de variation diurne s'observe au solstice d'été, le minimum au solstice d'hiver. La déclinaison est plus occidentale en été qu'en hiver.

En considérant comme perturbation la différence de la moyenne mensuelle et de la moyenne diurne, on trouve le maximum de perturbation occidentale à l'époque de la plus haute culmination solaire. Les perturbations orientales ont deux minima correspondant aux deux solstices.

La période des perturbations est de vingt-six ans, durée de la rotation synodique du Soleil.

KLEMENČIČ. — Recherches expérimentales sur la mesure de la constante diélectrique de certains gaz et vapeurs, p. 72.

On place, sous une cloche dans laquelle on peut faire le vide, un condensateur formé de trente plateaux de laiton superposés et maintenus à distance par de petits morceaux d'ébonite. La cloche peut être remplie de différents gaz dont on connaît la force élastique.

On se sert d'un diapason de 64 vibrations pour charger le condensateur à l'aide du courant d'une pile et pour faire passer la décharge dans le fil d'un galvanomètre. L'aiguille est maintenue au zéro en dirigeant le courant d'une pile dans le fil du galvanomètre, en sens inverse du courant de décharge.

La compensation n'est établie que pour une certaine capacité du

condensateur. On fait alors varier celle-ci en changeant la nature ou la densité du gaz qui remplit la cloche, ce qui change la constante diélectrique. On mesure alors la déviation de l'aiguille.

Le Tableau suivant résume les résultats de ces expériences. Dans l'une des colonnes se trouve inscrite la racine carrée de la constante diélectrique, le gaz étant à 0° sous la pression $0^m,760$; la seconde colonne renferme les indices de réfraction empruntés au travail de M. Mascart.

	$\sqrt{D}$.	*n*.
Air..................	1,000293	1,0001927
Hydrogène	132	1387
Acide carbonique	492	4544
Oxyde de carbone....	347	5350
Protoxyde d'azote....	579	5159
Éthylène............	728	7200
Sulfure de carbone...	145	1478
Acide sulfureux......	477	7040
Éther...............	372	1537
Chloréthyle	766	1674
Brométhyle..........	773	1216

On voit que, pour les quatre dernières vapeurs, la racine carrée de la constante diélectrique n'est plus comparable à l'indice de réfraction.

VON LANG. — Mesure directe de la réaction électromotrice de l'arc voltaïque, p. 89.

Deux appareils à lumière électrique sont disposés symétriquement dans le circuit d'une forte pile Bunsen. Le milieu A de la pile et le milieu B du conducteur qui relie les deux lampes sont au même potentiel.

On évalue, à l'aide du pont de Wheatstone, la résistance des deux portions du circuit qui vont de A à B : une première fois lorsque les deux bougies fonctionnent, une seconde fois lorsqu'on a remplacé le charbon par des résistances qui ramènent l'intensité du courant à sa valeur primitive.

La demi-différence des deux nombres obtenus donne la résistance qui est compensée par la réaction électromotrice d'un des arcs voltaïques. Celle-ci se calcule en multipliant la différence obtenue par l'intensité du courant. On trouve ainsi $38^{volts},6$.

V. von LANG. — Mesure de la hauteur du son d'un diapason à l'aide du chronoscope de Hipp, p. 221.

On amène le ressort régulateur du chronoscope à produire un son voisin de celui du diapason. On entretient, par des chocs convenablement répétés, les vibrations de ce dernier pendant quelques minutes. On compte les battements qui naissent de la simultanéité des deux sons.

Le chronoscope enregistre le nombre de vibrations du ressort; en lui ajoutant le nombre des battements, on a, à $\frac{1}{25}$ de vibration près, le nombre des vibrations du diapason.

F. EXNER. — Nouvelle méthode pour estimer la grandeur des molécules, p. 87.

D'après la théorie cinétique des gaz, le diamètre σ des molécules est donné par la formule $\sigma = 6\sqrt{2}\nu\lambda$. On désigne par λ le chemin moyen des molécules, et par ν le rapport de l'espace réellement occupé par la matière au volume apparent.

M. Clausius a donné, pour un diélectrique, la formule suivante :

$$\nu = \frac{k-1}{k+2}.$$

La constante diélectrique k est égale au carré de l'indice de réfraction n. Ainsi, $\nu = \frac{n^2-1}{n^2+2}$.

On peut donc calculer σ pour tous les corps dont on connaît le chemin moyen λ.

Ce dernier se déduit des expériences de diffusion ou de frottement intérieur.

L'auteur donne pour σ les valeurs suivantes, exprimées en centimètres; elles doivent être multipliées par 10^{-9}.

Air.	CO^2.	CO.	H^2.	CH^4.	C^2H^4.	AzH^3.	H^2O.
10	13	13	10	12	21	16	19
Az.	AzO.	O^2.	H^2S.	HCl.	SO^2.	Cl^2.	C^2Az^2.
17	16	16	22	18	17	19	19

L'auteur ajoute à ce Tableau les volumes atomiques relatifs et les poids spécifiques de certaines substances; on entend par là le poids en grammes de 1^{cc} rempli par les molécules en supposant qu'il ne reste entre elles aucun espace vide.

	Volume atomique.	Poids spécifique.
Hydrogène................	4,4	1,02
Carbone..................	14	3,84
Soufre...................	27	5,32
Phosphore................	23	6,16
Chlore...................	25	6,26
Azote....................	10	6,20
Oxygène..................	9	7,89
Mercure..................	37	26,32

M. Exner considère $\frac{n^2-1}{n^2+2}\frac{1}{d}=$ const. comme la véritable expression de la puissance réfractive spécifique.

A. WEISS. — Sur la fluorescence de la matière colorante des champignons, p. 111.

La couleur de la fluorescence est verte ou bleue. Dans ce dernier cas, on a une bande d'absorption dans le jaune verdâtre, entre les raies E et F.

J.-M. EDER. — Recherches spectrographiques de la source normale de lumière et de son emploi à la mesure photochimique de la sensibilité lumineuse, p. 93.

L'auteur mesure par des procédés photographiques l'étendue de la partie ultra-violette dans les spectres de la lumière solaire, de la lampe à acétamyle et du gaz d'éclairage. Il cherche la place du maximum de clarté du bleu, qu'il compare à la lumière phosphorescente bleue du sulfure de calcium.

Les différents sels d'argent ont une sensibilité qui varie avec la nature de la source.

J.-M. EDER. — Recherches sur les actions chimiques de la lumière, p. 133.

L'eau chlorée se décompose à la lumière solaire de 6 à 12 fois plus vite que l'eau bromée et 1000 fois plus vite que l'eau iodée.

A. HANDL. — Sur un nouvel hydrodensimètre, p. 148.

On évalue la densité d'un liquide à l'aide de la pression hydrostatique qu'il exerce à une distance déterminée du niveau libre. Cette pression se mesure au moyen d'un manomètre à eau.

A. WASSMUTH. — Méthode propre à rendre les galvanomètres fortement astatiques, et à les soustraire, en grande partie, aux variations du magnétisme terrestre, p. 148.

On rend astatique l'aiguille du galvanomètre à l'aide d'un aimant auxiliaire placé à une certaine distance. On place, dans le voisinage de l'aimant et perpendiculairement à sa direction, une plaque de fer. Le déplacement de cette plaque change notablement la sensibilité du galvanomètre; l'aiguille ne prend pas d'équilibre instable.

On atténue dans une forte proportion l'influence du magnétisme terrestre en entourant le galvanomètre d'un anneau de fer.

JAUMANN. — Expériences relatives à la double réfraction des liquides, p. 159.

Un faisceau de lumière traverse deux fois en sens inverse une longue colonne d'un liquide obtenu en mélangeant de l'essence de térébenthine et du sulfure de carbone.

Aussitôt que les forces électriques créent autour du tube un champ magnétique, le plan de polarisation est dévié de nouveau.

D'après l'auteur, cette expérience est incompatible avec l'hypothèse d'une double réfraction, avec axe optique parallèle aux lignes de force.

J. MOSER. — Propriétés électriques et thermiques des dissolutions salines, p. 180.

1° *Nouvelle méthode pour la mesure des nombres de transport électrolytique.* — L'auteur démontre théoriquement et vérifie expérimentalement l'énoncé suivant : Le nombre de transport, (*Ueberführungszahl*) est le quotient de la force électromotrice avec transport par la force électromotrice sans conduction.

2° *Électroneutralité des dissolutions salines.* — M. Moser place entre deux électrodes de zinc deux solutions de sels de zinc différentes : chlorure et azotate, par exemple, et fait varier le degré de concentration de l'une d'elles sans toucher à l'autre jusqu'à ce qu'il ne se produise plus de courant. Il trouve qu'il faut, pour obtenir un courant, un minimum d'eau.

3° *Opposition entre l'action thermique et électrique.* — La force électromotrice d'un courant de concentration ne correspond pas à l'action thermique due à la dilution.

A. SCHILLING. — **Production d'un champ magnétique homogène dans la boussole des tangentes pour mesurer des courants intenses, p. 186.**

On place à une grande distance du champ, à droite et à gauche, deux forts barreaux aimantés parallèles, en réunissant leurs pôles de nom contraire par une armature.

Ou bien, on dispose au-dessus du champ un aimant en fer à cheval, de telle sorte que le champ soit à égale distance des deux branches.

E. MACH. — **Sur l'analyse des sensations sonores, p. 275.**

M. Mach admet la théorie de M. Helmholtz et cherche à la compléter.

Il suppose que chaque fibre de Corti vibre non seulement pour un son fondamental déterminé, mais encore, et plus faiblement, pour les harmoniques et les sous-harmoniques. De là une sensation auxiliaire du timbre et une perception caractéristique de l'intervalle de deux sons. E. GRIPON.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXI; mai 1886.

LORD RAYLEIGH. — *Réactions dans un système qui exécute des vibrations harmoniques forcées. Applications à l'électricité,* p. 369.

LORD RAYLEIGH. — *Sur la self-induction et la résistance des conducteurs rectilignes,* p. 381.

S.-P. LANGLEY. — *Observations sur les spectres calorifiques invisibles; découverte de longueurs d'onde non encore observées,* p. 394.

A.-P. LAURIE. — *Mesure de la force électromotrice d'une pile constante dont les pôles sont en mouvement,* p. 409.

CH. TOMLINSON. — *Note sur les solutions salines sursaturées*, p. 417.

J.-H. POYNTING. — *Décharge de l'électricité dans un isolateur imparfait*, p. 419.

T.-E. THORPE et A.-W. RUCKER. — *Note sur une relation entre les températures critiques des corps et leur dilatation thermique à l'état liquide*, p. 431.

BALFOUR STEWAR. — *Cause des variations du magnétisme terrestre reliées au jour solaire*, p. 435.

Wiedemann's Annalen.

T. XXVII, n° 4; 1886.

E. WARBURG et T. IHMORI. — *Sur le poids et la cause de la pellicule d'eau qui recouvre le verre, et d'autres corps*, p. 481.

R. v. HELMHOLTZ. — *Recherches sur les vapeurs et les brouillards, en particulier sur ceux produits par les dissolutions*, p. 508.

B. WEINSTEIN. — *Recherches sur la capillarité*, p. 544.

L. PEBAL et H. JAHN. — *Sur les chaleurs spécifiques de l'antimoine et de quelques-unes de ses combinaisons*, p. 584.

E. et L. NATANSEN. — *Sur la dissociation de la vapeur d'acide hypoazotique*, p. 606.

W. MULLER-ERZBACH. — *Constitution des sels hydratés, d'après leur tension de vapeur à la température ordinaire (groupe des sels haloïdes)*, p. 623.

A. v. WALTENHOFEN. — *Sur les formules de Müller et de Dub, pour des électro-aimants cylindriques*, p. 630.

C. HEIM. — *Conductibilité électrique des solutions salines sursaturées*, p. 643.

W. v. ULJANIN. — *Comparaison des méthodes de E. du Bois-Reymond et H.-S. Carhart et de la méthode électrométrique, pour la mesure des forces électromotrices*, p. 657.

H. LORBERG. — *Remarques sur deux propositions de Hertz et de Aulinger, relatives à l'électrodynamique*, p. 666.

G. KIRCHHOFF. — *Théorie du partage de l'électricité entre deux sphères conductrices*, p. 673.

A. KOENIG. — *Réponse à M. Diro Kitao*, p. 679.

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LE RAYONNEMENT;

PAR M. P. GARBE.

Lorsqu'un corps solide, placé dans le vide, est porté à des températures graduellement croissantes, l'énergie rayonnée par ce corps va en augmentant, et, en même temps, la nature du flux rayonné se modifie. Le problème du rayonnement contient donc, comme facteurs, trois quantités qu'il y a lieu de considérer comme intimement liées les unes aux autres : la température du corps, l'énergie totale rayonnée et la valeur de chaque radiation dans ce flux total.

La relation entre les deux premières de ces quantités porte plus spécialement le nom de *loi du rayonnement*. Elle a été donnée par Newton d'abord, puis par Dulong et Petit, qui ont trouvé, pour la valeur de ce rayonnement dans une enceinte à la température θ, l'expression $R = ma^{\theta}(a^{t} - 1)$. Établie pour des excès t inférieurs à 300°, cette loi de Dulong et Petit a été reconnue *trop rapide* aux températures élevées. La formule de M. Stefan

$$R = A(T^4 - \Theta^4),$$

où T et Θ représentent les températures absolues du corps et de l'enceinte, tout en s'accordant parfaitement avec les expériences aux températures peu élevées, a été trouvée *trop lente* aux hautes températures. Cependant, cette loi a pris un caractère théorique tout particulier depuis les récentes recherches de M. Boltzmann, dont M. Bouty a rendu compte dans ce Recueil (¹). On serait donc conduit à admettre que, pour le platine qui a servi aux expériences de vérification de cette loi, le facteur A, supposé constant chez les corps *absolument noirs*, a été en augmentant avec la température. Les expériences faites sur la variation du pouvoir émissif des métaux semblent devoir confirmer cette supposition, et l'on est fondé à penser que la loi de Stefan est la loi du rayonnement des corps *absolument noirs*.

La seconde relation, entre la température du corps et l'intensité

(¹) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. IV, p. 525.

d'une radiation simple constitutive du rayonnement, a été l'objet d'un certain nombre de recherches relatives, surtout, aux radiations lumineuses. M. E. Becquerel, opérant sur les radiations transmises par des verres colorés, rouges, verts et bleus, est arrivé à la formule exponentielle

$$r = a[e^{b(T-\theta)} - 1],$$

dans laquelle θ désigne la température à laquelle la radiation considérée prend naissance, e la base des logarithmes adoptés et b une quantité qui semble varier en raison inverse de la longueur d'onde. M. Violle, dans ces dernières années, a trouvé que la radiation du platine incandescent dans l'air pouvait être exprimée par la formule $r = m\mathrm{T}\,b^{\mathrm{T}^2}a^{\mathrm{T}}$, où T désigne la température absolue du corps, b une constante et a une fonction du premier degré de la longueur d'onde; m étant un coefficient qui, dans un flux total, peut servir à caractériser l'intensité calorifique relative de chaque radiation.

Reste enfin le troisième point de vue auquel on peut se placer pour envisager la question du rayonnement; à savoir, la recherche de la relation qui existe entre l'intensité du flux total et celle d'une radiation simple : c'est l'objet du présent travail. En s'affranchissant ainsi de la considération des températures, on élimine une grandeur qui, par son évaluation toujours très délicate aux termes élevés de l'incandescence du corps, impossible même au delà du point où la porcelaine se ramollit, augmente, dans le premier cas, la difficulté des observations et s'oppose, dans le second, à ce qu'elles soient poussées jusqu'à ces limites où il est si intéressant de pouvoir suivre le phénomène. M. E. Becquerel, au cours des expériences précédemment citées, s'est occupé incidemment de cette question; ce savant, opérant avec un verre rouge de longueur d'onde moyenne égale à $0^{\mu},670$, a trouvé que les résultats de l'expérience étaient représentés d'une façon suffisamment exacte par la formule $r = \mathrm{B}(\mathrm{M} - m)^3$, B étant une constante et m le rayonnement total du fil de platine incandescent au moment où apparaît la radiation considérée.

Méthode expérimentale. — Au lieu du platine, on a pris, pour les recherches qui vont suivre, le filament de charbon tel

qu'il se trouve disposé dans les lampes à incandescence. Le charbon étant un corps mat à l'état ordinaire, on peut espérer que les propriétés de sa surface resteront les mêmes à tous les degrés d'incandescence, et qu'ainsi le phénomène d'émission ne se compliquera pas d'une variation dans le pouvoir émissif aux différentes températures. En outre, le phénomène pourra être suivi jusqu'à des températures bien supérieures à celle de la fusion du platine. Du reste, la plupart des lampes à incandescence sont immédiatement disposées pour l'expérience, puisque le vide y a été fait avec le plus grand soin au moment de leur construction. La méthode employée consiste à évaluer le rayonnement total par le travail électrique dépensé dans la lampe et à déterminer, au spectrophotomètre, l'intensité d'une radiation par rapport à l'intensité de cette même radiation dans une source auxiliaire, supposée constante. Toutefois, la loi de Joule, qui lie le travail électrique dépensé à l'énergie rayonnée, n'ayant été vérifiée par Lenz que dans le cas où la température du conducteur s'élevait peu, j'ai cru bon, au préalable, de faire cette vérification sur le filament de charbon librement incandescent. Ces expériences, effectuées avec tout le soin possible au moyen du calorimètre de M. Berthelot, ont déjà été rapportées dans ce Journal ([1]).

Appareils de mesure.

1° *Mesures électriques.* — Le travail électrique dépensé dans la lampe est, à chaque instant, le produit de l'intensité du courant par la différence de potentiel existant aux bornes de la lampe.

L'intensité était donnée par un excellent galvanomètre de Weber, mis en dérivation connue sur le circuit principal, et qui avait été gradué à l'avance en unités absolues.

La différence de potentiel a été mesurée, dans la plus grande partie des déterminations, au moyen de l'électromètre de Thomson, sous la forme que lui a donnée M. Mascart, et j'ai profité de ce que, dans ces expériences, la sensibilité de cet appareil n'avait pas besoin d'être très considérable pour faire l'essai d'une mé-

([1]) *Journal de Physique,* 2ᵉ série, t. III, p. 195.

thode au moyen de laquelle on pût se mettre à l'abri des incorrections, souvent fort graves, qu'entraîne l'usage des piles de charge. On sait, en effet, que les piles à un liquide, fermées un instant sur elles-mêmes, se polarisent et que leur force électromotrice ne reprend sa valeur première qu'au bout d'un temps très long. De là des variations accidentelles de sensibilité de l'appareil dont on n'est pas averti lorsqu'on se borne, comme c'est l'ordinaire, à étalonner l'électromètre de jour en jour. Il faudrait donc, comme l'a fait M. Damien [1], s'astreindre à déterminer la constante de l'appareil à chaque mesure, au moyen d'un ou plusieurs étalons supposés constants. Je suis arrivé au même résultat de la façon suivante : Mettons en communication avec le sol la borne de la lampe qui est au potentiel le plus bas, et joignons l'autre borne à l'une des paires de secteurs, qui se trouve ainsi au potentiel inconnu x; le pôle négatif de la pile de charge étant au sol, joignons le pôle positif à l'autre paire de secteurs et à l'aiguille et soit P le potentiel de ces derniers. La déviation δ de l'aiguille est alors donnée par la relation

$$\sin\delta = \alpha^2(P - x)^2.$$

Mettons en communication avec le sol la première paire de secteurs et soit δ_0 la nouvelle déviation, on aura

$$\sin\delta_0 = \alpha^2 P^2,$$

d'où

$$\sqrt{\sin\delta_0} - \sqrt{\sin\delta} = \alpha x.$$

La constante α étant indépendante de la pile de charge, on voit que les valeurs de x seront données, à une constante près facile à déterminer, par l'expression $\sqrt{\sin\delta_0} - \sqrt{\sin\delta}$, quelle que soit la valeur de P, pourvu qu'elle ne varie pas dans l'intervalle des observations de δ_0 et δ. On s'en assurera par une observation croisée.

2° *Mesures photométriques.* — L'appareil employé est le spectrophotomètre à vision directe de M. Crova [2]. La source à étu-

---

[1] *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. VI, p. 289 ; 1885.

[2] *Description d'un spectrophotomètre* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 5e série, t. XXIX ; 1883).

dier est disposée dans la direction de l'axe de l'appareil et ses rayons tombent sur la moitié de la fente verticale du collimateur. L'autre moitié est recouverte d'un prisme à double réflexion totale qui renvoie dans l'axe du spectroscope les rayons de la source auxiliaire placée latéralement. Ceux-ci traversent d'ailleurs, avant de tomber sur le prisme, deux nicols à faces normales dont l'un, faisant fonction d'analyseur, est fixe, tandis que le polariseur est mobile et repéré sur un cercle vertical gradué. Les deux faisceaux forment donc, dans le plan focal de la lunette, deux spectres juxtaposés dans toute leur longueur. Une fente, à bords mobiles dans ce plan, limite les plages à comparer et peut être amenée dans toutes les régions du spectre par un déplacement angulaire de la lunette. Près de l'oculaire, celle-ci porte un vernier mobile sur un arc gradué, et la fente oculaire est amenée à comprendre la raie du sodium lorsque le zéro du vernier coïncide avec la division 10. En amenant alors par un déplacement de la lunette le milieu de la fente à coïncider avec les principales raies du spectre solaire, et notant les positions correspondantes du vernier oculaire, on aura gradué l'appareil en longueurs d'onde.

La source employée comme terme de comparaison est la lampe Carcel; elle est placée sur une balance photométrique de M. Deleuil dont le fléau bascule toutes les fois que la lampe a brûlé 5^{gr} d'huile. L'observation des temps θ, nécessaires à ces combustions successives de 5^{gr} d'huile, permet de corriger l'intensité lumineuse de cette source des petites variations qu'elle peut éprouver dans le cours d'une expérience.

Soit α la déviation du nicol mobile à partir de l'extinction, i l'intensité d'une radiation dans la source auxiliaire, la valeur du champ lumineux produit par cette radiation sur le plan de la fente collimatrice pourra être représentée par l'expression

$$ab \sin^2\alpha \times i,$$

où a désigne un coefficient indépendant de la longueur d'onde, par lequel il faut multiplier l'intensité du faisceau pour exprimer les modifications qu'il a éprouvées et les conditions de production du champ (surface de la source, distance de cette source à la fente, réflexions éprouvées sur le trajet, etc.) et b un coefficient analogue, mais fonction de la longueur d'onde et relatif, par exemple,

aux phénomènes d'absorption subis par le faisceau. Désignons par i', a', b' les quantités correspondantes pour la source à étudier; la valeur du champ produit par elle sur la fente sera $a'b'i'$.

Lorsque, par la variation de α, ces deux champs seront amenés à l'égalité, on aura

$$a'b'i' = abi \sin^2\alpha. \tag{1}$$

Or il est clair que cette égalité des champs entraînera l'égalité des deux plages lumineuses juxtaposées devant l'oculaire, quelle que soit d'ailleurs la relation qui existe entre la sensation physiologique et l'intensité mécanique de la radiation considérée, quelles que soient aussi les réductions éprouvées par l'un des faisceaux à l'intérieur de l'appareil, pourvu que l'autre faisceau se présente dans les mêmes conditions que le premier pour subir ces mêmes réductions.

Il résulte de l'égalité (1) deux conséquences :

1° Pour une même radiation, l'intensité variable i' sera mesurée par $\sin^2\alpha$, si l'on suppose que i est demeurée constante ou que, par l'observation de θ indiquée plus haut, on corrige la valeur de $\sin^2\alpha$ de ses variations.

2° Il sera possible, pour un état donné de la source à étudier, d'exprimer sa composition par rapport à celle de la lampe Carcel, en déterminant les valeurs de α qui amènent l'égalité dans les différentes régions du spectre. Mais, pour que les valeurs de i' ainsi obtenues soient rigoureusement proportionnelles à $i\sin^2\alpha$, il faut que les rapports $\frac{a}{a'}$, $\frac{b}{b'}$ restent constants lorsqu'on passe d'une radiation à l'autre. Le premier rapport étant, par définition, indépendant de la couleur, il suffit que l'on ait $\frac{b}{b'} = \text{const.}$ Supposons, par exemple, que les deux faisceaux traversent des épaisseurs e, e' d'un même milieu; les coefficients b et b' seront K^e, $K^{e'}$, K étant le coefficient de transmission correspondant à cette radiation. Si K_1 est le coefficient d'une autre radiation, il faudra que l'on ait

$$\frac{K^e}{K^{e'}} = \frac{K_1^e}{K_1^{e'}} = \ldots,$$

ou bien

$$K^{e-e'} = K_1^{e-e'} = \ldots,$$

ou enfin

$$(e - e')\log K = (e - e')\log K_1 = \ldots,$$

relation qui ne peut être vérifiée que par $e = e'$, puisque les valeurs de K sont supposées variables avec la couleur.

Ainsi, pour que les valeurs de $\sin^2\alpha$ représentent les intensités des différentes radiations dans la lumière considérée, en fonction des intensités de ces mêmes radiations dans la source type, il faut et il suffit que les épaisseurs des différents milieux traversés par les deux faisceaux soient égales entre elles deux à deux.

Résultats. — La première question à résoudre est la suivante : Pour une radiation donnée, quelle est la relation qui lie son intensité au rayonnement total? Le Tableau suivant donne les nombres d'une expérience.

Le courant est fourni par des accumulateurs Faure-Lellon-Volkmar, chargés à saturation; un rhéostat placé sur le circuit permet de faire varier son intensité. On établit l'égalité des plages par une rotation α du nicol, on lit la position du galvanomètre et la déviation δ à l'électromètre, puis on interrompt le courant. L'une des bornes de la lampe étant au sol, l'autre se trouve alors également au potentiel zéro : on lit le zéro du galvanomètre et la position δ_0 de l'électromètre. On note l'heure et l'on attend que la lampe Carcel se soulève; un petit marteau, porté par le fléau, bascule alors et frappe sur un timbre : on note l'heure correspondante et l'on remet la lampe sur ses supports en ajoutant 5^{gr} de son côté.

Lampe Swan.

Vernier oculaire à 7,57, $\lambda = 0^{\mu},686$ (raie B).

$a = 0,2511$, $b = 2,01$, $c = 2,12$.

	Galvanomètre.			Intensité du courant en ampères.	Différence de potentiel en volts.	Énergie en volts-ampères.
	Zéro.	Position.	Déviation.			
I.....	256,8	88,4	168,4	1,717	11,31	19,43
II....	257,0	90,6	166,4	1,697	11,18	18,98
III...	257,7	102,7	155,0	1,581	10,24	16,20
IV...	257,8	112,1	145,7	1,486	9,64	14,27
V....	257,7	122,2	135,5	1,382	8,92	12,33
VI...	257,8	132,0	125,8	1,283	8,25	10,59
VII...	257,7	142,2	115,5	1,178	7,56	8,90
VIII..	257,8	154,6	103,2	1,052	6,74	7,10

	Marche du carcel.	Heure de l'observ.	θ.	α.	Intensités lumineuses. Obs. : $2\frac{\sin^2\alpha}{\theta}\times 10^4$.	Calc.	Signe de la différence obs.-calc.
	h m s	h m		° ′			
I.....	4.21.30	4.29	409	54.30	107,9	107,7	+
II....	35. 8	38	409	51.30	99,8	100,5	—
III ...	48.46	48	409	40.50	69,6	69,7	—
IV....	5. 2.24	56	409	34.15	51,6	51,9	+
V....	16. 2	5. 1	409	27.50	35,4	35,5	—
VI ...	29.40	8	409	22.50	24,5	24,0	+
VII...		14	409	17.40	15,0	15,09	—
VIII..		24	409	12.45	7,99	7,93	+

Si l'on construit la courbe qui a pour abscisses les énergies et pour ordonnées les intensités lumineuses, on voit qu'elle s'approche de l'origine sans que l'expérience puisse indiquer si elle passe par ce point ou si l'ordonnée devient nulle pour une valeur de l'énergie différente de zéro.

Aux fortes énergies, la courbe s'élève constamment sans paraître s'approcher d'une direction asymptotique. J'ai donc été amené à essayer, pour représenter cette courbe, la forme parabolique

$$y = a(x-b)^c,$$

où b est l'énergie pour laquelle la radiation prend naissance dans le flux total. Les constantes a, b, c ont été calculées, au moyen de trois observations (x, y), (x', y'), (x'', y''), de la façon suivante :

$$(1)\qquad \begin{cases} y = a(x-b)^c, \\ y' = a(x'-b)^c, \\ y'' = a(x''-b)^c. \end{cases}$$

Supposons $x < x' < x''$:

$$(2)\qquad \begin{cases} \left(\frac{y'}{y}\right)^{\frac{1}{c}} = \frac{x-b}{x'-b} = \alpha, \\ \left(\frac{y}{y''}\right)^{\frac{1}{c}} = \frac{x-b}{x''-c} = \beta, \end{cases}$$

avec la relation

$$\frac{\log\beta}{\log\alpha} = \frac{\log\frac{y}{y''}}{\log\frac{y}{y'}} = \mu;$$

d'où

$$\beta = \alpha^{\mu}.$$

Des relations (2) on déduit

$$\frac{x-b}{x'-x} = \frac{\alpha}{1-\alpha}, \qquad \frac{x-b}{x''-x} = \frac{\beta}{1-\beta};$$

d'où

$$\frac{\alpha(1-\beta)}{\beta(1-\alpha)} = \frac{x''-x}{x'-x} = \rho,$$

avec la condition $\rho < 1$.

Enfin, éliminant β et supprimant la solution $\alpha = 0$ qui ne peut convenir, il vient

$$(\rho - 1)\alpha^{\mu} - \rho\alpha^{\mu-1} + 1 = 0.$$

Cette équation ne peut être résolue par rapport à α que pour des valeurs convenables de μ. En prenant (x, y), (x'', y'') aux deux extrémités de la courbe et en déterminant le point (x', y') par la relation $\mu = \frac{3}{2}$, ce dernier point sera suffisamment distant des deux premiers pour représenter avec eux la marche de la courbe. Or, dans ce cas, l'équation devient

$$(\rho - 1)\alpha^{\frac{3}{2}} - \rho\alpha^{\frac{1}{2}} + 1 = 0$$

et, en posant $z^2 = \alpha$,

$$(\rho - 1)z^2 - \rho z + 1 = 0.$$

Supprimant la solution $z = 1$ qui supposerait $y' = y$ et résolvant

$$z = \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{4}{\rho - 1}}}{2}.$$

Le signe — ne convient pas, puisqu'il donnerait $r^2 = a > 1$.

Quant à la valeur de y' qui satisfait à la relation $\mu = \frac{3}{2}$, elle sera donnée par la formule

$$\log y' = \tfrac{1}{3}(\log y + 2 \log y''),$$

et la valeur correspondante de x' sera déduite par la courbe.

C'est par cette méthode qu'ont été calculées les constantes a, b, c inscrites en tête du Tableau précédent, et, par suite, les valeurs de y portées dans la colonne des intensités lumineuses calculées. On voit que ces valeurs diffèrent assez peu de celles des intensités

observées pour qu'on soit en droit d'accepter comme représentant le phénomène dans toute l'étendue des observations la formule

$$y = a(x - b)^c.$$

Il importe maintenant de voir comment varient ces coefficients avec la longueur d'onde des radiations observées. Tout d'abord il est clair que les valeurs de a, dépendant absolument des conditions expérimentales dans lesquelles on se place, ne seront pas comparables entre elles pour des observations faites à des époques et dans des circonstances différentes. Leur comparaison résultera d'une étude spéciale sur laquelle je reviendrai plus loin.

Quant aux valeurs de b, elles n'ont de signification que pour un filament déterminé ou pour des filaments de même forme et de surfaces différentes, mais connues [1]. D'après l'idée que nous nous sommes faite de l'apparition successive des radiations, cette valeur de b devrait croître avec la réfrangibilité; or, s'il est vrai que, pour la lampe Swan précédemment étudiée, les valeurs extrêmes $b = 1,4$ pour $\lambda = 0^{\mu},709$ et $b = 2,3$ pour $\lambda = 0^{\mu},486$ manifestent bien nettement cet accroissement, il n'en est pas de même des valeurs intermédiaires qui semblent varier d'une façon désordonnée. Évidemment, il n'en est rien, et tout porte à croire que, puisque ces quantités ne sont pas nulles, elles suivent l'ordre des réfrangibilités, et qu'une recherche expérimentale dirigée dans ce sens mettrait en évidence leur succession régulière. Le but de ce travail étant surtout de déterminer l'élément qui, dans la formule précédente, caractérise plus spécialement la radiation, à savoir l'exposant c, j'ai dû sacrifier les observations aux basses énergies qui seraient les plus efficaces dans la détermination de b, afin de pouvoir étendre les mesures jusqu'aux énergies élevées où l'influence de c devient prédominante.

L'expérience montre, en effet, que la valeur de c augmente régulièrement avec la réfrangibilité, et que, pour une radiation déterminée, elle est indépendante de la lampe à incandescence qui a servi aux déterminations. C'est ce qui ressort du Tableau suivant

---

[1] La surface du filament Swan employé est de $0^{cmq},3280$.

où se trouvent rapportées les valeurs de c obtenues avec deux lampes, des types Maxim et Swan :

Longueur d'onde.	c.	$(c-1)\lambda^2$.
$0^\mu,709$ (près de A)....	2,03 (Swan)	0,517
700...............	2,08 (Maxim)	0,529
686 (raie B).......	2,12 (Swan)	0,527
685...............	2,30 »	0,524
595...............	2,48 »	0,524
589 (raie D).......	2,54 »	0,532
	2,56 (Maxim)	0,539
540...............	2,77 »	0,516
526 (raie E).......	2,87 (Swan)	0,517
486 (raie F).......	3,15 »	0,508
	3,20 (Maxim)	0,520

Si l'on cherche à déduire de ces nombres une relation entre c et λ, on voit que les fonctions $c\lambda$, $c\lambda^2$, $\lambda \log c$ vont les unes en croissant, les autres en décroissant d'une façon régulière, avec la réfrangibilité. La fonction $(c-1)\lambda^2$, au contraire, varie d'une façon irrégulière; et il semble qu'on puisse admettre pour cette fonction la valeur 0,522, de telle sorte que la valeur de c correspondant à une longueur d'onde λ serait donnée par la formule

$$c = 1 + \frac{\mu}{\lambda^2},$$

μ étant égal à 0,522 lorsque λ est exprimé en millièmes de millimètre.

C'est ici le moment de rappeler que M. E. Becquerel, opérant sur un fil de platine incandescent, a trouvé pour valeur de c correspondant à un verre rouge de longueur d'onde moyenne $0^\mu,670$, $c=3$. La formule précédente donnerait, dans ce cas, $c = 2,2$. Quelle que soit l'imperfection des verres colorés, au point de vue de la séparation des radiations, elle ne peut pas rendre compte de la divergence qui se produit ici. Ne peut-on pas en chercher la raison dans la différence de nature des corps incandescents, et n'est-il pas permis de penser qu'ici, comme dans les expériences de vérification de la loi de Stefan, le pouvoir émissif du platine pour les radiations rouges a été en augmentant avec la température,

tandis que le pouvoir émissif du filament de charbon est resté sensiblement constant?

Détermination de a. — Au point de vue de la constitution du flux rayonné, le coefficient a, variable avec la longueur d'onde, a une importance considérable; il marque, pour ainsi dire, la part d'énergie qui, dans un rayonnement total, est propre à chacune des radiations. Cette détermination pourrait être faite, au moyen d'une pile thermo-électrique très sensible, sur le spectre, supposé normal, de la lampe à incandescence elle-même; mais il est facile de voir que la connaissance de ce facteur a résultera de l'étude du spectre calorifique normal de la lampe Carcel ou de toute autre source lumineuse.

Concevons, en effet, que nous ayons déterminé l'énergie X pour laquelle la lampe à incandescence a *même teinte* que le carcel, et soient Y, Y', ... les intensités calorifiques relatives des diverses radiations dans cette dernière source; les valeurs A, A', ... de a seront données par les équations

$$Y = A(X - b)^c,$$
$$Y' = A'(X - b')^{c'},$$

où c est donné par $c = 1 + \frac{0,522}{\lambda^2}$ et b sensiblement par $b = \frac{1,12}{\lambda}$.

Cette valeur de X s'obtient au spectrophotomètre en modifiant l'intensité du courant dans la lampe à incandescence jusqu'à ce que l'égalité des plages se maintienne, dans toute l'étendue des spectres, pour la même valeur de α.

Il importe, toutefois, dans cette expérience, de faire en sorte, comme il a été dit précédemment, que les épaisseurs des milieux traversés par les deux faisceaux en dehors de l'appareil soient égales : aussi a-t-on pris soin de disposer entre la lampe à incandescence et le spectrophotomètre deux nicols identiques à ceux que traverse le faisceau venu de la lampe Carcel. L'expérience a donné alors pour valeur de X

$$X = 12,22.$$

En portant ce nombre dans les équations précédentes, on a ob-

tenu, pour les valeurs de $30\frac{A}{Y}$ relatives aux radiations expérimentées, les nombres suivants (1) :

λ......	$0^\mu,709$.	$0^\mu,686$.	$0^\mu,635$.	$0^\mu,595$.	$0^\mu,589$.	$0^\mu,526$.	$0^\mu,486$.
$30\frac{A}{Y}$..	0,2381	0,2182	0,1341	0,0943	0,0797	0,0395	0,0248

et la détermination de A se trouve ainsi ramenée à celle du spectre calorifique du carcel.

On peut aller plus loin et montrer que la question peut être résolue par la connaissance du spectre calorifique d'un corps solide incandescent quelconque, à condition qu'on ait déterminé, au préalable, sa température optique Θ, rapportée au carcel et aux longueurs d'onde $0^\mu,676$ et $0^\mu,523$, par exemple, suivant la définition donnée par M. Crova (2). Les constantes $\alpha = 30\frac{A}{Y}$, b et c calculées pour ces deux radiations ont les valeurs suivantes :

λ.	b.	c.	Log α.
$0^\mu,676$..........	1,65	2,14	$\bar{1},28562$
$0^\mu,523$..........	2,10	2,91	$\bar{2},55205$

On obtient, en effet, immédiatement, l'énergie ξ, pour laquelle la lampe aurait même teinte que la source considérée, par l'équation suivante :

$$\Theta \times \alpha_r(\xi - 1,65)^{2,14} = \alpha_v(\xi - 2,10)^{2,91}.$$

Cette valeur de ξ une fois déterminée, on voit que l'intensité de chaque radiation dans le filament, pour cet état d'incandescence, est

$$Y_1 = A_1(\xi - b)^c,$$

et que les valeurs de A_1 résulteront de la connaissance de Y_1, c'est-à-dire de l'étude calorifique de la source auxiliaire.

Il est à remarquer, toutefois, que les nombres obtenus dans les déterminations, n'auront de valeur que si la température optique de cette source auxiliaire n'est pas supérieure à celle qu'a atteinte

---

(1) Le coefficient 30 est introduit ici par la condition imposée aux courbes de passer par le point commun $x = 12,22$, $y = 30$.

(2) *Comptes rendus*, t. XC, p. 252.

le filament aux plus hautes énergies. Dans les expériences qui précèdent, on peut admettre, comme valeur maximum de cette énergie, $x = 20$, et, par suite, la température optique était

$$\Theta = \frac{\alpha_v(20 - 2,10)^{2,91}}{\alpha_r(20 - 1,65)^{2,14}} = 1,615,$$

c'est-à-dire une température voisine de celle de la lampe Drummond.

On peut, d'ailleurs, essayer de la calculer en degrés ordinaires, par la formule de M. Violle, citée au commencement,

$$r = m^{T} b^{T^2} a^{T},$$

laquelle se trouve reliée à la définition des degrés optiques par la relation suivante, facile à établir,

$$\Theta = 1,00189^{T'-T},$$

T étant la température de la lampe Carcel. En faisant ici $\Theta = 1,615$, on obtient

$$T' - T = 254°,$$

c'est-à-dire pour la température du filament environ 2250°C.

LA STRUCTURE DES CORPS CRISTALLISÉS DOUÉS DE POUVOIR ROTATOIRE;

PAR M. G. WYROUBOFF.

Après les mémorables travaux de Fresnel, la question de la polarisation rotatoire semblait complètement résolue. La décomposition du rayon rectiligne en deux circulaires de sens contraires interprétait si bien les phénomènes, que les physiciens finirent par croire à la réalité de l'hypothèse, et l'expérience des prismes de quartz fut considérée comme une démonstration sans réplique de cette réalité. Fresnel s'était pourtant bien gardé de faire une pareille confusion : « Je n'ai jamais regardé l'hypothèse dont je viens de parler, dit-il, comme une réalité, mais seulement comme une manière de représenter les faits » ; et plus loin il ajoute, en

parlant de l'accord entre les faits et les conséquences analytiques déduites de l'hypothèse : « Cet accord ne prouve pas la réalité de l'hypothèse, mais seulement que les résultats sont les mêmes que si la lumière éprouvait, dans chaque particule, les modifications dont je viens de parler (¹) ».

A vrai dire, il ne s'agit même pas là d'hypothèse dans le sens propre du mot, mais d'un simple artifice cinématique parfaitement légitime et dont on peut se servir pour calculer les phénomènes, quelle que soit la cause physique qui produit la polarisation rotatoire. Un mouvement rectiligne peut toujours être remplacé par deux mouvements circulaires égaux et de sens contraires; on est toujours en droit de supposer un retard dans l'un des composants lorsque le plan de polarisation a tourné d'un certain angle.

Seulement cette manière de concevoir les choses, qui ne tient aucun compte des phénomènes complexes qui concourent à la production du résultat ultime, notamment de la diffraction qui doit se manifester lorsque la surface d'émergence est inclinée sur l'axe, comme c'est le cas dans les prismes de Fresnel, est par cela même une abstraction et non la constatation d'une réalité. Il faut remarquer de plus, et ceci est le point capital, que cette abstraction est une *interprétation géométrique*, nullement une *explication physique* de la polarisation rotatoire.

Pourquoi le retard de l'un des circulaires ne se produit-il que dans quelques rares substances appartenant toutes aux trois premiers systèmes cristallins? A quelle propriété de la matière faut-il attribuer cette étrange faculté de décomposer un rayon rectiligne en deux rayons circulaires d'inégale vitesse? Telles sont les questions qui se présentent tout naturellement à l'esprit et qui doivent être résolues par toute théorie qui se proposerait d'*expliquer* la polarisation rotatoire.

On sait que M. Reusch, en croisant des lames de mica biaxe très minces à 60° ou à 45°, est parvenu à imiter tous les détails des phénomènes observés dans le quartz, et M. Sohncke a constaté par des mesures précises que les paquets de Reusch, lorsque les lames composantes étaient suffisamment minces, obéissaient très exactement

---

(¹) *Œuvres*, t. I, p. 736.

aux lois de la polarisation rotatoire. M. Mallard ([1]) a donné une théorie analytique complète de ce croisement de lames et a rattaché ainsi à une même cause un très grand nombre de phénomènes optiques qui semblaient n'avoir entre eux rien de commun et qu'on rangeait, sans les étudier, dans la catégorie des « anomalies ». Suivant cette théorie, tous les corps cristallisés doués du pouvoir rotatoire sont pseudo-symétriques et appartiennent à une symétrie inférieure à celle qu'ils manifestent; ils sont optiquement biaxes et composés de couches infiniment minces dont les sections principales font entre elles un angle de 60° ou un angle de 45°. Présentée ainsi, la conception de M. Mallard, quelque ingénieuse et vraisemblable qu'elle fût, se heurtait à deux objections très graves. Elle était condamnée à rester à l'état d'hypothèse, car aucun instrument optique ne nous eût jamais permis de reconnaître la biaxité de lames ainsi empilées; un cristal construit de cette façon nous eût toujours paru parfaitement uniaxe et absolument homogène dans toutes les directions. En second lieu, comment admettre que des lames d'épaisseurs identiques se superposent constamment avec cette régularité parfaite que la théorie exige, alors que tous les faits nous démontrent que les corps cristallisés se déforment avec la plus grande facilité sous l'influence des plus légers accidents de cristallisation? Il faudrait supposer que les corps doués du pouvoir rotatoire possèdent une stabilité tout à fait exceptionnelle et l'on serait fort embarrassé d'en trouver la raison.

L'examen attentif des 18 substances signalées comme douées du pouvoir rotatoire à l'état cristallisé m'a permis d'écarter ces deux objections et de constater que ce n'est pas la théorie de M. Mallard qui est en défaut, que ce sont les phénomènes eux-mêmes qui ont été insuffisamment observés. Le phénomène type de la polarisation rotatoire, tel qu'il est décrit dans les Traités de Physique, n'existe jamais dans le plus grand nombre de ces substances, et il est plus ou moins rare dans les autres. Ce qu'on trouve constamment, ce sont des croix qui se disloquent ou même des courbes bipolaires indiquant deux axes optiques dont l'angle

([1]) *Ann. des Mines*, 7ᵉ série, t. X, p. 119, et *Traité de Cristallographie physique*, t. II, p. 305.

d'ouverture dépasse souvent 30°; en lumière parallèle on constate la présence de rayons elliptiquement polarisés et l'on ne parvient à éteindre la plaque dans aucun azimut, alors même qu'on opère avec la lumière monochromatique.

Quant aux substances cubiques qui devraient être, suivant les idées admises, isotropes, elles sont toutes plus ou moins biréfringentes ou, tout au moins, peuvent le devenir dans certaines conditions de cristallisation.

Toutes ces substances, quelle que soit leur symétrie apparente, hexagonale, quadratique ou cubique, outre les particularités que je viens de signaler, présentent un autre phénomène extrêmement intéressant. Examinées en lumière polarisée, elles montrent toujours un certain nombre de plages régulièrement distribuées par rapport aux contours extérieurs du cristal et dans lesquelles les propriétés optiques sont variables. Il y a plus, chacune des plages est généralement composée d'un nombre plus ou moins considérable de bandes dont les maxima d'extinction font entre eux des angles extrêmement variables. C'est là le caractère propre de la maclification par pénétration, très différente de l'hémitropie, et qui s'observe dans toutes les substances qui possèdent une forme géométrique limite entre deux symétries différentes.

Or la forme propre aux corps cristallisés doués du pouvoir rotatoire doit précisément être une forme limite, puisqu'elle peut, par un changement d'orientation autour d'un axe, simuler une symétrie supérieure. De l'ensemble de ces faits on peut tirer tout de suite la conclusion que :

Les corps cristallisés doués du pouvoir rotatoire sont pseudosymétriques; qu'ils ne sont pas homogènes dans leur structure intime, et qu'ils sont formés par un empilement plus ou moins irrégulier de lames d'épaisseurs plus ou moins différentes.

La théorie proposée par M. Mallard se trouve être ainsi expérimentalement démontrée, et la polarisation rotatoire trouve son explication dans un phénomène physique naturel, absolument semblable à celui qu'on peut produire artificiellement en croisant de façons diverses des lames de mica.

Il y a pourtant ici une distinction à faire, et les substances douées

du pouvoir rotatoire doivent être rangées dans trois groupes que nous allons examiner succinctement.

I. En premier lieu, les substances nettement biaxes et dont les irrégularités optiques sont à ce point constantes qu'on ne trouve qu'avec peine des individus en partie homogènes. Elles sont au nombre de sept : les hyposulfates hydratés de plomb, de strontium et de calcium, le benzyle, le sulfate de strychnine, le diacétylphénol phtaléine et le carbonate de guanidine ; les quatre premières appartiennent à la symétrie hexagonale ; les trois dernières à la symétrie quadratique. Ici aucun doute n'est possible, puisque les lamelles biaxes dont elles sont composées s'individualisent en quelque sorte et qu'on en constate toujours directement la présence. Il est évident que pour toutes ces substances la mesure de l'angle de rotation est absolument illusoire, car dans un même individu chaque plage, on peut même dire chaque point de la lame, présente des propriétés optiques différentes ; aussi les variations dans les chiffres obtenus par divers observateurs dépassent-elles de beaucoup les erreurs d'observation. Cela se comprend du reste, puisque ces substances ne sont pas soumises aux lois de la polarisation rotatoire, tous les rayons qui les traversent se trouvant être à l'émergence elliptiquement polarisés.

II. En second lieu, les substances, au nombre de quatre, dans lesquelles un très grand nombre d'individus présentent le phénomène de la polarisation rotatoire parfaitement régulier. Ce sont : le quartz, les hyposulfates anhydres de potassium et de rubidium, le métaperiodate de sodium. Toutes ces substances ne sont cependant pas régulières au même degré. Ainsi le métaperiodate de sodium, cristallisé dans l'eau pure, présente trois plages facilement reconnaissables avec la lame sensible et une croix qui se disloque dans trois directions différentes ; l'hyposulfate de rubidium cristallisé à une température élevée, à 70° par exemple, présente deux plages et deux axes très nets L'hyposulfate de potassium seul apparaît toujours régulièrement uniaxe, quelle que soit la température de sa cristallisation et quelque déformés que soient en apparence ses cristaux. Malgré cette constance remarquable dans ses propriétés optiques et l'absence de toute anomalie,

il est très facile de déceler la structure complexe et la pseudo-symétrie de ce sel; il suffit d'y introduire quelques centièmes d'hyposulfate de thallium. L'hyposulfate de thallium est dimorphe, clinorhombique lorsqu'il est pur; il est orthorhombique lorsqu'il contient un peu de potasse, et cette seconde forme est extrêmement voisine de la forme hexagonale. En cristallisant les deux sels en proportions variables, on obtient toutes les transitions possibles entre la forme orthorhombique avec une extinction régulière et des axes optiques normaux, et la forme hexagonale à un axe optique du sel de potasse pur. On a ainsi la preuve de la pseudo-symétrie de l'hyposulfate de potassium et en même temps la forme de symétrie inférieure propre aux lamelles composantes.

Quant au quartz, il semble qu'on puisse difficilement le confondre avec les substances que je viens d'énumérer, tant il est classique dans l'étude de la polarisation rotatoire; étudié à tous les points de vue par les minéralogistes et les physiciens, sa forme et ses propriétés optiques n'ont jamais soulevé le moindre doute. Et pourtant qui ne connaît les anomalies décrites par Brewster, et plus tard par Haidinger, dans les améthystes, dans lesquelles on voit des plages distinctes avec des courbes bipolaires appartenant à des axes optiques plus ou moins écartés? Comment expliquer un pareil phénomène? Invoquera-t-on la présence de macles intérieures complexes? Mais aucune macle de corps uniaxes, aussi complexe qu'on la suppose, ne peut produire un corps optiquement biaxe. D'autre part, on le sait, M. Reusch a imité ces particularités observées dans l'améthyste en croisant, à 60°, des lames de mica d'épaisseurs différentes. Mais il n'y a pas que les améthystes qui présentent ces irrégularités absolument incompatibles avec la symétrie rhomboédrique : on les trouve très fréquemment dans des quartz de toutes espèces et de toutes provenances, et, si on ne les a pas signalées, c'est qu'on s'intéressait fort peu aux anomalies optiques et qu'on les mettait sur le compte de déformations dont on ne recherchait pas la nature. On peut dire qu'il n'existe pas de cristaux de quartz qui soient homogènes dans toutes leurs parties; ils renferment tous des portions dans lesquelles la croix noire se disloque plus ou moins. Il existe même des individus qui, taillés perpendiculairement à l'axe, présentent une série de bandes fortement biréfringentes et dont quelques-

unes s'éteignent assez bien à 60° les unes des autres, donnant en lumière convergente des courbes bipolaires s'ouvrant dans trois directions différentes ; dans de semblables cristaux toute polarisation rotatoire a disparu. Comment expliquer ces bizarres anomalies si l'on n'admet pas dans le quartz un empilement de lames appartenant à une symétrie inférieure à celle qu'indique son enveloppe cristalline ?

Je sais bien qu'il est difficile d'admettre, alors même que le phénomène serait rare et exceptionnel, que les molécules s'empilent les unes par rapport aux autres avec cette parfaite régularité que la théorie exige ; il semble que le moindre accident de cristallisation eût dû déranger cet équilibre dans l'orientation et faire apparaître les anomalies optiques. Cette objection s'adresse surtout au cas de l'hyposulfate de potasse infiniment plus régulier que le quartz dans ses propriétés optiques, de son isomorphe l'hyposulfate de rubidium et du métaperiodate de sodium. Mais les expériences démontrent justement qu'on fait apparaître le caractère biaxe de ces substances en modifiant la température de cristallisation du sel de rubidium ou en altérant la pureté du sel de potassium, ou enfin en dissolvant le métaperiodate dans un liquide neutre. Seul le quartz reste en dehors de nos moyens directs d'expérimentation ; mais nous observons que dans le quartz ce sont précisément les cristaux dans lesquels des matières étrangères se sont introduites qui présentent les anomalies les plus fréquentes et les plus considérables. Les quatre corps que j'ai réunis dans ce second groupe sont donc semblables à ceux du premier, à cela près que les lamelles qui les composent ont une tendance plus grande à s'empiler régulièrement ; il y a là une différence de *degré*, non une différence de *caractère*.

Il existe, d'ailleurs, un phénomène tout aussi curieux et qui est pourtant absolument certain. Lorsque l'on fait cristalliser ensemble deux substances isomorphes, on devrait toujours obtenir, semble-t-il, des cristaux de composition hétérogène, puisque la différence de solubilité fait varier à chaque instant le rapport entre les quantités disponibles de chacun des deux corps. C'est, en effet, ce que l'on observe le plus souvent ; en examinant à de forts grossissements des plaques extraites de cristaux appartenant à des mélanges isomorphes, on voit que l'écartement des axes optiques y est va-

riable d'un point à un autre, et surtout d'une tranche à une autre d'un même cristal. Il n'en est pas moins vrai que l'on obtient, dans certaines conditions, des individus absolument homogènes, comme M. Dufet l'a constaté, et comme je m'en suis assuré moi-même. Ici l'équilibre parfait est encore bien plus extraordinaire, car il s'agit de molécules dont le poids et le volume sont différents.

III. Je réunis dans un groupe à part les quatre substances cubiques, parce que la polarisation rotatoire paraît, à première vue, beaucoup plus difficile à expliquer par un croisement de lames biréfringentes dans des corps qui sont isotropes dans toutes les directions. Mais, d'abord, trois de ces substances, l'acétate urano-sodique, le sulfo-antimoniate de sodium et le bromate de sodium sont nettement biréfringentes et ont une structure intérieure complexe, comme toutes les substances pseudo-cubiques; dans le bromate, la biréfringence peut même être augmentée à volonté en abaissant la température de cristallisation. Dans le chlorate de soude, qui est ordinairement homogène et monoréfringent, on voit apparaître, lorsqu'on cristallise vers 0°, la biréfringence et des plages en tous points semblables à celles qu'on observe dans le bromate. D'autre part, M. Mallard a montré que le bromate et le chlorate de soude étaient dimorphes, que leur seconde forme, plus instable dans le second que dans le premier, était très fortement biréfringente et qu'elle se transformait en la forme isotrope sans aucun changement dans le contour extérieur du cristal.

Il en résulte que dans ces substances des molécules biréfringentes peuvent se disposer suivant des réseaux différents et que chaque individu présente un mélange en proportions diverses de ces deux orientations. De plus, comme les phénomènes optiques qu'on y observe supposent nécessairement une gauche et une droite, le réseau appartient à une forme cubique hémiédrique.

Ceci revient évidemment à se représenter un cristal de chlorate de soude doué du pouvoir rotatoire, comme formé de huit individus rhomboédriques disposés suivant les huit demi-axes ternaires du cube, et formés eux-mêmes par le croisement à 60° de lamelles biaxes appartenant à une forme orthorhombique semblable à celle du nitre, ou clinorhombique semblable à celle du chlorate de po-

tasse. Ce n'est pas là d'ailleurs une vue de l'esprit, ce n'est que la généralisation d'un fait que le bromate de soude nous permet d'observer facilement. Ses cristaux, qui sont tous biréfringents et qui, je l'ai dit plus haut, le sont d'autant plus qu'ils ont été obtenus à des températures plus basses, deviennent rapidement isotropes, tout en gardant leur pouvoir rotatoire, lorsqu'ils sont légèrement chauffés ou tout simplement conservés pendant quelque temps à l'air libre; les molécules cristallines sont évidemment restées les mêmes, leur orientation seule a changé. Cela est si vrai, qu'un mouvement moléculaire inverse peut se produire, le corps peut perdre son pouvoir rotatoire et conserver sa biréfringence, — c'est le cas de l'acétate uranosodique.

La régularité des phénomènes optiques que l'on constate habituellement dans le chlorate de soude, et qui n'est pas plus grande que celle qu'on observe dans l'hyposulfate de potasse, par exemple, ne présente rien d'extraordinaire; elle est un cas particulier d'une structure essentiellement variable, grâce aux mouvements moléculaires considérables qui peuvent se produire dans l'intérieur d'un polyèdre cristallin.

IV. Je place enfin dans un dernier groupe les trois substances que je n'ai pu étudier suffisamment, le cinabre, le matico-camphre, le sulfate d'éthylène diamine et l'alun d'amylamine dans lequel je n'ai pu constater aucune espèce de polarisation rotatoire.

L'étude des anomalies optiques que présentent les corps doués de pouvoir rotatoire vient ainsi à l'appui de la théorie proposée par M. Mallard, mais il est un autre point qui doit être élucidé pour que cette théorie puisse être considérée comme expérimentalement démontrée. Puisque ces corps sont pseudo-symétriques, qu'ils sont formés par l'empilement de lamelles appartenant à une symétrie inférieure, il faudrait pouvoir déterminer dans chaque cas particulier la forme primitive propre à la symétrie vraie de ces lamelles. C'est là un problème fort délicat et qu'on ne parvient pas à résoudre sans difficulté; il faut dire pourtant que, chaque fois qu'il a été possible d'examiner des corps isomorphes ou d'opérer dans des conditions variées la cristallisation, je suis arrivé à définir les éléments cristallographiques de la forme réelle du réseau. C'est ainsi que j'ai trouvé pour le sulfate de strychnine et pour les

trois hyposulfates hydratés une forme clinorhombique, pour les deux hyposulfates anhydres une forme orthorhombique.

De l'ensemble de ces recherches, dont on trouvera les détails dans un Mémoire qui paraîtra prochainement dans les *Annales de Chimie et de Physique* (¹), il résulte :

1° Que la polarisation rotatoire est le résultat d'une structure cristalline très complexe, et qu'elle ne se rencontre que fort rarement à l'état régulier, les rayons elliptiques remplaçant la plupart du temps les rayons circulaires ;

2° Que tous les corps doués de pouvoir rotatoire sont pseudo-symétriques et appartiennent à des formes limites pseudo-ternaires ou pseudo-quaternaires ; ils possèdent tous en effet le caractère propre aux formes limites : la tendance à former des macles par pénétration qui se manifestent dans la lumière polarisée par des plages inégalement éteintes ;

3° Que la polarisation rotatoire ne dépend ni de la composition chimique ni de la forme de la molécule, mais de la structure cristalline, qui dépend à son tour des conditions de cristallisation ; mais le *pouvoir* rotatoire est spécifique de chaque substance, puisque pour chacune d'elles l'angle de rotation, qui est proportionnel à l'épaisseur, est constant ; cela est d'ailleurs prévu par la théorie, l'angle de rotation étant fonction de l'épaisseur du paquet, par conséquent de l'épaisseur de chacune des lames ;

4° Que, dans l'immense majorité des cas, la mesure de l'angle de rotation dans les diverses substances est absolument illusoire, puisqu'on a affaire non à un rayon circulaire, mais à une infinité de rayons elliptiques ne s'éteignant qu'imparfaitement, même en lumière monochromatique ;

5° Que le rapport constant et nécessaire entre le pouvoir rotatoire et l'existence de facettes hémiédriques n'est nullement démontré. Sur les dix-huit substances actuellement connues, il n'y en a que quatre dans lesquelles des facettes hémiédriques ont été constatées d'une façon certaine. On connaît, d'autre part, des sub-

---

(¹) *Recherche sur la structure des corps cristallisés doués de pouvoir rotatoire.* Thèse de la Faculté de Paris, 1886.

stances cubiques (les nitrates de plomb et de baryte) qui possèdent une hémiédrie tout à fait semblable à celle du chlorate de soude et qui ne sont pas douées de pouvoir rotatoire.

MÉTHODES PRATIQUES POUR L'EXÉCUTION DES OBJECTIFS DESTINÉS AUX INSTRUMENTS DE PRÉCISION;

PAR M. LÉON LAURENT.

Mes objectifs sont exécutés au moyen de méthodes pratiques, que je vais exposer et qui permettent d'arriver pas à pas et sûrement à la limite *possible*. M. Cornu a bien voulu en calculer les courbes, après avoir mesuré les indices du crown et du flint; les surfaces ont été réussies d'emblée et je n'ai pas eu à y retoucher.

Il n'est question ici que des objectifs pour spectroscopes, télémètres, goniomètres, etc., dans lesquels il est nécessaire d'obtenir des pointés très précis ou des dédoublements de lignes très rapprochées et non des grands objectifs astronomiques.

Il ne faut pas non plus songer à *retoucher* les surfaces, elles n'ont pas assez d'étendue et il faut opérer relativement vite; si la surface n'est pas reconnue suffisamment bonne, on la refait en entier.

Pour exécuter un objectif, le crown et le flint étant choisis et les courbures calculées, les conditions *principales* à remplir sont de faire des surfaces *sphériques* et bien *centrées*. L'objectif terminé, on l'essaye et l'on constate qu'il est bon ou mauvais; dans ce dernier cas, on est très embarrassé pour savoir où est le défaut et, par suite, comment y remédier; dépend-il des surfaces (il y en a quatre), de leur centrage ou de la matière?

J'ai cherché à distinguer ces différents cas.

Le crown et le flint sont examinés d'abord comme *matière:* on polit des facettes, on recherche s'il y a des fils, des points, on constate la trempe : il y en a toujours, mais malheureusement on n'a pas de règle précise pour savoir quand il faut les rejeter.

Surfaces. — La matière étant choisie, je considère les sur-

faces : c'est le point principal ; or, dans les ateliers, on ignore ce qu'elles sont ; on n'a rien pour les contrôler. Elles n'ont pas toujours le *rayon* que l'on pense. On sait, par expérience, que les bords sont *rabattus :* ils le sont toujours et plus ou moins, suivant la main de l'ouvrier ; quelques praticiens, pour éviter ce défaut, tombent dans un autre qui consiste à creuser le centre, et l'on a souvent ces deux défauts réunis, la surface n'est pas sphérique ; le sphéromètre, peu employé pour ces petits objectifs, est d'ailleurs insuffisant.

La méthode des *anneaux colorés* de M. Fizeau m'ayant donné de très bons résultats dans l'exploration des surfaces planes ([1]), j'ai cherché à l'étendre aux surfaces *courbes*, mais ici les difficultés sont encore plus grandes, à cause de la densité des courbes.

J'ai disposé l'appareil (*fig.* 1).

Soit, comme exemple, la surface d'un crown C à contrôler et je suppose que l'on possède un type T concave ; on place le crown sur le type T. Si les rayons d'interférence réfléchis par les deux surfaces en contact, T et C, ont leur foyer dans les environs de O, où l'on place l'œil, on verra les anneaux directement, mais le plus souvent il n'en est pas ainsi ; si le foyer est plus bas que O, on interposera une lentille divergente I, et, s'il est plus haut, une lentille convergente. On peut employer des lentilles courantes, non achromatiques ; on a aussi une certaine latitude pour leurs foyers, car on peut faire varier la place de cette lentille et celle de la surface à examiner.

Quand on s'est familiarisé avec l'usage des *anneaux colorés,* on se rend compte d'un coup d'œil de la valeur d'une surface, comparée à un type connu. Suivant le nombre des anneaux révélant une forme plus concave ou plus convexe, leurs écartements, on voit si la surface est de *révolution,* comment varie le rayon de courbure du centre aux bords, c'est-à-dire si le centre est *creusé,* les bords *rabattus,* etc. En pressant légèrement les surfaces, on obtient à volonté des anneaux ou des *franges ;* ces dernières montrent le profil (très agrandi dans le sens des ordonnées) de la

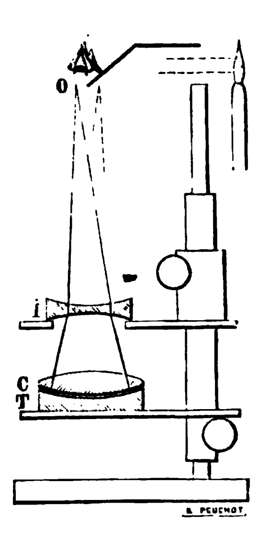
---

([1]) Voir *Journal de Physique,* 2e série, t. II, p. 411 ; 1883.

coupe de la surface; ces indications sont précieuses et complètent celles données par les anneaux.

Types. — On ne peut faire pour chacun d'eux les sacrifices que l'on fait pour un plan type unique; dans ce cas, il suffit de travailler une fois trois surfaces, tandis que pour *chaque* type de courbe il faudrait travailler quatre surfaces et les comparer deux à deux, ce qui entraînerait beaucoup trop loin, mais avec des précautions on peut arriver à un bon résultat. On travaille deux sur-


Fig. 1.



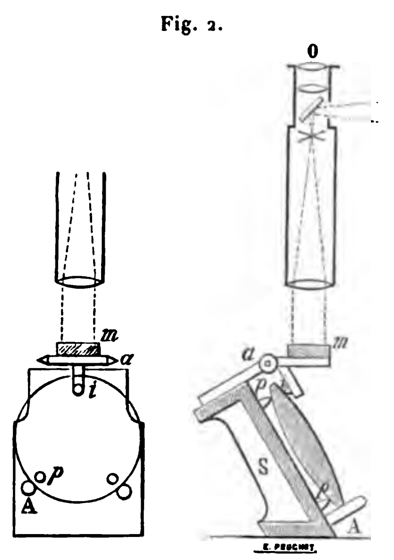
faces (une concave et une convexe), on les polit très peu, juste assez pour voir les anneaux; de cette façon les surfaces sont déformées le moins possible et on les examine sur l'appareil (*fig*. 1); on n'est pas loin de la vérité en affectant à chacune la moitié des déformations constatées, il suffit qu'elles soient très faibles; or on peut répondre d'une surface à un anneau près, soit un tiers de micron; c'est une limite, car une légère différence de température suffit pour faire apparaître ou disparaître un anneau.

On peut simplifier en prenant pour l'une des deux surfaces une de celles de l'objectif lui-même et en faisant le type un peu plus grand de diamètre pour éliminer l'influence de ses bords. Les dif-

férences entre les surfaces exécutées et celles géométriques ne dépassent pas un anneau.

Centrage des surfaces. — Une des surfaces du crown ou du flint est polie et reconnue bonne, l'autre est *préparée;* il s'agit de voir si elle est bien centrée et si on peut la polir. Cette condition sera remplie si les bords sont rigoureusement de même épaisseur, le verre étant d'ailleurs débordé rond. Pour la vérifier, j'ai imaginé la disposition (*fig.* 2) qui peut s'appliquer à un grand nombre de cas.

Fig. 2.



Un support incliné, S, porte trois pointes : l'une est fixe et les deux autres sont mobiles, suivant le diamètre des verres; le verre est posé sur ces pointes et s'appuie sur deux arrêts inférieurs A qui lui donnent une position bien déterminée; à la partie supérieure, une équerre, mobile autour de l'axe a, porte deux bras : l'un s'appuie sur le verre par une pointe en ivoire i, l'autre porte un miroir m. Si l'on fait tourner le verre sur lui-même et s'il n'est pas d'égale épaisseur, l'équerre oscillera. Ce petit appareil est placé sous une lunette à *autocollimation,* semblable à celles que j'emploie dans mes appareils à contrôler les surfaces planes. Les fils de la lunette (*fig.* 2) sont éclairés sur le côté; leur image,

après réflexion sur le miroir *m*, vient se former sur eux-mêmes; les mouvements très amplifiés du miroir ont pour effet de déplacer cette image et, par suite, d'indiquer les différences d'épaisseur; c'est un *comparateur optique* dont le petit levier seul est matériel, le grand est égal au foyer de l'objectif de la lunette; l'*amplification* est doublée par la réflexion et multipliée par le grossissement de l'oculaire, égal ici à environ huit cents fois, ce qui est plus que suffisant.

Une ovalité dans le débordage n'aurait aucune influence sur la *détermination* des épaisseurs, si l'on a soin de placer les arrêts A à 45°. En faisant tourner le verre, on déplacerait son centre; au moyen d'une épure on verrait que le lieu géométrique du déplacement se confond avec un arc de cercle tracé du point *i* comme centre, de sorte que l'on mesure toujours les épaisseurs à une même distance du centre du verre.

Essais des objectifs. — Ici encore, il y a un choix à faire parmi les divers procédés en usage; généralement on vise une affiche ou une mire placée à une certaine distance; un moyen meilleur consiste à viser des objets se détachant sur le ciel, tels que des tuyaux de cheminée, mais ces procédés ne sont pas toujours facilement applicables.

Le plus *commode* et le plus *précis* est l'emploi de mon *focomètre* (1). On peut opérer dans un espace très restreint; on essaye l'objectif *sans monture* et non biseauté par tous les temps; on apprécie de très faibles différences de foyers, ce qui permet d'explorer l'objectif dans différentes zones concentriques : le centre, les bords, etc., au moyen de diaphragmes; les défauts sont *doublés,* ce qui les rend très apparents; on peut éclairer avec des lumières diversement colorées et juger de l'achromatisme; l'emploi du quadrillé éclairé, sur fond noir, révèle facilement l'astigmatisme, etc.

A première vue, l'objectif est déjà presque complètement *jugé;* ensuite on fait usage des diaphragmes. Si l'on veut pousser plus loin et apprécier son degré de *pénétration,* on remplacera l'ocu-

(1) Voir *Journal de Physique,* 2e série, t. IV, p. 361; 1885.

laire par un microscope et le quadrillé par des divisions fines connues.

Parmi une série d'objectifs exécutés et essayés au moyen de ces méthodes, les uns étaient très bons et les autres présentaient de l'astigmatisme; or les surfaces sont reconnues bien sphériques, le centrage est plus que suffisant, le défaut ne peut donc provenir que de la matière : non-homogénéité du verre, trempe irrégulière, et il faut, sans hésiter, rejeter le crown ou le flint reconnu mauvais pour ce but spécial, ou classer l'objectif dans un deuxième choix; ces défauts (relativement légers) ne pouvaient se constater d'*avance* et le moins bon de ces objectifs astigmatiques donne de bonnes images en visant une affiche ou une cheminée.

Avec les moyens ordinaires, on referait quelques surfaces un peu au hasard et sans obtenir d'améliorations; au contraire, peut-être.

J'ai tenu à vérifier si j'étais près de la *limite* assignée par Foucault pour le *dédoublement* des images des objectifs. J'ai alors remplacé l'oculaire du focomètre par un microscope grossissant trente fois et le quadrillé par des divisions au diamant sur verre. Les traits étant espacés de $0^{mm},01$, un objectif de 70^{mm} de diamètre et de 735^{mm} de foyer donne une image *réfléchie* très nette, et l'on voit qu'on peut aller plus loin; cela équivaut à un dédoublement de $2''$ environ; or la limite serait $1'',8$ (on remarquera que l'objectif travaille ici deux fois).

Pour vérifier un objectif d'une provenance quelconque, on ne pourra contrôler les surfaces par la méthode des anneaux colorés, car les types correspondant à ses propres courbes n'existent pas, et pour les faire il faudrait avoir les outils mêmes qui ont servi à travailler cet objectif; on pourra avoir recours alors au *focomètre*.

On essayera d'abord l'objectif complet à la lumière ordinaire et au moyen des diaphragmes, puis on pourra essayer le crown et le flint séparément, avec la lumière monochromatique. Le crown sera posé sur le plan du focomètre comme à l'ordinaire, et le flint sur un miroir *concave* dont le rayon de courbure sera un peu plus petit que le foyer du flint. On peut aussi essayer directement la surface *concave* du flint agissant comme miroir concave.

MM. Cornu, Mascart et Wolf ont eu l'extrême obligeance de me confier quelques objectifs d'instruments appartenant à nos pre-

miers établissements scientifiques, et de faire la comparaison avec moi. Quelques-uns ont été reconnus de suite franchement mauvais et d'autres bons; dans ceux-ci la différence de netteté, en passant du centre aux bords, a été un peu plus grande que dans mes objectifs.

SACCHARIMÈTRE A FRANGES ET A LUMIÈRE BLANCHE;

PAR MM. TH. ET A. DUBOSCQ.

Tout saccharimètre optique est composé d'un *polariseur* et d'un *analyseur*, mis à l'extinction (c'est-à-dire dont les sections principales sont croisées à angle droit), et d'un *polariscope* rotatoire utilisant l'observation d'un phénomène particulier au polariscope que l'on a choisi.

Dans notre appareil nous avons fait usage du polariscope de Senarmont, dont nous avons modifié les angles pour lui donner une très grande sensibilité. Il est formé de deux systèmes égaux et inverses, composés chacun de deux prismes en quartz taillés perpendiculairement à l'axe et de rotation contraire. Ainsi constitué, ce polariscope étant placé entre deux nicols à l'extinction, on observe deux *franges noires et droites* situées exactement dans le prolongement l'une de l'autre (*fig.* 1). Ces franges se forment au point où les épaisseurs de quartz droit et gauche sont égales; la rotation du plan de polarisation est alors nulle.

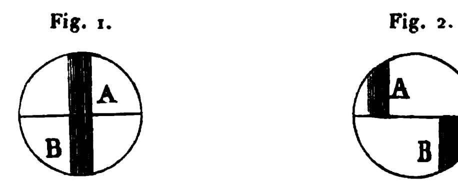


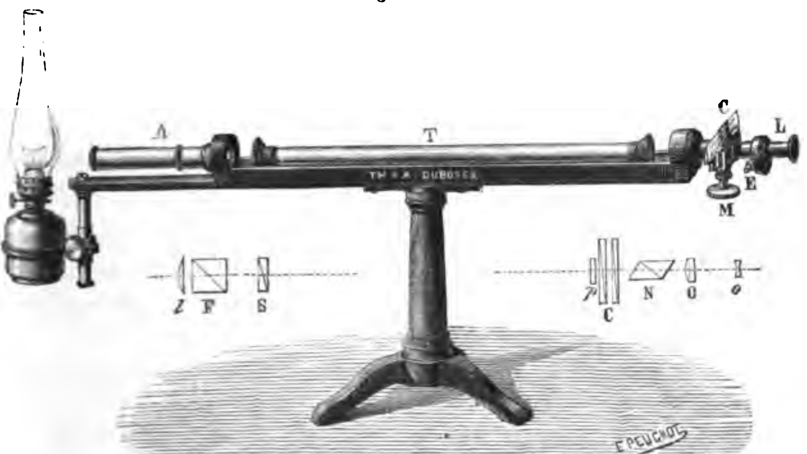
Fig. 1. Fig. 2.

Si l'on introduit une substance douée d'un pouvoir rotatoire (droit par exemple), les franges seront déplacées en sens inverse l'une de l'autre (*fig* .2). Pour les ramener en ligne droite, il faudra ajouter une quantité de quartz gauche équilibrant le pouvoir rotatoire droit de la substance interposée. Ce résultat sera obtenu par

le jeu des lames prismatiques d'un compensateur en quartz, et le nombre de divisions que le compensateur aura parcourues pour ramener les franges exactement en ligne droite permettra de déterminer la proportion de sucre contenu dans la liqueur analysée.

Description de l'appareil. — La partie optique est composée de la façon suivante (*fig.* 3) :

Fig. 3.



l, lentille servant à éclairer uniformément tout le champ du polariscope ;
F, polariseur Foucault ;
S, polariscope Senarmont.

Ces trois pièces sont contenues dans la monture A.

T, tube contenant le liquide à analyser ;
C, compensateur à lames prismatiques en quartz gauche ;
p, lames à faces parallèles en quartz droit équilibrant au point zéro la somme des épaisseurs des lames prismatiques en quartz gauche ;
N, nicol analyseur ;
O, *o*, objectif et oculaire de la lunette de Galilée L ;

M, bouton faisant mouvoir les lames du compensateur et par suite l'échelle divisée;
E, vis de réglage à tête carrée pour le rappel au zéro.

Réglage. — Cet appareil permet d'employer la lumière blanche : les rayons lumineux sont alors fournis par une simple lampe à pétrole à mèche plate.

On commence par placer la lampe sur son support fixé à l'extrémité de l'appareil et à la régler en tous sens, de façon que la flamme vue sur la tranche, et non pas sur la partie large, soit rigoureusement dans le prolongement de l'axe optique de l'instrument; les franges apparaissent alors avec beaucoup de finesse et de netteté.

Le placement de la lampe doit être fait avec beaucoup de soin, sans quoi les franges paraissent larges, irrégulières, troubles et les parties brillantes formant le champ de vision sont inégalement éclairées. Afin d'éviter des tâtonnements ennuyeux, nous traçons sur la lampe et sur son support des traits de repère qui permettront d'effectuer ce réglage très rapidement.

On met ensuite la *lunette au point*, en tirant la bague molletée portant l'oculaire *o* de la lunette L, de façon à voir bien nettement la ligne de séparation des deux demi-disques AB (*fig.* 1) contenant les franges.

Au moyen du bouton M, on amène le zéro du vernier en coïncidence avec le zéro de l'échelle divisée; on reporte l'œil à la lunette pour voir si les franges sont exactement en ligne droite comme à la *fig.* 1. Si, au contraire, les franges sont déplacées d'une quantité aussi faible qu'elle soit, on les ramènera exactement en ligne droite en tournant l'analyseur à l'aide de la vis E placée sur le côté du tambour auquel est attachée la lunette.

Ce réglage peut être fait sans tube sur l'appareil ou avec un tube contenant seulement de l'eau pure.

Mesure. — L'appareil ainsi réglé au zéro et les franges mises bout à bout (*fig.* 1), si l'on place un tube contenant une solution sucrée, les franges sont déplacées (*fig.* 2); il suffit alors de faire marcher le *compensateur* à l'aide du bouton M jusqu'à ce que les franges soient de nouveau en ligne droite : puis on lit sur l'échelle

le nombre de degrés parcourus. Notre saccharimètre porte *deux divisions :* celle du dessous (commune à tous les saccharimètres) correspond au centième de millimètre d'épaisseur de quartz ; celle du dessus indique le nombre de grammes de sucre contenu dans 100^{cc} de solution, en sorte que le point 100 de la division inférieure correspond pour la division supérieure à $16^{gr},20$, poids normal indiqué par MM. A. Girard et V. de Luynes.

Les sirops trop colorés doivent être décolorés par l'addition de $\frac{1}{10}$ en volume de sous-acétate de plomb liquide ; dans ce cas on ajoute $\frac{1}{10}$ au nombre trouvé sur l'échelle.

Remarque. — On sait que la *trempe* ou la *compression* des galets de verre qui ferment les tubes dans lesquels on introduit les liquides à analyser est souvent une cause d'erreur dans les observations de saccharimétrie optique.

Dans notre appareil cette erreur ne se produit pas, et il est facile d'en faire l'examen de la façon suivante : l'appareil étant réglé au zéro, on prend un tube vide dont on comprime les galets, on place ce tube sur l'appareil : on voit alors que les franges sont élargies et ont perdu toute netteté ; mais, en tournant le tube sur lui-même, on trouve toujours une position suivant laquelle les franges reprennent leur finesse et leur netteté ; on observe alors que le zéro optique n'a pas varié, c'est-à-dire que les franges sont exactement en ligne droite comme primitivement.

Toutefois, cette compression ne doit pas aller jusqu'à déformation notable des surfaces, car, en ce cas, il n'y a plus de netteté possible, les franges se courbent, et le galet doit être rejeté.

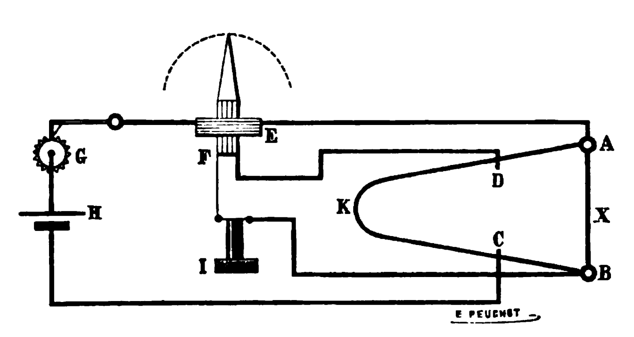
Si le tube est plein de liquide sucré, il faudra, par conséquent, le tourner sur lui-même et choisir la position où les franges sont nettes en cas de trempe ou de compression des galets.

INFLUENCE DE LA NATURE ET DE LA FORME DES CONDUCTEURS SUR LA SELF-INDUCTION D'UN COURANT ÉLECTRIQUE;

PAR M. J. VOISENAT.

M. Hughes, en prenant possession du fauteuil présidentiel de la *Société des Ingénieurs des Télégraphes et Électriciens* de Londres, a exposé le résultat d'expériences qu'il a entreprises sur la self-induction. Cette Communication a donné lieu à une importante discussion dont nous allons résumer les principaux points.

L'auteur s'est proposé de rechercher comment varie la self-induction avec la nature et la forme des conducteurs. Il emploie, à cet effet, un appareil qu'il nomme *pont d'induction* et qui est une combinaison de sa balance avec le pont de Wheatstone.



Un fil de maillechort ADCB, de 2^m de longueur et de $0^{mm},25$ de diamètre, forme à la fois les deux branches de proportion et le rhéostat du pont. Le fil à essayer est en AB. Dans les diverses expériences, sa longueur a varié de 10^{cm} à 500^{cm}. Entre le point A et C se trouve une dérivation contenant la bobine primaire E d'un sonomètre, une pile G et une roue interruptrice H; ce rhéotome peut donner de 10 contacts à 100 contacts par seconde. Entre D et B se trouve une deuxième dérivation contenant un téléphone I et la bobine secondaire F du sonomètre. Les contacts C et D sont mobiles.

Rappelons que le sonomètre consiste en deux bobines : l'une horizontale F est fixe; l'autre E est mobile autour d'un axe horizontal perpendiculaire au plan de la première. Un index parcou-

rant un arc divisé permet d'évaluer l'inclinaison qu'on fait prendre à la bobine mobile par rapport à la verticale. Si l'appareil est bien construit, lorsque les cadres sont rectangulaires les circuits sont sans action l'un sur l'autre. Lorsque l'angle d'écart avec la verticale croît, le coefficient d'induction mutuelle augmente. M. Hughes admet que le premier est proportionnel au second.

L'appareil comprenait, en outre, une clef d'inversion qui n'est pas représentée sur la figure et qui permettait de placer la roue interruptrice, soit dans le circuit du téléphone, soit dans celui de la pile.

Avec la première disposition on peut mesurer la résistance X par la méthode du pont de Wheatstone dont elle ne diffère que par la substitution du téléphone au galvanomètre. Avec la seconde, M. Hughes pensait mesurer la self-induction par une méthode de réduction à zéro. En effet, après avoir déplacé les contacts mobiles jusqu'à équilibrer la résistance dans la première installation et obtenu ainsi le silence au téléphone, il cherchait à obtenir le même résultat avec le second dispositif en faisant varier l'inclinaison du sonomètre. On voit facilement, sur la figure, qu'on peut opposer un courant induit dans la bobine secondaire à la portion de courant provenant de la self-induction des circuits du pont, qui tend à traverser le téléphone. Or M. Hughes a admis que, lorsqu'il conservait le même fil de maillechort ADCB et qu'il faisait varier le fil X, la force électromotrice d'induction provenant de ce dernier était mesurée par l'angle d'écart de son sonomètre.

Partant de là, il a été conduit à interpréter ses expériences de la manière suivante :

1° *La résistance des divers conducteurs n'est pas la même pendant le régime variable et pendant le régime permanent*, c'est-à-dire qu'ayant équilibré une certaine résistance X par le premier dispositif, il lui était impossible d'obtenir le silence au téléphone par le second en équilibrant seulement l'inducteur au moyen du sonomètre, tandis qu'il y arrivait en faisant varier simultanément le sonomètre et le fil du rhéostat.

2° *La durée et la force des extra-courants dépendent de la nature du métal employé comme conducteur de son état moléculaire et de sa forme.*

La durée la plus considérable s'obtient avec le fer doux ([1]). La force croît proportionnellement à la longueur ([2]), mais varie avec le diamètre d'une manière moins simple; elle croît jusqu'à une certaine section et décroît ensuite. Cette section maxima n'est pas la même pour tous les métaux.

3° *La self-induction ne subit pas les mêmes variations dans tous les métaux lorsque l'on change la forme du circuit.* Ainsi, si l'on considère d'abord deux fils de même longueur, l'un en fer, l'autre en cuivre, ayant chacun la forme d'une circonférence de 2^m de tour, on trouve que la force électromotrice d'induction du fer est six fois plus considérable que celle du cuivre. Si l'on forme avec les mêmes inducteurs des circuits rectilignes tels que le fil de retour soit parallèle et très voisin du fil d'aller, on trouve que la force électromotrice diminue de 15 pour 100 dans le fer et de 80 pour 100 dans le cuivre. Si, au contraire, on enroule les mêmes fils en spirale de manière à avoir des bobines de 12 tours chacune, on voit que l'induction dans le fer n'a augmenté que de 57 pour 100, tandis qu'elle a crû de 404 pour 100 dans le cuivre.

4° *La forme de la section qui donne la plus grande force électromotrice de self-induction est celle dans laquelle tous les points sont le plus près possible les uns des autres, c'est-à-dire la forme circulaire.* Les fils cylindriques ont une self-induction plus grande que des rubans de même poids et de même longueur, et ces dernières ont une self-induction plus grande que des rubans plus larges dans lesquels on aurait pratiqué des ouvertures en découpant des bandes longitudinales, de manière à conserver la longueur et la section totales, c'est-à-dire la conductibilité, mais en éloignant davantage les éléments voisins.

Le fer présente encore une différence avec les autres métaux. Ainsi, tandis qu'un ruban mince d'un métal quelconque replié sur lui-même transversalement, de manière à rapprocher les divers points d'une même section et à former une sorte de cylindre, atteint presque la self-induction d'un cylindre compact, le fer réduit

---

(1) M. Hughes ne dit pas comment il évalue cette durée et rien dans son dispositif expérimental ne paraît l'indiquer.

(2) Le mot *force* signifie probablement coefficient de self-induction ou force électromotrice.

en bande a une self-induction bien plus faible qu'un fil cylindrique, mais ne gagne presque rien à être replié sur lui-même. Pareillement, tandis qu'un conducteur formé de plusieurs fils de cuivre tendus parallèlement très près les uns des autres ou câblés ensemble a une self-induction voisine de celle d'une tige pleine de même section, un câble de fils de fer a une self-induction bien moindre que celle d'une barre de même métal; sa valeur peut même devenir plus petite que celle du cuivre.

Les phénomènes généraux présentés par l'acier sont analogues à ceux qu'on rencontre dans le fer doux, mais ils sont moins accentués.

5° *Les changements physiques effectués dans les conducteurs modifient la self-induction.* M. Hughes avait pensé que les différences profondes qui existent entre le fer et les autres métaux tenaient à la propriété magnétique de celui-là. Ayant porté un fil de fer au rouge, il constata, en effet, que la force électromotrice de self-induction devenait inférieure à celle d'un fil de cuivre de mêmes dimensions; l'excès de self-induction avait donc disparu en même temps que le pouvoir magnétique. Par contre, il trouva que la force électromotrice ne varie pas avec la température dans un ruban de fer.

Lorsqu'un courant continu a traversé un fil de fer, il y laisse subsister une aimantation circulaire qui a pour effet de réduire de 10 pour 100 la force électromotrice d'induction du premier courant de même sens qu'on lance ensuite dans ce fil. Si, pendant qu'un courant permanent passe, on produit une modification physique ou mécanique dans le fil de fer, telle que échauffement au rouge, aimantation, vibration, etc., ces actions favorisent la fixation du magnétisme résiduel, qui peut alors atteindre 40 pour 100.

Conséquences relatives aux conducteurs des paratonnerres et aux fils télégraphiques. — Dans les conducteurs des paratonnerres qui livrent passage à des quantités énormes d'électricité pendant un temps qui doit être aussi court que possible, les phénomènes de self-induction ont une importance considérable. Plus ils seront faibles, plus la section du conducteur pourra être diminuée.

De même sur les lignes télégraphiques, où les appareils rapides

ravaillent en général pendant la période variable du courant, il y a lieu de diminuer autant que possible la self-induction pour diminuer en même temps la durée de cette période.

Pour ces deux usages, M. Hughes condamne l'emploi de conducteurs cylindriques en fer. Si l'on veut faire usage de cuivre, la forme qu'il préconise est celle d'une bande large et mince, mais il fait remarquer que plusieurs fils de fer câblés ensemble ont une self-induction qui est au plus égale à celle de conducteurs semblables en cuivre et que, par conséquent, un pareil câble est très avantageux.

Il cite à l'appui de la supériorité du cuivre sur le fer, tous deux en fils cylindriques, les résultats d'expériences récentes de M. Preece. Ces essais, effectués sur des lignes dont on avait égalisé la résistance et la longueur, ont montré que les fils de cuivre avaient un rendement supérieur d'environ 13 pour 100 à celui des fils de fer. M. Hughes prétend que cette différence serait bien plus considérable si les appareils avaient permis de faire les comparaisons avec des émissions plus rapides.

En outre, l'auteur critique la méthode dont on fait usage pour mesurer la résistance des conducteurs destinés aux transmissions télégraphiques ou à l'éclairage électrique avec courants alternatifs, méthode qui consiste à employer un courant permanent, tandis que ces circuits ne fonctionnent que pendant le régime variable et que ses expériences montrent que la résistance peut, dans ces conditions, varier de 1 à 4.

Remarque à propos du Mémoire de M. Hughes. — Lord Rayleigh a présenté, le 11 février 1886, à la même Société, quelques observations relatives à la Communication de M. Hughes.

Il fait remarquer que celui-ci n'avait pas employé l'expression *self-induction* dans le même sens que Maxwell, et il montre que la formule donnée par cet auteur, dans laquelle entrent la perméabilité magnétique des conducteurs et celle du milieu, permet de prévoir un certain nombre des résultats expérimentaux de M. Hughes.

La *Lumière électrique* du 3 avril 1886 contient sur le même sujet un article remarquable de M. F. Weber.

L'auteur fait remarquer que les conclusions de M. Hughes sont

en contradiction avec la théorie électrodynamique admise jusqu'ici et avec toutes les expériences connues.

La constante de self-induction d'un fil cylindrique long, mince et non susceptible d'aimantation, est donnée par la formule

$$(1)\qquad Q = 2l\left[\log\left(\frac{2l}{\rho}\right) - 0,75\right].$$

Si le fil est susceptible d'être aimanté et si son moment magnétique est proportionnel à la force magnétisante, le coefficient d'induction prend la forme

$$(2)\qquad Q' = 2l\left[\log\left(\frac{2l}{\rho}\right) - 0,75 + \pi k\right].$$

k est la constante d'aimantation du métal considéré ([1]).

M. Hughes admettait que l'angle d'écart de son sonomètre mesurait directement le coefficient de self-induction du fil X; M. Weber a montré que cela était inexact.

Il suppose que la force électromotrice est une fonction sinusoïdale du temps; cette supposition simplifie l'exposé, mais ne modifie pas le résultat, puisque, d'après la nature même de l'interruption, la fonction qui exprime la force électromotrice est périodique. Il écrit les équations de Kirchhoff pour les divers conducteurs qui entrent dans le pont d'induction en ayant soin d'introduire les forces électromotrices d'induction. Soient

$$\begin{matrix} w_0, & w_1, & w_2, & w_3, & w_4, & w, \\ Q_0, & Q_1, & Q_2, & Q_3, & Q_4, & Q, \\ i_0, & i_1, & i_2, & i_3, & i_4, & i, \end{matrix}$$

respectivement les résistances, les coefficients de self-induction et les intensités dans les conducteurs AEC, AB, BC, AD, DC, DFB, et P le potentiel mutuel des bobines du sonomètre.

On peut résoudre ces équations par rapport à i (intensité dans le circuit du téléphone) et chercher les conditions pour que cette

---

(1) Un fil traversé par un courant prend une aimantation circulaire sans production de pôles libres. La formule (2) a été établie par Kirchhoff (*Pogg. Ann.*, Ergänzungsband 5; 1870) en admettant que la théorie de Poisson sur le magnétisme induit est applicable à ce cas.

intensité soit toujours nulle, quelle que soit la force électromotrice de la pile, c'est-à-dire le temps. On trouve que ces conditions ne sont pas remplies en général et qu'on ne doit par conséquent pas obtenir le silence au téléphone; toutefois, dans le cas particulier où s'est placé M. Hughes, les constantes numériques sont telles que l'on peut déterminer les résistances de telle façon que i soit sensiblement nul.

M. Weber arrive à exprimer, dans ces conditions, le coefficient de self-induction du conducteur X par la formule

$$Q_1 = P + \left(\frac{P}{w_4} + \frac{P}{w_3} + \frac{P}{w_2}\right) w_1 + \left(\frac{Q_3}{w_3} - \frac{Q_4}{w_4} + \frac{Q_2}{w_2}\right) w_1.$$

On calcule facilement Q_2, Q_3, Q_4 en fonction des éléments du fil considéré au moyen de la formule (1); P se déduit de la formule générale de l'Électrodynamique en connaissant la forme des bobines, le nombre de tours et l'inclinaison de l'une sur l'autre.

M. Weber a expérimenté sur trois conducteurs de même longueur et de même diamètre, en cuivre, maillechort et mercure; il a calculé la valeur de Q_1 par la méthode indiquée et il a pu en conclure qu'il n'y avait aucune différence entre les constantes et la self-induction de ces trois fils.

Nous ajouterons enfin que la manière dont M. Hughes considère la résistance pendant le régime variable est inexacte. La résistance, telle qu'elle a été définie par la loi de Joule dans le système électromagnétique, est une quantité bien déterminée qui ne dépend nullement du régime du courant. M. Weber, dans les équations précédentes, l'a supposée invariable, puisque w, w_1, ... sont traitées comme constantes. L'augmentation apparente r de la résistance qu'a observée M. Hughes provenait de forces électromotrices d'induction satisfaisant à chaque instant à la relation

$$r = \frac{de}{di}.$$

La variation de force électromotrice d'induction et la variation simultanée de résistance constituent donc une double erreur et non un fait nouveau.

En résumé, la self-induction dans les métaux non magnétiques suit bien les lois admises jusqu'à présent. Dans les conducteurs

magnétiques, il faut ajouter au coefficient d'induction d'un circuit semblable formé d'un métal non magnétique un terme provenant de l'aimantation du conducteur lui-même. La valeur de ce terme dépend de la forme du circuit et de son coefficient d'aimantation.

Dans le cas simple où le circuit est sensiblement rectiligne, dans les lignes télégraphiques par exemple, il n'y a lieu de considérer que l'aimantation circulaire produite dans le fil par le passage du courant; la formule (2) donne la valeur de ce coefficient.

Dans le cas d'un circuit non rectiligne, par exemple pour une bobine de fer, la question est plus complexe; il y a lieu de considérer : 1° la self-induction produite par le circuit indépendamment de sa nature ; 2° l'aimantation circulaire du fil lui-même sous l'influence du courant qui le traverse ; 3° l'aimantation transversale produite dans chaque élément du fil par le champ magnétique que forme la bobine. Pour de très faibles diamètres, il est probable qu'on a le droit de considérer ces derniers éléments comme pouvant s'ajouter purement et simplement, mais il doit en être différemment dès que le champ magnétique prend une valeur notable.

Remarquons enfin que la formule de Kirchhoff s'appuie sur l'hypothèse de Poisson, qui n'est pas absolument justifiée. Elle appelle donc des vérifications expérimentales. J'ai entrepris quelques recherches dans ce but et j'ai pu vérifier approximativement la formule (2); le terme relatif à l'aimantation a varié très sensiblement avec divers échantillons de fer. Le rapport de la self-induction totale à celle d'un circuit non magnétique a toujours été trouvé plus petit que ne l'indiquaient les formules (1) et (2), en admettant pour k la valeur 32,8; ce qui tient à ce que ce chiffre était trop fort pour le métal expérimenté.

Je me propose de continuer cette étude et de rechercher l'importance de la self-induction des conducteurs sur la vitesse des transmissions électriques, relativement aux autres éléments qui la déterminent, résistance et capacité. Cette question présente de l'intérêt au point de vue du travail des lignes télégraphiques et téléphoniques.

KNUT ÅNGSTRÖM. — Ueber die Diffusion der strahlenden Wärme von ebenen Flächen (Sur la diffusion de la chaleur rayonnante par les surfaces planes); *Wied. Annalen*, t. XXVI, p. 253; 1885.

Le Mémoire de M. Ångström a déjà été analysé dans ce Journal (¹). Toutefois, sur le désir que nous en a manifesté l'auteur, nous croyons devoir entrer dans quelques nouveaux développements. Pour expliquer les résultats qu'il a obtenus relativement à l'influence de l'épaisseur de la couche diffusante, M. Ångström part d'une hypothèse qu'il ne considère pas lui-même comme absolument démontrée, à savoir que la quantité de chaleur S_l d'un rayonnement calorifique incident S, qui traverse un milieu d'épaisseur l, obéit à la loi

$$S_l = S e^{-kl},$$

où k est une constante. Il admet de plus le partage de la surface en couches minces parallèles, chacune d'elles renvoyant, dans une direction fixe et pour une incidence fixe, de la chaleur incidente, la même fraction de l'intensité de la radiation qui arrive à cette couche (²). Il en déduit la formule

$$dS_{i\omega} = CS e^{-k\frac{l}{\cos i}} e^{-k\frac{l}{\cos\omega}} dl;$$

i est l'angle du rayon incident avec la normale; ω l'angle du rayon diffusé avec cette normale; $S_{i\omega}$ l'intensité de la chaleur diffusée pour l'angle d'incidence i et l'angle de diffusion ω; S est l'intensité de la chaleur incidente.

C est une constante seulement pour un (i) et un (ω) fixes. En intégrant relativement à l, i et ω étant fixes, on obtient

$$S_{i\omega} = S\frac{C}{kf(\omega)}[1 - e^{-klf(\omega)}],$$

en posant

$$f(\omega) = \frac{\cos i + \cos\omega}{\cos i \cos\omega}.$$

(¹) Voir *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. V, p. 40; janvier 1886.

(²) Hypothèse qui mériterait peut-être d'être confirmée.

Cette formule montre que $S_{i\omega}$ croît d'autant plus rapidement, quand l'épaisseur de la plaque croît, que i et ω sont plus grands. Quand l croît, $S_{i\omega}$ croît aussi et s'approche d'un maximum.

L'auteur a vérifié expérimentalement ([1]) la formule qu'il donne; les écarts entre le calcul et l'observation ne sont pas plus grands que ceux que permet d'expliquer la difficulté d'évaluer exactement l'épaisseur de la plaque ([2]). L. GODARD.

ARCHIVES DES SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES.

Tomes XIII et XIV; 1885.

CH. SORET. — Recherches sur la réfraction et la dispersion dans les aluns cristallisés, t. XII, p. 553, t. XIII, p. 5, et t. XIV, p. 96; 1885.

M. Ch. Soret a déterminé, au moyen de son réfractomètre à réflexion totale ([3]), les indices pour les différentes raies du spectre solaire d'un grand nombre d'aluns. Nous donnerons les résultats relatifs à la raie D :

Sels.	Poids moléculaire.	Indice.
Alumine et ammoniaque	906,8	1,4594
» soude	916,8	1,4388
» méthylamine	934,8	1,4541
» potasse	949,0	1,4564
» rubidium	1041,2	1,4566
» cœsium	1136,8	1,4586
» thallium	1278,8	1,4975

([1]) Il eût été intéressant de calculer à l'aide de cette formule l'épaisseur l (limite supérieure de l'intégrale) dans le cas où le maximum est atteint. Cela aurait donné ce que j'ai appelé l'*épaisseur limite*. Ainsi se trouve expliquée la note 2 de la page 40.

([2]) Dans ma première analyse, un *lapsus calami* m'a fait mettre le mot *diffusée*, page 40, ligne 13. Ce mot doit être supprimé. Enfin, dans la note 1 de la page 41, *à l'appui* doit être remplacé par *probantes*. La première expression pourrait faire croire que M. Knut Ångström n'a pas donné de preuves pour soutenir sa thèse, ce qui n'est pas. La seconde ne se rapporte qu'à mon opinion.

([3]) *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 138.

Sels.	Poids moléculaire.	Indice.
Chrome et ammoniaque	958,6	1,4842
» potasse	1000,8	1,4814
» rubidium	1093,0	1,4815
» cœsium	1188,6	1,4810
» thallium	1330,6	1,5228
Fer et ammoniaque	964,0	1,4848
» potasse	1006,2	1,4817
» rubidium	1098,4	1,4823
» cœsium	1194,0	1,4838
» thallium	1336,0	1,5237
Gallium et ammoniaque	991,8	1,4683
» potasse	1034,0	1,4653
» rubidium	1126,2	1,4658
Indium et ammoniaque	1078,8	1,4664
» rubidium	1213,2	1,4638
» cœsium	1308,8	1,4652

Dans chacune des séries constituées par un même sesquioxyde, l'indice varie d'une façon régulière avec le poids moléculaire. On voit, par les aluns d'alumine, que la courbe présente entre les aluns de potasse et d'ammoniaque une très forte anomalie.

La variation serait d'ailleurs continue, comme le montre l'alun d'alumine-méthylamine. Dans les autres séries, on trouve une variation analogue entre les aluns de potasse et d'ammoniaque.

L'alun de chrome-cœsium fait exception à la loi; M. Soret ne croit pas que ce fait puisse être attribué à une impureté des cristaux.

M. Soret a déterminé également la densité des aluns examinés et trouve que le volume moléculaire ne saurait être regardé comme constant, bien que ses variations soient en somme assez faibles.

E. WARTMANN. — Le rhéolyseur compensé et le polyrhéolyseur, t. XIII, p. 52.

L'appareil appelé *rhéolyseur* par M. Wartmann (1) se compose en principe d'une rigole circulaire creusée dans un disque isolant, et remplie de mercure; ce mercure est mis en communication avec les pôles d'une pile par deux plongeurs à 180° l'un de l'autre. Un

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 380.

conducteur diamétral, dont les extrémités plongent dans le mercure, est traversé par un courant dont l'intensité dépend de la position du pont. L'intensité du courant fourni par la pile est affectée par les variations de résistance provenant des différentes positions du pont. On rendra cette intensité constante en mettant sur l'axe deux ponts à 90° l'un de l'autre, et en envoyant les courants ainsi dérivés dans des circuits de même résistance.

Si l'on envoie les deux courants dérivés dans un même circuit, ces courants, ayant tantôt le même sens, tantôt un sens contraire, donnent naissance à un courant constant pendant un déplacement du système de 90°, qui ensuite, pendant un nouvel arc de 90°, décroît jusqu'à zéro et change de signe pour reprendre la même valeur.

On obtient des résultats analogues avec un équipage dans lequel l'angle des deux ponts n'est plus de 90°. C'est ce qui est réalisé principalement à l'aide du *polyrhéolyseur*, où l'équipage est remplacé par un disque de matière isolante sur le pourtour duquel sont implantés des plongeurs à des distances diverses. L'instrument peut alors se prêter à des applications très variées.

R. PICTET. — **Nouvelles machines frigorifiques basées sur l'emploi de phénomènes physico-chimiques, t. XIII, p. 212.**

Nouveaux dispositifs pour machines frigorifiques, t. XIII, p. 397.

Propriétés physico-chimiques des mélanges d'acide sulfureux et d'acide carbonique liquides et leurs applications aux machines frigorifiques, t. XIV, p. 570.

Ces Notes présentent surtout un intérêt industriel. Le liquide dont la volatilisation agit comme source de froid est un mélange d'acide sulfureux et d'acide carbonique, qu'on peut préparer industriellement par l'action de l'acide sulfurique sur le charbon. Ce liquide présente cette particularité que sa tension de vapeur croît moins vite avec la température que celle de l'acide sulfureux, qu'elle arrive à égaler entre 25° et 30° pour devenir ensuite plus petite. Il y aurait donc, d'après l'auteur, une combinaison de ces deux liquides se formant par les hautes températures et se détruisant à température basse.

Ce liquide n'a pas seulement les propriétés les plus avantageuses pour l'emploi dans les machines frigorifiques, mais il tue les microbes et éteint les incendies.

J. MAURER. — Influence de l'altitude sur la variation diurne de la déclinaison magnétique, t. XIII, p. 339.

La variation de l'intensité magnétique terrestre avec l'altitude est très douteuse : si Humboldt, Kupffer, Forbes, Bravais et Martin ont trouvé qu'elle diminuait quand l'altitude augmente, Quételet et Hartz sont arrivés à un résultat contraire. La variation diurne de la déclinaison doit dépendre de la composante horizontale de la force magnétique terrestre; si en effet cette dernière *augmente,* les forces perturbatrices faisant varier la déclinaison produiront un effet *moindre.* Dans une série d'observations ayant duré soixante-dix-neuf jours, faites simultanément au sommet du *Sentis* (2465^m) et à l'École polytechnique de Zurich, M. Maurer et M. Beyer n'ont trouvé aucune différence sensible, ce qui impliquerait la constance de la force magnétique ou tout au moins sa faible variation.

H. SCHNEEBELI. — Valeur absolue du coefficient de frottement de l'air, t. XIV, p. 339.

L'auteur a déterminé les volumes d'air qui passent à travers un tube capillaire de longueur et de diamètre connus, entre les deux extrémités duquel existe une différence constante de pression. C'est la méthode employée d'abord par Graham, puis par Obermeyer ([1]). Il a ramené toutes les observations à 0° en adoptant la formule

$$\mu = \mu_0(1 + 0,0027\,t).$$

Il trouve des valeurs variant entre 0,0001690 et 0,0001734 dont la moyenne est

$$\mu_0 = 0,0001707.$$

Cette moyenne coïncide d'une façon remarquable avec les résultats d'Obermeyer. Les valeurs obtenues étaient :

1° La différence de pression aux extrémités du tube capillaire étant variable,

$$\mu_0 = 0,0001706;$$

([1]) *Journal de Physique,* 1re série, t. V, p. 38.

2° La différence de pression aux extrémités du tube étant constante,

$$\mu_0 = 0,0001675.$$

Mais M. Schneebeli remarque avec raison qu'il convient de considérer la pression de l'air sec et non celle de l'air humide qui remplit l'espace où l'air est aspiré. En faisant la correction nécessaire aux nombres d'Obermeyer, on trouve, dans le second cas,

$$\mu_0 = 0,0001704.$$

H. SCHNEEBELI. — Recherches expérimentales sur le choc des corps élastiques, t. XIV, p. 435.

L'auteur a publié en 1870 de premières recherches sur le choc des corps élastiques; les recherches actuelles ont été instituées pour vérifier expérimentalement les résultats d'un Mémoire de M. Herz, publié aux *Annales de Crelle,* t. 92. Ce dernier a obtenu, pour la durée du contact de deux sphères en acier de rayon R qui se rencontrent avec une vitesse v, la formule

$$T = 0,000024\, R v^{-\frac{1}{5}}.$$

Le temps T fut mesuré à l'aide de l'impulsion communiquée à l'aiguille d'un galvanomètre par un courant passant à travers les deux sphères en contact. Ce temps peut être regardé comme proportionnel à la déviation, si la résistance totale du circuit est grande et le coefficient de self-induction aussi petit que possible.

Voici les résultats relatifs à deux sphères de 70^{mm} de diamètre :

Vitesse relative v.	Déviation A.	$A v^{\frac{1}{5}}$.
156^{mm}	59,0	162
259	53,5	162
388	47,0	155
1032	39,5	158

Avec des sphères de diamètres différents et la même vitesse, on obtient :

Diamètre D.	Déviation A.	$\frac{D}{A}$.
mm		
70,0	74,6	107
37,7	38,7	103
29,9	30,5	102
19,9	21,5	107

Pour déterminer la durée absolue du contact, M. Schneebeli compare l'impulsion communiquée à la suite du choc à celle communiquée par un pendule qui glisse sur une bande d'acier pendant un temps très court ($0^s,00082$). On obtient aussi dans une expérience $T = 0^s,000185$ au lieu de 0,0000222. Ces expériences ne doivent, suivant l'auteur, être regardées que comme approximatives.

M. Schneebeli a encore vérifié une formule de M. Herz donnant le rayon r de la surface d'aplatissement en fonction du rayon R et de la vitesse v

$$r = 0,0020\,R v^{\frac{2}{5}}.$$

On mesurait r en enduisant de paraffine la surface des sphères et déterminant par des procédés micrométriques le rayon du cercle formé par le choc. La concordance est tout à fait remarquable.

v.	r (obs.).	r (calc.).
mm	mm	mm
259	0,66	0,65
518	0,83	0,85
1042	1,10	1,12
1535	1,31	1,27

(sphère de 70^{mm} de diamètre).

Cette concordance, comme le fait remarquer M. Schneebeli, est d'autant plus intéressante que, dans le cas des grandes vitesses, la pression réalisée au centre de la surface d'aplatissement a dépassé la pression admise pour l'acier comme limite d'élasticité. L'auteur a commencé des expériences pour voir si des pressions continues, comme celles exercées par une presse hydraulique, produiraient les mêmes résultats que les pressions résultant du choc.

H. Dufet.

SUR L'AIMANTATION;

PAR M. MASCART.

1. Lorsqu'un corps faiblement magnétique est placé dans un champ uniforme, il prend une aimantation parallèle et proportionnelle à la force magnétisante, c'est-à-dire à l'intensité du champ. Le coefficient d'aimantation k, que Sir W. Thomson appelle *susceptibilité magnétique,* est le rapport du moment magnétique du corps par unité de volume, ou intensité d'aimantation, à l'intensité du champ. La valeur de k est positive ou négative suivant que le corps est paramagnétique ou diamagnétique.

Avec les substances très magnétiques, comme le fer, le nickel et le cobalt, le phénomène est beaucoup plus complexe. La force magnétisante réelle en chaque point est la résultante du champ extérieur et de la réaction produite par le magnétisme induit.

Si le corps, ayant une structure absolument isotrope, est terminé par une surface telle qu'une aimantation uniforme produise une réaction constante dans tout le volume, ce qui est le cas d'une sphère, d'un ellipsoïde ou d'un cylindre circulaire indéfini, la réaction est proportionnelle à l'aimantation induite. Dans un champ uniforme F, l'intensité d'aimantation induite A est alors constante et la force magnétisante de la forme $F + CA$, ce qui donne

$$k = \frac{A}{F + CA} \qquad \text{ou} \qquad A = \frac{k}{1 - kC} F.$$

La constante C est égale à $-\frac{4}{3}\pi$ pour la sphère, à -2π pour un cylindre indéfini aimanté dans une direction transversale et à zéro pour le même cylindre aimanté longitudinalement.

L'expérience montre que le coefficient k est une fonction de la force magnétisante. On voit aussi que, s'il est très grand, l'intensité d'aimantation dans le cas de la sphère différera très peu de sa valeur maximum $\frac{3F}{4\pi}$. Ce coefficient peut donc varier dans des limites très étendues sans que le moment magnétique du corps soit sensiblement modifié, de sorte que l'emploi des sphères ne convient pas pour déterminer la valeur de k; les ellipsoïdes, à

moins d'être très allongés, conduiraient à la même conséquence.

Enfin, les échantillons sur lesquels on opère ne sont jamais homogènes et les moindres variations de structure ont alors une influence considérable.

On a souvent déterminé le coefficient d'aimantation du fer par l'emploi de cylindres disposés parallèlement au champ et qu'on assimile, pour le calcul, soit à des cylindres indéfinis, soit à des ellipsoïdes de même longueur et de même section médiane. La première hypothèse n'est admissible, comme on le verra, que pour des cylindres extrêmement longs par rapport à leur diamètre et il est facile de voir que la seconde s'éloigne notablement de la vérité. L'emploi d'un ellipsoïde de révolution très allongé paraît plus correct, mais il ne semble pas que les valeurs ainsi obtenues soient tout à fait satisfaisantes, sans doute à cause des défauts d'homogénéité de la matière.

Supposons, par exemple, que l'on opère avec un cylindre. On peut déterminer son moment magnétique par l'action qu'il exerce sur un déclinomètre. Le quotient du moment magnétique par le volume donne l'aimantation moyenne A et le rapport de cette quantité à l'intensité F du champ détermine un coefficient moyen d'aimantation

$$f = \frac{A}{F}.$$

D'autre part, si A_1 est l'intensité moyenne d'aimantation dans la section médiane S, F_1 l'action du magnétisme induit dans cette région, et qu'on tienne compte du champ extérieur F, le flux d'induction magnétique dans cette section est $S(4\pi A_1 - F_1 + F)$. Si l'on entoure la section médiane d'une bobine de p spires communiquant avec un galvanomètre balistique par un circuit de résistance totale R, et qu'on enlève brusquement la bobine à une grande distance, la décharge induite Q est déterminée par l'équation

$$QR = pS(4\pi A_1 - F_1 + F).$$

La même expérience répétée avec le champ seul donnerait une décharge q due au champ F et l'on aurait, par différence,

$$(Q - q)R = pS(4\pi A_1 - F_1) = 4\pi p S\left(A_1 - \frac{F_1}{4\pi}\right).$$

Si, au lieu d'enlever la bobine induite, on change brusquement le signe du champ, par exemple en retournant le corps bout pour bout, on double la décharge induite et l'on a, de même,

$$(Q - q)R = 8\pi p S\left(A_1 - \frac{F_1}{4\pi}\right).$$

Lorsque les déviations du galvanomètre balistique restent petites, la décharge $Q - q$ est proportionnelle à la déviation correspondante δ. On élimine d'ailleurs la constante du galvanomètre par la méthode connue en ayant soin que le circuit renferme une bobine de surface S' et l'on observe la déviation δ' produite par le retournement de cette bobine face pour face à partir d'une position horizontale. En appelant Z la composante verticale du champ terrestre et Q' la décharge, on a

$$Q'R = 2ZS'$$

et, par suite,

$$\frac{\delta}{\delta'} = \frac{8\pi p S}{2ZS'}\left(A_1 - \frac{F_1}{4\pi}\right).$$

L'expérience donne ainsi la quantité $A_1 - \frac{F_1}{4\pi}$ et l'on en déduit le rapport

$$f_1 = \frac{1}{F}\left(A_1 - \frac{F_1}{4\pi}\right).$$

Les coefficients f et f_1 ont des significations un peu différentes; les valeurs obtenues par expérience ne seront donc pas les mêmes, surtout pour des cylindres courts, mais chacun d'eux deviendrait égal au coefficient d'aimantation k si le cylindre était indéfini, parce qu'alors l'aimantation serait uniforme et la force F_1 nulle.

Le cylindre indéfini n'est pas réalisable, mais on obtient un effet équivalent avec un anneau fermé aimanté dans le sens de sa longueur. Cet anneau, étant constitué par des filets magnétiques fermés, est sans action sur les corps extérieurs. On détermine alors, soit le magnétisme temporaire par la décharge induite dans une bobine qui entoure la section quand on supprime la force magnétisante, soit le magnétisme total par la décharge qui correspond à l'inversion de la force magnétisante.

Supposons, pour simplifier, que le rayon de l'anneau soit très grand par rapport au diamètre de sa section S, dont la forme est

quelconque. L'anneau est entouré par une bobine régulière qui a n spires par unité de longueur. Si cette bobine est parcourue par un courant I, le champ intérieur est $F = 4\pi n_1 I$; l'intensité d'aimantation de l'anneau est $kF = 4\pi n_1 k I$ et le flux d'induction qui traverse la section est

$$S(F + 4\pi k F) = (1 + 4\pi k) 4\pi n_1 S I.$$

L'anneau étant entouré en un point par une bobine de p spires qui communique avec un galvanomètre balistique, la décharge Q qui correspond au renversement du courant d'excitation I donne l'équation

$$QR = (1 + 4\pi k) 8\pi n_1 S I.$$

L'impulsion du galvanomètre balistique et la mesure du courant I donnent donc directement la valeur de k. Telle est la méthode employée par M. Stoletow (¹) et par M. Rowland (²).

Or, la méthode des anneaux a toujours conduit à des coefficients d'aimantation notablement plus élevés que les valeurs de f et de f_1 déterminées par l'emploi des cylindres, ou même que les coefficients obtenus à l'aide des ellipsoïdes. On peut donc se demander si l'une des méthodes est en défaut et s'il se produit, par exemple, dans les anneaux fermés, un phénomène particulier qui exagère les effets d'induction.

Pour résoudre cette question j'ai employé, avec les mêmes fils de fer, des anneaux fermés et une série de tiges cylindriques dans lesquels le rapport de la longueur au diamètre variait entre des limites très étendues.

Les tiges, qui avaient 1^{mm} de diamètre environ et dont la longueur ne dépassait pas $0^m,60$, étaient placées dans l'axe d'une bobine cylindrique de $1^m,20$ de longueur et de $0^m,03$ de diamètre, de sorte que le champ intérieur du courant pouvait être considéré comme sensiblement uniforme dans une longneur de plus de $0^m,80$. Cette bobine était dirigée normalement au méridien magnétique, dans le voisinage d'un déclinomètre, et son action propre était compensée par celle d'un cadre extérieur traversé par le même courant.

(¹) STOLETOW, *Pogg. Ann.*, t. CXLVI, p. 442; 1872.
(²) ROWLAND, *Phil. Mag.*, [4], t. XLVI, p. 140; 1873.

Le déclinomètre est dans une direction perpendiculaire au milieu de la tige et à la distance R. En appelant D la distance de chaque pôle au déclinomètre, M le moment magnétique de la tige et H la composante horizontale du champ terrestre, la déviation δ donne le moment M par l'équation

$$\operatorname{tang}\delta = \frac{2M}{HD^3} = \frac{2M}{R^3}\left(1 + \frac{h}{R^2}\right).$$

Il faudrait connaître en toute rigueur la position des pôles ou, du moins, répéter la mesure de la déviation à deux distances différentes pour déterminer le terme de correction h; mais, dans les conditions de l'expérience, les règles établies par Coulomb permettaient de calculer la distance des pôles avec une approximation suffisante.

En outre, une bobine de quelques spires, enroulée sur la portion moyenne de la tige, communiquait avec un galvanomètre balistique et l'on mesurait la décharge induite par inversion de l'aimantation.

Enfin on mesure par une boussole des tangentes l'intensité I du courant qui traverse la bobine; si elle a n_1 spires par unité de longueur, le champ intérieur est $F = 4\pi n_1 I$. On détermine ainsi les coefficients f et f_1.

L'expérience montre d'abord qu'on a toujours $f_1 > f$. Très différents pour des tiges courtes, ces deux coefficients se rapprochent de plus en plus et leur rapport tend vers l'unité à mesure que la longueur augmente. En même temps, les plus grandes valeurs des coefficients correspondent à des champs d'autant plus faibles que la tige est plus longue. Enfin les valeurs de f et de f_1 fournies par des tiges très longues sont égales au coefficient k donné par les anneaux fermés.

Avec le fer dont je me suis servi, quand le rapport de la longueur au diamètre variait de 40 à 500 ou 600, la valeur maximum des coefficients f ou f_1 a varié de 25 à 190, ou de 40 à 220, tandis que les champs correspondants diminuaient depuis 20 ou 25 unités C.G.S. jusqu'à 3 unités; les mêmes fils, employés sous forme d'anneaux, donnaient pour le maximum de k une valeur d'environ 200 avec un champ de 3 unités. La concordance de ces résultats

paraîtra sans doute satisfaisante, si l'on remarque combien il est difficile d'obtenir la parfaite identité des échantillons sur lesquels on opère.

La méthode des cylindres, à la condition que leur longueur soit au moins de 500 fois le diamètre, est donc équivalente à celle des anneaux; on y trouve cet avantage qu'on peut connaître à chaque instant l'état magnétique du métal et qu'il est facile de le désaimanter pour le soumettre à de nouvelles épreuves.

2. L'aimantation des cylindres courts mérite une attention particulière. A mesure que le rapport λ de la longueur au diamètre diminue, le coefficient moyen f d'aimantation longitudinale diminue très rapidement et ne tarde pas à devenir de même ordre que le coefficient moyen f' relatif à l'aimantation transversale. En outre, l'aimantation induite reste proportionnelle au champ extérieur entre des limites beaucoup plus étendues.

En formant avec des paquets du même fil une série de cylindres de même longueur, on a obtenu comme valeurs moyennes de ces coefficients f et f' dans des champs de 1 à 10 unités :

Rapport de la longueur au diamètre.	Coefficient moyen d'aimantation	
	longitudinale.	transversale.
λ.	f.	f'.
12,3	3,40	0,13
7,5	1,90	0,14
5,0	1,20	0,14
3,3	0,73	0,14

Des parallélépipèdes rectangles de fer doux ont donné, de même, pour les coefficients moyens d'aimantation f, f' et f'' parallèlement aux trois arêtes :

Dimensions.			f.	f'.	f''.
cm	cm	cm			
9	1	1	2,00	0,15	»
9	2	1	1,34	0,22	0,10
9	2	2	0,88	0,15	»
9	3	2	0,72	0,20	0,13

Dans le cas d'un cylindre indéfini, le coefficient moyen d'ai-

mantation transversale

$$f' = \frac{k}{1+2\pi k} = \frac{1}{2\pi\left(1+\frac{1}{2\pi k}\right)}$$

est très peu inférieur à $\frac{1}{2\pi} = 0,159$ lorsqu'il s'agit de corps très magnétiques comme le fer. On voit, par les nombres qui précèdent, que l'expérience donne des valeurs très voisines de cette limite, même quand la longueur du cylindre ne dépasse pas trois fois le diamètre.

Pour un ellipsoïde à trois axes inégaux, il y a lieu de considérer aussi trois coefficients moyens d'aimantation f, f' et f'' relatifs aux directions des axes.

D'une manière plus générale, lorsqu'un corps magnétique et isotrope est de forme quelconque, il existe trois directions rectangulaires pour lesquelles l'aimantation est parallèle au champ extérieur; ces directions sont des axes principaux et définissent trois coefficients moyens d'aimantation sensiblement constants.

Dans un champ uniforme F dont la direction fait avec les axes des angles qui ont respectivement pour cosinus λ, λ' et λ'', l'aimantation induite est la superposition de trois aimantations $f\lambda F$, $f'\lambda' F$ et $f''\lambda'' F$. Si ce corps peut tourner autour de l'axe f'' et que son volume soit u, le couple D qui provient de l'action du champ est

$$D = uf\lambda F . F\lambda' - uf'\lambda' F . F\lambda = u(f-f')\lambda\lambda' F^2.$$

Le résultat est exactement le même que si l'on avait à considérer une sphère de substance anisotrope peu magnétique dont les coefficients d'aimantation principaux seraient f, f' et f''.

Si l'on appelle H la composante du champ perpendiculaire à l'axe de rotation, α l'angle qu'elle fait avec l'axe f, on a

$$D = u(f-f')H^2 \sin\alpha \cos\alpha.$$

Le moment magnétique a pour composantes, parallèles aux axes f et f', $ufH\cos\alpha$ et $uf'H\sin\alpha$. On peut le remplacer par deux autres, l'un m parallèle à l'axe f, l'autre m' parallèle à H, les valeurs de m et de m' satisfaisant aux conditions

$$m + m'\cos\alpha = uHf\cos\alpha,$$
$$m'\sin\alpha = uHf'\sin\alpha,$$

qui donnent

$$m' = u\mathrm{H}f',$$
$$m = u\mathrm{H}(f - f')\cos\alpha.$$

On voit que le moment m' est constant et que m est sensiblement constant lorsque l'angle α est très petit.

C'est par des considérations de cette nature qu'on peut évaluer l'influence de l'aimantation induite par la Terre sur un aimant que l'on fait osciller.

En appelant M le moment magnétique rigide, f et f' les coefficients moyens d'aimantation longitudinale et transversale, l'aimant se comporte comme s'il avait un moment

$$\mathrm{M} + u\mathrm{H}(f - f') = \mathrm{M}\left[1 + \frac{u(f - f')}{\mathrm{M}}\mathrm{H}\right].$$

Il n'est donc pas exact d'admettre, comme on le fait habituellement, que l'on doit ajouter au moment magnétique primitif M le moment $u\mathrm{H}f$ du magnétisme induit sur l'aimant supposé dans une direction parallèle au champ terrestre.

Les expériences citées plus haut montrent déjà que, même avec le fer doux, le rapport des coefficients f' et f peut atteindre 0,25 lorsque la dimension transversale est le tiers de la longueur. Les deux coefficients se rapprochent encore davantage quand on opère avec l'acier doux et à plus forte raison avec l'acier trempé, ce qui contribue à augmenter l'importance de l'aimantation transversale.

Une tige carrée d'acier, par exemple, de $0^{m},09$ de longueur et de $0^{m},01$ de côté, a donné, dans des champs de 0,12 à 1,07, par conséquent de même ordre de grandeur que le champ terrestre,

$$f = 0{,}97, \quad f' = 0{,}21, \qquad f - f' = 0{,}76.$$

Pour un aimant de cette forme dont l'intensité moyenne d'aimantation primitive serait égale à 200, l'observation étant faite à Paris où $\mathrm{H} = 0{,}194$, la fraction qu'il faudrait ajouter au magnétisme rigide pour tenir compte de l'induction serait donc

$$\frac{1}{200}\,0{,}76 \times 0{,}194 = 0{,}0007,$$

de sorte que la correction n'atteindrait pas un millième. Nous serions porté à croire, en effet, que cette correction a été souvent exagérée.

SUR LA CAPACITÉ CALORIFIQUE DES COMBINAISONS GAZEUSES DISSOCIABLES;

PAR M. P. DUHEM.

M. Cahours montra, en 1845, que la densité de vapeur de l'acide acétique décroissait rapidement lorsqu'on la déterminait à des températures de plus en plus élevées. Depuis cette époque, les travaux de plusieurs physiciens ont étendu le nombre des vapeurs dont la densité présente des variations considérables. Tout le monde connaît les recherches de MM. Sainte-Claire Deville et Troost sur le soufre et l'acide hypoazotique, et celles de MM. Crafts et Meyer sur l'iode.

La découverte de ces grandes variations des densités de vapeur a soulevé entre les physiciens un débat d'un haut intérêt qui est encore loin d'être clos. Pour les uns, ces variations doivent être regardées comme l'indice de la grande différence qui existe entre les vapeurs à densité variable et les gaz parfaits. Pour les autres, ces variations ont une origine chimique. La vapeur formerait un polymère, plus ou moins stable à basse température et se dissociant graduellement lorsque la température s'élève. Les variations de la densité de cette vapeur seraient alors comparables aux variations que présente la densité du perchlorure de phosphore gazeux, corps qui, selon toute probabilité, se décompose graduellement en chlore et en trichlorure lorsqu'on le chauffe.

La question qui se pose ainsi semble fort difficile à résoudre d'une manière entièrement rigoureuse. Les recherches qui ont été faites jusqu'ici donnent seulement une probabilité plus ou moins forte à l'une ou à l'autre de ces deux solutions.

Parmi les recherches dont les résultats sont favorables à l'idée des physiciens qui attribuent à un phénomène de dissociation les variations des densités de vapeur, les études thermodynamiques de M. Gibbs occupent une place importante.

M. Gibbs (1) est parvenu à déduire des principes fondamentaux de la Théorie mécanique de la chaleur les lois de la dissociation d'une combinaison gazeuse prise à l'état parfait et susceptible de donner naissance, par sa décomposition, à deux autres gaz parfaits. Les formules obtenues permettent d'étudier la variation que subit la densité du mélange formé par cette combinaison et par ses éléments lorsque l'on fait varier la température ou la pression; ces formules, appliquées au calcul des densités de vapeur du perchlorure de phosphore, donnent des résultats dont l'accord avec l'expérience est aussi parfait que peut le faire espérer l'approximation faite en assimilant le perchlorure et le trichlorure de phosphore à des gaz parfaits.

Une fois en possession de cette vérification, M. Gibbs a appliqué un calcul analogue à l'acide hypoazotique, à l'acide formique et à l'acide acétique, en admettant que les variations de la densité de vapeur de ces corps étaient dues à la dissociation d'un polymère. Il a trouvé que les densités de vapeur ainsi calculées, densités qui, nécessairement, ne représentent que des valeurs approchées, puisque tous les corps considérés sont assimilés à des gaz parfaits, présentent un accord très satisfaisant avec les densités observées.

Dans un récent Ouvrage (2), nous avons discuté d'une manière complète les formules de M. Gibbs, et montré qu'elles rendaient compte de toutes les particularités rencontrées dans l'étude de la variation des densités de vapeur.

Dans ces dernières années, les recherches de MM. Berthelot et Ogier (3), en mettant en évidence les variations considérables que présente la chaleur spécifique sous pression constante de l'acide hypoazotique et de l'acide acétique, ont apporté de nouveaux et importants documents pour l'étude de la question qu'avaient soulevée les recherches sur les densités de vapeur.

---

(1) J.-W. Gibbs, *Sur les densités de vapeur de l'acide hypoazotique, de l'acide formique, de l'acide acétique et du perchlorure de phosphore* (*American Journal of Arts and Sciences*, t. XVIII; 1879).

(2) P. Duhem, *Le potentiel thermodynamique et ses applications*, Chap. IV.

(3) Berthelot et Ogier, *Sur la chaleur spécifique du gaz hypoazotique* (*Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XXX, p. 382; 1883); — *Sur la chaleur spécifique de l'acide acétique gazeux* (*ibid.*, p. 400; 1883).

MM. Berthelot et Ogier ont montré que la chaleur spécifique de l'acide hypoazotique gazeux prise sous la pression de l'atmosphère à une température inférieure à 100° est beaucoup plus grande que la chaleur spécifique des gaz ordinairement étudiés. La chaleur spécifique rapportée à l'unité de volume a pour valeur, à 27°, d'après la formule empirique donnée par MM. Berthelot et Ogier, 79,98, tandis qu'à 0° la chaleur spécifique de l'acide carbonique, rapportée à l'unité de volume, est 8,2. La chaleur spécifique de l'acide hypoazotique décroît d'abord rapidement; elle n'est plus que de 11,1 à 150°, et de 8,43 à 253°. Elle croît ensuite avec la température, plus rapidement que la chaleur spécifique de l'acide carbonique, mais non plus rapidement que la chaleur spécifique de certaines vapeurs organiques, telles que l'éther acétique ou la benzine.

L'étude de l'acide acétique gazeux conduit à des conséquences analogues. La chaleur spécifique sous pression constante de l'acide acétique gazeux décroît sans cesse lorsque la température croît de 118° jusque vers 250°. Au delà de cette température ses variations deviennent très faibles.

Nous nous proposons, dans ce qui va suivre, de rechercher si les formules données par M. Gibbs permettent de rendre compte. au moins d'une manière approchée, des phénomènes constatés par MM. Berthelot et Ogier. Si elles en expliquent le caractère général comme elles expliquent les caractères généraux des variations des densités de vapeur, la probabilité de l'explication fondée sur la dissociation sera évidemment accrue.

1. *Formules de M. Gibbs.* — Avant de déduire des formules de M. Gibbs l'expression de la chaleur spécifique d'une combinaison gazeuse dissociable, nous allons rappeler brièvement ces formules en leur conservant la forme que nous leur avons donnée dans un autre travail ([1]).

Soient u_1 et u_2 les volumes de deux gaz qui se combinent entre eux pour donner un certain volume w du composé. La quantité

$$\psi = \frac{u_1 + u_2 - w}{u_1 + u_2} \tag{1}$$

([1]) *Le potentiel thermodynamique et ses applications*, Chap. I et Chap. IV.

est la *fraction de condensation* qui caractérise la combinaison étudiée. Soient, sous une certaine pression Π et à une certaine température T_0, ϖ_1 et ϖ_2 les poids des volumes u_1 et u_2 des deux gaz composants, et ϖ_3 le poids du volume w du composé. Soient, dans les mêmes conditions, Δ_1, Δ_2, Δ_3 les densités des trois gaz par rapport à l'air. Nous aurons

$$(2) \qquad \frac{\varpi_1 + \varpi_2}{w\Delta_3} = \frac{\varpi_1}{u_1\Delta_1} = \frac{\varpi_2}{u_2\Delta_2} = \lambda.$$

Les lois de Mariotte et de Gay-Lussac permettent d'écrire

$$(3) \qquad \Pi u_1 = \frac{k}{\Delta_1}\varpi_1 T_0,$$

k étant une constante qui a la même valeur pour tous les gaz. Soit E l'équivalent mécanique de la chaleur, et posons

$$(4) \qquad \frac{k}{E} = K.$$

Soient c_1, c_2, c_3 les chaleurs spécifiques des trois gaz sous volume constant. La loi de Dulong et Petit donne

$$c_1\Delta_1 = c_2\Delta_2 = c_3\Delta_3,$$

ce qui peut s'écrire

$$\frac{c_1\varpi_1}{u_1} = \frac{c_2\varpi_2}{u_2} = \frac{c_3(\varpi_1+\varpi_2)}{w}$$

ou bien

$$(5) \qquad c_1\varpi_1 + c_2\varpi_2 - c_3(\varpi_1+\varpi_2) = \frac{c_3\psi(u_1+u_2)(\varpi_1+\varpi_2)}{w}.$$

Désignons par U_1, U_2, U_3 l'énergie interne de 1^{kg} de chacun des trois gaz réduit à occuper le volume V_0 à la température T_0; par S_1, S_2, S_3 l'entropie de 1^{kg} de chacun des trois gaz dans les mêmes conditions, et posons

$$r_1 = U_1 - c_1 T_0,$$
$$r_2 = U_2 - c_2 T_0,$$
$$r_3 = U_3 - c_3 T_0;$$

$$\Sigma_1 = S_1 - c_1 \log T_0 - \frac{K}{\Delta_1}\log V_0,$$

$$\Sigma_2 = S_2 - c_2 \log T_0 - \frac{K}{\Delta_2}\log V_0,$$

$$\Sigma_3 = S_3 - c_3 \log T_0 - \frac{K}{\Delta_3}\log V_0.$$

Nous aurons, en désignant par M, N, P trois constantes,

$$(6)\quad \begin{cases} M = \dfrac{(\varpi_1 + \varpi_2) r_3 - \varpi_1 r_1 - \varpi_2 r_2}{K}, \\ N = \psi(u_1 + u_2) + \dfrac{\varpi_1 \Sigma_1 + \varpi_2 \Sigma_2 - (\varpi_1 + \varpi_2)\Sigma_3}{K\lambda} \\ \qquad + \dfrac{c_3 \psi(\varpi_1 + \varpi_2)(u_1 + u_2)}{w K\lambda}, \\ P = \dfrac{c_3 \psi(u_1 + u_2)(\varpi_1 + \varpi_2)}{w K\lambda}. \end{cases}$$

Les constantes ainsi définies permettent d'écrire la formule fondamentale donnée par M. Gibbs pour représenter la relation qui existe entre les poids m_1, m_2, m_3, le volume V du système et la température T, sous la forme que voici :

$$(7)\quad V^{\psi(u_1+u_2)} \frac{m_3^w}{m_1^{u_1} m_2^{u_2}} + \frac{M}{T} + P \log T - N = 0.$$

Cette égalité à elle seule ne suffirait pas, lorsqu'on se donne le volume V et la température T, à déterminer les valeurs des quantités m_1, m_2, m_3. Mais, si l'on désigne par $\mathfrak{M}$ le poids total du système, il est aisé de voir que l'on a

$$(8)\quad \begin{cases} m_1 = \dfrac{\varpi_1}{\varpi_1 + \varpi_2} (\mathfrak{M} - m_3), \\ m_2 = \dfrac{\varpi_2}{\varpi_1 + \varpi_2} (\mathfrak{M} - m_3). \end{cases}$$

Les relations (7) et (8) donnent, dans chaque cas particulier, les valeurs des quantités m_1, m_2, m_3.

Pour que l'étude de la dissociation du composé soit complète, il reste à examiner comment varie la chaleur de formation de ce composé.

Si l'on désigne par L la valeur de la quantité de chaleur dégagée par la formation, sous volume constant, de l'unité de poids du composé dans un système ayant une certaine composition et un certain volume, et porté à la température T, on a

$$(9)\quad (\varpi_1 + \varpi_2)L + [(\varpi_1 + \varpi_2)c_3 - \varpi_1 c_1 - \varpi_2 c_2]T = -K\lambda M.$$

Cette relation conduit à certaines conséquences auxquelles M. G. Kirchhoff était déjà arrivé par une autre voie : la chaleur

de formation du composé sous volume constant ne dépend ni de la composition du système, ni du volume qu'il occupe : elle dépend uniquement de la température. L'égalité précédente permet de trouver la relation qui existe entre L et T; cette relation est la suivante

$$(10) \qquad L - L_0 = \frac{\varpi_1 c_1 + \varpi_2 c_2 - (\varpi_1 + \varpi_2) c_3}{\varpi_1 + \varpi_2} (T - T_0),$$

ou bien, en tenant compte de l'égalité (5),

$$(11) \qquad L - L_0 = \frac{c_3 \psi(u_1 + u_2)}{w} (T - T_0).$$

Telles sont les relations fondamentales dont nous aurons à nous servir dans ce qui va suivre.

Proposons-nous de chercher comment varie la quantité m_3 lorsque l'on échauffe le système soit sous volume constant, soit sous pression constante, en nous bornant au cas où la quantité M est négative, ce qui suppose que le composé considéré soit exothermique à toute température. Nous avons discuté ailleurs la dissociation des composés endothermiques.

Si M est négatif, il est aisé de voir que les formules (7) et (8) donnent, pour $T = 0$, $m_3 = \mathfrak{M}$ et, pour $T = +\infty$, $m_3 = 0$. Il va sans dire que ces formules, établies en supposant les gaz parfaits, ne peuvent représenter les phénomènes qu'entre certaines limites de température. Mais on peut toujours, pour les discuter, faire varier la température dans toute l'étendue de l'échelle thermométrique, quitte à ne conserver, parmi les résultats obtenus, que ceux qui sont relatifs aux températures comprises entre des limites convenables.

Formons la dérivée $\frac{dm_3}{dT}$.

L'égalité (7) donne

$$(12) \quad \psi(u_1 + u_2)\frac{dV}{V} + \frac{w\, dm_3}{m_3} - \frac{u_1\, dm_1}{m_1} - \frac{u_2\, dm_2}{m_2} - \left(\frac{M}{T^2} - \frac{P}{T}\right) dT = 0.$$

Si le volume du système est maintenu constant, cette égalité se simplifie et devient

$$(13) \qquad \frac{w\, dm_3}{m_3} - \frac{u_1\, dm_1}{m_1} - \frac{u_2\, dm_2}{m_2} - \left(\frac{M}{T^2} - \frac{P}{T}\right) dT = 0.$$

D'ailleurs les égalités (8) donnent

$$(14)\quad \begin{cases} \dfrac{1}{m_1} = \dfrac{\varpi_1 + \varpi_2}{\varpi_1} \dfrac{1}{\mathfrak{M} - m_3}, \\ \dfrac{1}{m_2} = \dfrac{\varpi_1 + \varpi_2}{\varpi_2} \dfrac{1}{\mathfrak{M} - m_3}, \\ dm_1 = - \dfrac{\varpi_1}{\varpi_1 + \varpi_2} dm_3, \\ dm_2 = - \dfrac{\varpi_2}{\varpi_1 + \varpi_2} dm_3. \end{cases}$$

L'égalité précédente devient donc

$$\left(\frac{w}{m_3} + \frac{u_1}{\mathfrak{M} - m_3} + \frac{u_2}{\mathfrak{M} - m_3}\right) dm_3 - \left(\frac{M}{T^2} - \frac{P}{T}\right) dT = 0.$$

On en déduit sans peine, en tenant compte de l'égalité (1),

$$(15)\qquad \frac{dm_3}{dT} = \frac{m_3(\mathfrak{M} - m_3)\left(\dfrac{M}{T^2} - \dfrac{P}{T}\right)}{\mathfrak{M} w + m_3 \psi(u_1 + u_2)}.$$

La quantité P étant essentiellement positive et la quantité M étant négative par hypothèse, on voit sans peine que la quantité $\frac{dm_3}{dT}$ est toujours négative; elle s'annule seulement pour $T = 0$ et pour $T = +\infty$. Lorsque T parcourt toute l'échelle thermométrique, la quantité m_3 varie, en décroissant sans cesse, de $\mathfrak{M}$ à 0.

Supposons maintenant que la combinaison se fasse non plus sous volume constant, mais sous pression constante; nous avons encore l'égalité (12)

$$\psi(u_1 + u_2) \frac{dV}{V} + \frac{w\, dm_3}{m_3} - \frac{u_1\, dm_1}{m_1} - \frac{u_2\, dm_2}{m_2} - \left(\frac{M}{T^2} - \frac{P}{T}\right) dT = 0,$$

à laquelle les égalités (14) permettent de donner la forme

$$(16)\qquad \frac{\psi(u_1 + u_2)}{V} \frac{dV}{dT} + \frac{\mathfrak{M} w + \psi(u_1 + u_2) m_3}{m_3(\mathfrak{M} - m_3)} \frac{dm_3}{dT} - \left(\frac{M}{T^2} - \frac{P}{T}\right) = 0.$$

Évaluons la quantité

$$\frac{1}{V} \frac{dV}{dT}.$$

Soient p_1, p_2, p_3 les pressions exercées séparément par les poids m_1, m_2, m_3 des trois gaz sous le volume V, à la tempéra-

ture T. Leur somme représente la pression Π supportée par le système, pression qui, par hypothèse, est constante :

$$(17) \qquad p_1 + p_2 + p_3 = \Pi.$$

Soit a le poids spécifique de l'air à la température T_0 sous la pression Π. D'après la signification des quantités Δ_1, Δ_2, Δ_3, nous aurons

$$m_1 = a V \frac{T_0}{T} \frac{p_1}{\Pi} \Delta_1,$$

$$m_2 = a V \frac{T_0}{T} \frac{p_2}{\Pi} \Delta_2,$$

$$m_3 = a V \frac{T_0}{T} \frac{p_3}{\Pi} \Delta_3.$$

Ces trois expressions, en tenant compte de l'égalité (17), donnent

$$a \frac{T_0}{T} V = \frac{m_1}{\Delta_1} + \frac{m_2}{\Delta_2} + \frac{m_3}{\Delta_3}.$$

Mais, d'autre part, on a

$$\varpi_1 = a u_1 \Delta_1,$$

$$\varpi_2 = a u_2 \Delta_2,$$

$$\varpi_1 + \varpi_2 = a w \Delta_3.$$

On a donc

$$\frac{m_1}{\Delta_1} + \frac{m_2}{\Delta_2} + \frac{m_3}{\Delta_3} = a \left(\frac{u_1 m_1}{\varpi_1} + \frac{u_2 m_2}{\varpi_2} + \frac{w m_3}{\varpi_1 + \varpi_2} \right),$$

ou bien, en vertu des égalités (18),

$$\frac{m_1}{\Delta_1} + \frac{m_2}{\Delta_2} + \frac{m_3}{\Delta_3} = \frac{a}{\varpi_1 + \varpi_2} [(u_1 + u_2)(\mathfrak{M} - m_3) + w m_3],$$

ce qui donne

$$(18) \qquad V = \frac{T}{T_0} \frac{1}{\varpi_1 + \varpi_2} [(u_1 + u_2) \mathfrak{M} - \psi (u_1 + u_2) m_3].$$

De là on déduit

$$(19) \qquad \frac{dV}{dT} = \frac{1}{T_0} \frac{u_1 + u_2}{\varpi_1 + \varpi_2} (\mathfrak{M} - \psi m_3) - \frac{T}{T_0} \frac{\psi (u_1 + u_2)}{\varpi_1 + \varpi_2} \frac{dm_3}{dT}.$$

Ces égalités (18) et (19) donnent

$$(20) \qquad \frac{1}{V} \frac{dV}{dT} = \frac{1}{T} - \frac{\psi}{\mathfrak{M} - \psi m_3} \frac{dm_3}{dT}.$$

En reportant dans l'égalité (16) cette valeur de $\frac{1}{V}\frac{dV}{dT}$, on trouve

$$(21)\qquad \frac{\mathfrak{M}^2 w}{\mathfrak{M}^2 m_3 - (1+\psi)\mathfrak{M}\, m_3^2 + \psi m_3}\frac{dm_3}{dT} + \frac{P + \psi(u_1 + u_2)}{T} - \frac{M}{T^2} = 0.$$

Si l'on remarque que la quantité

$$\mathfrak{M}^2 m_3 - (1+\psi)\mathfrak{M}\, m_3^2 + \psi m_3 = m_3(\mathfrak{M} - m_3)(\mathfrak{M} - \psi m_3)$$

est certainement positive, puisque ψ est inférieur à l'unité, on voit sans peine que la quantité $\frac{dm_3}{dT}$ est encore constamment négative.

2. *Capacité calorifique sous volume constant.* — Pour élever de dT la température du système en maintenant son volume constant, il faut lui fournir une quantité de chaleur dQ. Si nous posons

$$(22)\qquad \frac{dQ}{dT} = \mathfrak{M}\gamma,$$

la quantité γ sera la capacité calorifique à volume constant de la combinaison considérée. La capacité à volume constant n'a pas été étudiée par MM. Berthelot et Ogier. Toutefois il convient de l'examiner ici, afin que le présent travail ne présente pas de lacune, et, comme les formules relatives à la capacité calorifique sous volume constant sont un peu plus simples que les formules relatives à la capacité calorifique sous pression constante, il convient de commencer par la discussion des premières.

Nous avons évidemment

$$dQ = (m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3)\, dT - L\, dm_3$$

et, par conséquent,

$$(23)\qquad \mathfrak{M}\gamma = m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3 - L\frac{dm_3}{dT},$$

ce que les égalités (8) permettent d'écrire

$$(24)\qquad \mathfrak{M}\gamma = \frac{\varpi_1 c_1 + \varpi_2 c_2}{\varpi_1 + \varpi_2}\mathfrak{M} + \frac{(\varpi_1 + \varpi_2)c_3 - \varpi_1 c_1 - \varpi_2 c_2}{\varpi_1 + \varpi_2} m_3 - L\frac{dm_3}{dT}$$

ou bien, en tenant compte des égalités (5), (11) et (15),

$$(25)\quad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{M}\gamma = {} & \frac{\varpi_1 c_1 + \varpi_2 c_2}{\varpi_1 + \varpi_2}\mathfrak{M} - c_3 \psi \frac{u_1 + u_2}{w} m_3 \\ & - \left[L_0 + c_3 \frac{\psi(u_1+u_2)}{w}(T - T_0)\right] \frac{m_3(\mathfrak{M} - m_3)\left(\frac{M}{T^2} - \frac{P}{T}\right)}{\mathfrak{M}w + m_3\psi(u_1+u_2)}. \end{aligned}\right.$$

Telle est l'expression de la quantité γ, expression qu'il s'agit maintenant de discuter, en se souvenant que m_3 est lié à T par les relations (7) et (8).

Pour $T = 0$, on a $m_1 = 0$, $m_2 = 0$, $m_3 = \mathfrak{M}$, $\frac{dm_3}{dT} = 0$. La relation (23) montre alors immédiatement que l'on a

$$\gamma = c_3.$$

La capacité calorifique est égale à la chaleur spécifique sous volume constant de la combinaison considérée.

Lorsque T croît au delà de toute limite, m_3 et $\frac{dm_3}{dT}$ tendent vers zéro. La formule (24) montre alors que γ tend vers $\frac{\varpi_1 c_1 + \varpi_2 c_2}{\varpi_1 + \varpi_2}$, c'est-à-dire vers la chaleur spécifique moyenne sous volume constant des éléments dissociés. La relation (5)

$$\varpi_1 c_1 + \varpi_2 c_2 - (\varpi_1 + \varpi_2)c_3 = \frac{c_3 \psi(u_1 + u_2)(\varpi_1 + \varpi_2)}{w}$$

montre que la valeur finale de γ est supérieure à sa valeur initiale.

Il est facile de voir que γ ne peut jamais prendre une valeur inférieure à c_3. Nous avons en effet, d'après les relations (5) et (25),

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}(\gamma - c_3) = {} & c_3 \psi \frac{u_1 + u_2}{w}(\mathfrak{M} - m_3) \\ & - \left[L_0 + c_3 \frac{\psi(u_1+u_2)}{w}(T - T_0)\right] \frac{m_3(\mathfrak{M} - m_3)\left(\frac{M}{T^2} - \frac{P}{T}\right)}{\mathfrak{M}w + m_3\psi(u_1+u_2)}, \end{aligned}$$

et le second membre de cette égalité est une quantité essentiellement positive.

L'égalité (25) nous permet d'écrire

$$\mathfrak{M}\frac{d\gamma}{dT} = -\frac{dm_3}{dt}\Bigg\{\frac{c_3\psi(u_1+u_2)}{\varpi} + \frac{L(M-PT)}{T^2}\,\frac{\mathfrak{M}^2\varpi - 3\mathfrak{M}\,m_3\varpi - 2m_3^2\psi(u_1+u_2)}{[\mathfrak{M}\varpi + m_3\psi(u_1+u_2)]^2} + \frac{1}{\frac{dm_3}{dt}}\left[L + \frac{c_3\psi(u_1+u_2)}{\varpi}\right]\frac{m_3(\mathfrak{M}-m_3)\left(\frac{M}{T^2}-\frac{P}{T}\right)}{\mathfrak{M}\varpi + m_3\psi(u_1+u_2)}\Bigg\},$$

ou bien, en remplaçant dans la parenthèse $\frac{dm_3}{dT}$ par sa valeur (15),

$$(26)\quad \left\{\begin{aligned}\mathfrak{M}\frac{d\gamma}{dT} = -\frac{dm_3}{dT}\Bigg\{&\frac{2c_3\psi(u_1+u_2)}{\varpi} + \frac{L}{T}\,\frac{2M-PT}{M-PT}\\ &+ \frac{L(M-PT)}{T^2}\,\frac{\mathfrak{M}^2\varpi - 3\mathfrak{M}m_3\varpi - 2m_3^2\psi(u_1+u_2)}{[\mathfrak{M}\varpi + m_3\psi(u_1+u_2)]^2}\Bigg\}.\end{aligned}\right.$$

Cette égalité (26) peut s'écrire

$$\mathfrak{M}\frac{d\gamma}{dT} = -\frac{1}{T^2}\frac{dm_3}{dT}\left[\frac{2}{\psi(u_1+u_2)+\varpi} + \varepsilon\right],$$

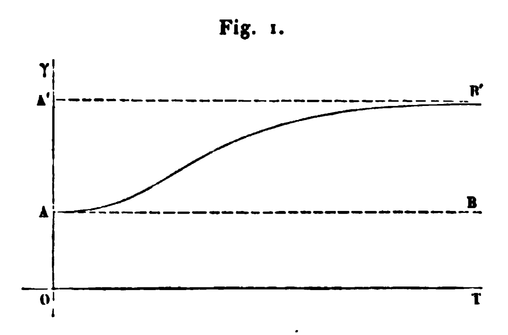
ε tendant vers zéro lorsque T tend vers zéro. D'ailleurs, des égalités (7) et (8) on déduit aisément que $\frac{1}{T^2}\frac{dm_3}{dT}$ tend vers zéro lorsque T tend vers zéro. Par conséquent, la quantité $\frac{d\gamma}{dT}$ tend elle-même vers zéro par valeurs positives lorsque T tend vers zéro.

Traçons deux parallèles à l'axe des températures : l'une, AB, ayant pour ordonnée $\frac{\varpi_1 c_1 + \varpi_2 c_2}{\varpi_1 + \varpi_2}$, l'autre, A'B', ayant pour ordonnée c_3. La courbe dont les ordonnées représentent les valeurs de γ qui correspondent aux diverses valeurs de T est tout entière située au-dessus de AB. Pour $T = 0$, elle part du point A, tangentiellement à la droite AB. Elle admet pour asymptote la droite A'B'. Mais on peut se demander si elle s'approche de cette asymptote en s'élevant sans cesse, et par conséquent en restant constamment au-dessous de cette asymptote, comme dans la *fig.* 1, ou bien si elle s'élève d'abord au-dessus de cette asymptote pour redescendre ensuite vers elle, comme dans la *fig.* 2.

Pour décider la question cherchons si, lorsque T croît au delà

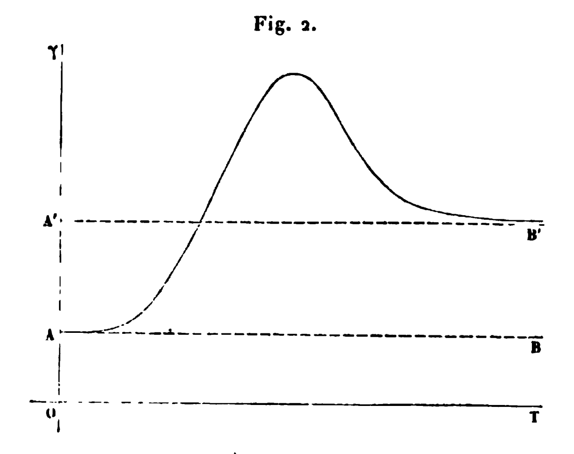
de toute limite, γ tend vers $\frac{\varpi_1 c_1 + \varpi_2 c_2}{\varpi_1 + \varpi_2}$ par valeurs inférieures ou supérieures à cette quantité; cherchons en d'autres termes si,

Fig. 1.



lorsque T croît au delà de toute limite, $\frac{d\gamma}{dt}$ tend vers zéro par valeurs positives ou par valeurs négatives.

Fig. 2.



Cette question est aisée à résoudre. Lorsque T croît au delà de toute limite, m_3 tend vers zéro. D'après l'égalité (11),

$$L - L_0 = \frac{c_3 \psi(u_1 + u_2)}{u'} (T - T_0),$$

la quantité $\frac{L}{T}$ tend vers $\frac{c_3 \psi(u_1 + u_2)}{u'}$. L'égalité (26) peut donc s'é-

crire

$$\mathfrak{M}\frac{d\Upsilon}{dT} = -\frac{dm_3}{dT}\,\frac{c_3\psi(u_1+u_2)}{w}\left(3-\frac{P}{w}+\varepsilon\right),$$

ε tendant vers zéro lorsque T croît au delà de toute limite.

Dès lors on arrive sans peine à la conclusion suivante : si l'on a l'inégalité

$$(27)\qquad 3 > \frac{P}{w},$$

la courbe qui représente la capacité calorifique a la forme donnée dans la *fig.* 1. Au contraire, si l'on a l'inégalité

$$(27\,bis)\qquad 3 < \frac{P}{w},$$

la courbe qui représente la capacité calorifique a la forme donnée dans la *fig.* 2.

D'après la dernière des égalités (6), on a

$$P = \frac{c_3\psi(u_1+u_2)(\varpi_1+\omega_2)}{w K\lambda}.$$

D'après l'égalité (4), on a

$$K = \frac{k}{E}.$$

Si nous désignons par R_3 la valeur qu'il faut donner à la constante R pour appliquer à l'unité de poids du composé considéré l'équation

$$pv = RT,$$

qui représente les lois de Mariotte et de Gay-Lussac, on aura, en vertu de l'égalité (3),

$$R_3 = \frac{k}{\Delta_3}.$$

Enfin l'égalité (2) donne

$$\lambda = \frac{\varpi_1+\varpi_2}{w\Delta_3}.$$

Tous ces résultats nous donnent

$$\frac{P}{w} = E\psi\,\frac{u_1+u_2}{w}\,\frac{c_3}{R_3}.$$

Mais, si nous désignons par C_3 la chaleur spécifique sous pres-

sion constante de la combinaison considérée, l'équation bien connue de R. Mayer nous donne

$$C_3 - c_3 = \frac{R_3}{E},$$

ou bien

$$\frac{E c_3}{R_3} = \frac{1}{\frac{C_3}{c_3} - 1}.$$

Désignons par μ le rapport des chaleurs spécifiques des gaz parfaits

$$\mu = \frac{C_3}{c_3};$$

nous pourrons écrire, à la place de l'inégalité (27),

$$(28) \qquad \psi \frac{u_1 + u_2}{w} < 3(\mu - 1),$$

et à la place de l'inégalité (27 *bis*)

$$(28\ bis) \qquad \psi \frac{u_1 + u_2}{w} > 3(\mu - 1).$$

Ces inégalités peuvent se mettre sous une forme plus commode. En effet,

$$\psi \frac{u_1 + u_2}{w} = \frac{u_1 + u_2 - w}{w} = \frac{u_1 + u_2}{w} - 1.$$

Désignons par r le rapport $\frac{u_1 + u_2}{w}$, c'est-à-dire le rapport du volume des gaz qui proviennent de la décomposition d'un certain volume du corps considéré à ce dernier volume ; nous pourrons écrire, au lieu de l'égalité (28),

$$(29) \qquad r < 3\mu - 2,$$

et au lieu de l'inégalité (28 *bis*)

$$(29\ bis) \qquad r > 3\mu - 2.$$

Donc, si une combinaison se trouve dans le cas qui est défini par l'inégalité (29), la courbe qui représente les variations de sa capacité calorifique aura la forme donnée par la *fig.* 1. Au contraire, si une combinaison se trouve dans le cas qui est défini par

l'inégalité (29 *bis*), la courbe qui représente les variations de sa capacité calorifique aura la forme donnée par la *fig.* 2.

C'est évidemment une circonstance remarquable qu'une combinaison puisse être rangée dans l'une ou dans l'autre des deux catégories par la seule considération du rapport qui existe entre le volume des gaz composants et le volume du composé, et cela au moyen d'une règle très simple, tandis que les variations de la capacité calorifique dépendent en réalité d'une manière très compliquée de la chaleur de formation du composé.

Il est aisé de donner les valeurs numériques du rapport r pour lesquelles une combinaison se trouve placée dans l'une ou dans l'autre des deux catégories; la quantité μ, en effet, est sensiblement égale à 1,40. La quantité $(3\mu - 2)$ a donc pour valeur 2,20 environ. Les inégalités (29) et (29 *bis*) peuvent donc être remplacées par

$$r < 2,20 \tag{30}$$

et

$$r > 2,20. \tag{30 bis}$$

3. *Capacité calorifique sous pression constante.* — Passons maintenant à l'étude de la capacité calorifique sous pression constante.

Lorsque, la pression exercée par les gaz qui forment le système demeurant constamment égale à Π, on augmente de dT la température du système, les poids m_1, m_2, m_3 augmentent de dm_1, dm_2, dm_3. Une quantité de chaleur dQ est absorbée par le système. Si l'on pose

$$\frac{dQ}{dT} = \mathfrak{M}\Gamma, \tag{31}$$

la quantité Γ sera la capacité calorifique sous la pression constante Π de l'unité de poids du système.

Pour calculer dQ, décomposons la transformation en trois phases :

1° A température constante et sous volume constant, il se produit une réaction chimique, telle que m_1, m_2, m_3 varient de

dm_1, dm_2, dm_3. Le système absorbe une quantité de chaleur $-\mathrm{L}\,dm_3$.

2° On maintient constants le volume et la composition du système, et l'on élève sa température de $d\mathrm{T}$. Il absorbe une quantité de chaleur

$$(m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3)\,d\mathrm{T}.$$

3° On laisse constantes la composition du système et la température T, et l'on augmente le volume d'une quantité $d\mathrm{V}$, telle que la pression reprenne la valeur Π qu'elle avait au commencement de la première phase. Le système absorbe une quantité de chaleur $\frac{1}{\mathrm{E}}\Pi\,d\mathrm{V}$.

On a alors

$$d\mathrm{Q} = (m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 e_3)\,d\mathrm{T} + \frac{1}{\mathrm{E}}\Pi\,d\mathrm{V} - \mathrm{L}\,dm_3$$

et, par conséquent,

$$\mathfrak{M}\Gamma = m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3 + \frac{1}{\mathrm{E}}\Pi\frac{d\mathrm{V}}{d\mathrm{T}} - \mathrm{L}\frac{dm_3}{d\mathrm{T}}. \tag{32}$$

Les égalités (8) et (5) permettent d'écrire, comme dans le cas précédent,

$$m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3 - \frac{\varpi_1 c_1 + \varpi_2 c_2}{\varpi_1 + \varpi_2}\mathfrak{M} - c_3 \psi \frac{u_1 + u_2}{w} m_3.$$

D'après la formule (11), on a

$$\mathrm{L} = \mathrm{L}_0 + \frac{c_3 \psi(u_1 + u_2)}{w}(\mathrm{T} - \mathrm{T}_0).$$

D'après la formule (19), on a

$$\frac{d\mathrm{V}}{d\mathrm{T}} = \frac{1}{\mathrm{T}_0}\frac{u_1 + u_2}{\varpi_1 + \varpi_2}(\mathfrak{M} - \psi m_3) - \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{T}_0}\frac{\psi(u_1 + u_2)}{\varpi_1 + \varpi_2}\frac{dm_3}{d\mathrm{T}}.$$

Enfin, d'après la formule (21), on a

$$\frac{dm_3}{d\mathrm{T}} = -\left[\frac{\mathrm{P} + \psi(u_1 + u_2)}{\mathrm{T}} - \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{T}^2}\right]\frac{\mathfrak{M}^2 m_3 - (1+\psi)\mathfrak{M}\,m_3^2 + \psi m_3^3}{\mathfrak{M}^2 w}.$$

En vertu de ces diverses égalités, l'égalité (32) devient

$$(33)\quad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{M}\Gamma = \frac{1}{\varpi_1+\varpi_2}\Big\{&\left[\varpi_1 c_1+\varpi_2 c_2+\frac{\Pi}{ET_0}(u_1+u_2)\right] \\ &\times \mathfrak{M} - \frac{\psi(u_1+u_2)}{w}\left[(\varpi_1+\varpi_2)c_3+\frac{\Pi}{ET_0}w\right]m_3\Big\} \\ &+\left[L_0+\frac{c_3\psi(u_1+u_2)}{w}(T-T_0)+\frac{1}{E}\frac{\Pi T}{T_0}\frac{\psi(u_1+u_2)}{\varpi_1+\varpi_2}\right] \\ &\times\left[\frac{P+\psi(u_1+u_2)}{T}-\frac{M}{T^2}\right]\Theta(m_3), \end{aligned}\right.$$

en posant, pour abréger l'écriture,

$$(34)\qquad \Theta(m_3) = \frac{\mathfrak{M}^2 m_3 - (1+\psi)\mathfrak{M}\, m_3^2 + \psi m_3^3}{\mathfrak{M}^2 w}.$$

Si l'on joint à l'égalité (33) les relations (7) et (8) qui lient les deux variables m_3 et T, on obtient la loi qui régit les variations que la capacité calorifique sous pression constante Γ éprouve lorsque l'on fait varier la température T. C'est cette loi qu'il s'agit d'étudier.

Lorsque T tend vers zéro, m_3 tend vers $\mathfrak{M}$; $\Theta(m_3)$ tend vers zéro, et il en est de même du quotient de $\Theta(m_3)$ par une puissance quelconque de T; par conséquent Γ tend vers

$$\frac{1}{\varpi_1+\varpi_2}\left[\varpi_1 c_1+\varpi_2 c_2-\frac{\psi(u_1+u_2)}{w}(\varpi_1+\varpi_2)c_3+\frac{\Pi w}{ET_0}\right],$$

ou bien, en vertu de l'égalité (5), vers

$$c_3+\frac{\Pi}{ET_0}\frac{w}{\varpi_1+\varpi_2}.$$

Mais, en vertu de l'égalité (3), on a

$$\Pi w = \frac{k}{\Delta_3}(\varpi_1+\varpi_2)T_0.$$

La quantité précédente peut donc s'écrire

$$c_3+\frac{k}{E\Delta_3}.$$

D'autre part, la relation de R. Mayer nous donne

$$C_3-c_3=\frac{k}{E\Delta_3}.$$

On voit donc que, lorsque T tend vers zéro, Γ tend vers la chaleur spécifique sous volume constant C_3 de la combinaison considérée.

Lorsque T croît au delà de toute limite, m_3 tend vers zéro; $\Theta(m_3)$ tend vers zéro, et il en est de même du produit de $\Theta(m_3)$ par une puissance quelconque de T. Il en résulte que Γ tend vers

$$\frac{\varpi_1 c_1 + \varpi_2 c_2 + \frac{\Pi}{ET_0}(u_1 + u_2)}{\varpi_1 + \varpi_2},$$

quantité que, par une démonstration analogue à la précédente, on trouve égale à

$$\frac{\varpi_1 C_1 + \varpi_2 C_2}{\varpi_1 + \varpi_2}.$$

Donc, lorsque T croît au delà de toute limite, Γ tend vers la chaleur spécifique moyenne sous pression constante du mélange de gaz obtenu par la décomposition du corps considéré.

Les relations

$$\varpi_1 c_1 + \varpi_2 c_2 - (\varpi_1 + \varpi_2) c_3 = \frac{\psi(u_1 + u_2)}{w} c_3,$$

$$\varpi_1 c_1 + \varpi_2 c_2 + \frac{\Pi}{ET_0}(u_1 + u_2) = \varpi_1 C_1 + \varpi_2 C_2,$$

$$(\varpi_1 + \varpi_2) c_3 + \frac{\Pi}{ET_0} w = (\varpi_1 + \varpi_2) C_3$$

donnent

$$\varpi_1 C_1 + \varpi_2 C_2 - (\varpi_1 + \varpi_2) C_3 = \frac{\psi(u_1 + u_2)}{w} C_3, \tag{35}$$

ce qui montre que la valeur finale de Γ est supérieure à sa valeur initiale.

En différentiant l'égalité (33), nous trouvons

$$(36)\quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{M} \frac{d\Gamma}{dT} = &- \frac{\psi(u_1 + u_2)}{(\varpi_1 + \varpi_2) w} \left[(\varpi_1 + \varpi_2) c_3 + \frac{\Pi}{ET_0} w \right] \frac{dm_3}{dT} \\ &- \left\{ \left[L_0 - \frac{c_3 \psi(u_1 + u_2)}{w} T_0 \right] \left[\frac{P + \psi(u_1 + u_2)}{T^2} - \frac{2M}{T^3} \right] \right. \\ &\left. - \left[\frac{c_3 \psi(u_1 + u_2)}{w} + \frac{1}{E} \frac{\Pi}{T_0} \frac{\psi(u_1 + u_2)}{\varpi_1 + \varpi_2} \right] \frac{M}{T^2} \right\} \Theta(m_3) \\ &+ \left[L_0 + \frac{c_3 \psi(u_1 + u_2)}{w} (T - T_0) + \frac{1}{E} \frac{\Pi T}{T_0} \frac{\psi(u_1 + u_2)}{\varpi_1 + \varpi_2} \right] \\ &\times \left[\frac{P + \psi(u_1 + u_2)}{T} - \frac{M}{T^2} \right] H(m_3) \frac{dm_3}{dT}; \end{aligned} \right.$$

en posant, pour abréger,

$$\text{(37)}\qquad H(m_3) = \frac{d\Theta(m_3)}{dm_3} = \frac{\mathfrak{M}^2 - 2(1+\psi)\mathfrak{M}m_3 + 3\psi m_3^2}{\mathfrak{M}^2 w}.$$

Si l'on observe qu'en vertu des égalités (34) et (21)

$$\frac{\Theta(m_3)}{\frac{dm_3}{dT}} = \frac{1}{\frac{M}{T^2} - \frac{P+\psi(u_1+u_2)}{T}},$$

l'égalité (36) pourra s'écrire

$$\text{(38)}\qquad \begin{aligned} \mathfrak{M}\frac{d\Gamma}{dT} = -\frac{dm_3}{dT}\Bigg(& \frac{\psi(u_1+u_2)}{(\varpi_1+\varpi_2)w}\left[(\varpi_1+\varpi_2)c_3 + \frac{\Pi}{ET_0}w\right] \\ & -\left[L_0 + \frac{c_3\psi(u_1+u_2)}{w}(T-T_0) + \frac{1}{E}\frac{\Pi T}{T_0}\frac{\psi(u_1+u_2)}{\varpi_1+\varpi_2}\right] \\ & \times\left[\frac{P+\psi(u_1+u_2)}{T} - \frac{M}{T^2}\right]H(m_3) \\ & - \frac{1}{\frac{P+\psi(u_1+u_2)}{T} - \frac{M}{T^2}} \\ & \times\left[\frac{c_3\psi(u_1+u_2)}{w} + \frac{1}{E}\frac{\Pi}{T_0}\frac{\psi(u_1+u_2)}{\varpi_1+\varpi_2}\right]\frac{M}{T^2} \\ & - L_0 - \left\{\left[\frac{c_3\psi(u_1+u_2)}{w}T_0\right]\left[\frac{P+\psi(u_1+u_2)}{T^2} - \frac{2M}{T^3}\right]\right\}\Bigg). \end{aligned}$$

Pour $T = 0$, il est aisé de voir que cette formule donne

$$\frac{d\Gamma}{dT} = 0.$$

Donc, pour $T = 0$, la capacité calorifique Γ a pour valeur C_3. La courbe part tangentiellement à une parallèle AB à l'axe des températures, parallèle qui a pour ordonnée Γ. On verrait aisément que la courbe ne descend jamais au-dessous de cette parallèle. Lorsque T grandit au delà de toute limite, elle tend vers une asymptote A′B′, parallèle à l'axe des températures, dont l'ordonnée est $\frac{\varpi_1 C_1 + \varpi_2 C_2}{\varpi_1+\varpi_2}$. Il s'agit de savoir si la capacité calorifique Γ tend vers cette dernière limite par valeurs plus grandes que cette limite ou par valeurs moindres ; ou, en d'autres termes, si la courbe représentative des valeurs de Γ a la forme donnée par la *fig.* 2 ou la forme donnée par la *fig.* 1.

Cette question est aisée à résoudre. En effet, la formule (38) peut s'écrire

$$(39)\quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{M} \frac{d\Gamma}{dT} = & -\frac{\psi(u_1+u_2)}{(\varpi_1+\varpi_2)w} \frac{dm_1}{dT} \left\{ \left[(\varpi_1+\varpi_2)c_3 + \frac{\Pi w}{ET_0}\right] \right. \\ & \left. \times \left[1 - \frac{P+\psi(u_1+u_2)}{w}\right] + \varepsilon \right\}, \end{aligned} \right.$$

ε tendant vers zéro, lorsque T croît au delà de toute limite.

Comme $\frac{dm_1}{dT}$ est négatif, on voit que le signe de $\mathfrak{M} \frac{d\Gamma}{dT}$ sera celui de

$$1 - \frac{P+\psi(u_1+u_2)}{w}.$$

Si donc on a

$$(40)\qquad \frac{P+\psi(u_1+u_2)}{w} < 1,$$

la courbe aura la forme représenté par la *fig.* 1. Si, au contraire, on a

$$(40\ bis)\qquad \frac{P+\psi(u_1+u_2)}{w} > 1,$$

la courbe aura la forme représentée par la *fig.* 2.

Or, nous avons vu au n° **2** que l'on avait

$$\frac{P}{w} = E\psi \frac{u_1+u_2}{w} \frac{c_3}{R_3}$$

et

$$\frac{Ec_3}{R_3} = \frac{1}{\frac{C_3}{c_3} - 1} = \frac{1}{\mu - 1}.$$

L'inégalité (40) peut donc être remplacée par l'inégalité

$$(41)\qquad \frac{\psi(u_1+u_2)}{w}\left(1 + \frac{1}{\mu-1}\right) < 1$$

et l'inégalité (40 *bis*) par l'inégalité

$$(41\ bis)\qquad \frac{\psi(u_1+u_2)}{w}\left(1 + \frac{1}{\mu-1}\right) > 1.$$

Posons, comme au n° **2**,

$$r = \frac{u_1+u_2}{w},$$

et ces inégalités deviendront

$$(12) \qquad r < 2 - \frac{1}{\mu}$$

et

$$(12\,bis) \qquad r > 2 - \frac{1}{\mu}.$$

Donc, si le rapport du volume du mélange gazeux provenant de la décomposition du corps étudié au volume même de ce corps est inférieur à $2 - \frac{1}{\mu}$, la courbe qui représente les variations de la capacité calorifique sous pression constante a la forme donnée par la *fig.* 1. Si, au contraire, ce rapport est supérieur à $2 - \frac{1}{\mu}$, la courbe a la forme donnée par la *fig.* 2.

Si l'on calcule numériquement cette quantité $2 - \frac{1}{\mu}$, en prenant $\mu = 1,40$, on la trouve égale à $\frac{9}{7}$.

Si nous appliquons ce résultat à l'acide hypoazotique, et si nous admettons que ce corps forme à basse température le polymère Az^2O^4 qui se dédoublerait ensuite en $2AzO^2$, nous voyons que la chaleur spécifique sous pression constante de l'acide hypoazotique doit être représentée par une courbe semblable à celle qui est donnée dans la *fig.* 2. Aux très basses températures, la chaleur spécifique serait égale à la chaleur spécifique du corps Az^2O^4; la chaleur spécifique rapportée à l'unité de volume serait celle des gaz parfaits. La chaleur spécifique n'éprouverait pas d'abord de variations sensibles; puis elle croîtrait de manière à surpasser la chaleur spécifique du corps AzO^2, c'est-à-dire de telle sorte que la chaleur spécifique rapportée à l'unité de volume surpasse la chaleur spécifique des gaz parfaits. La chaleur spécifique décroîtrait ensuite d'abord rapidement, puis plus lentement, de manière à tendre vers la chaleur spécifique du gaz AzO^2. La chaleur spécifique du gaz, rapportée à l'unité de volume, tendrait alors vers la chaleur spécifique des gaz parfaits.

La portion de la courbe relative aux températures qui surpassent la température pour laquelle Γ est maximum correspond assez exactement aux phénomènes observés par MM. Berthelot et Ogier aux températures supérieures au point d'ébullition de l'acide hypoazo-

tique. Il est cependant nécessaire de signaler un léger désaccord et d'en indiquer l'interprétation possible. Lorsque la température croît indéfiniment, la chaleur spécifique de l'acide hypoazotique ne décroît pas constamment comme l'indiquerait la *fig.* 1. Lorsqu'elle a à peu près atteint sa limite, cette chaleur spécifique se met à croître lentement. Ce fait ne nous semblera pas extraordinaire si nous nous souvenons que les formules employées dans cette étude supposent essentiellement qu'il s'agit de gaz parfaits, et si nous observons que l'acide hypoazotique, même à 250°, est certainement fort éloigné de cet état. L'accroissement subi par sa chaleur spécifique à des températures où, d'après la théorie précédente, elle devrait présenter une très faible décroissance, peut être mis sur le compte de la différence qui existe entre l'état de l'acide hypoazotique et l'état de gaz parfait, et comparé à l'accroissement que subit la chaleur spécifique de l'acide carbonique; peut-être aussi peut-il être mis sur le compte des impuretés (acide azoteux) que renferme toujours l'acide hypoazotique.

Si nous adoptons cette manière de voir, nous pourrons dire que les formules de M. Gibbs, appliquées à l'hypothèse d'une dissociation de l'acide hypoazotique ou de l'acide acétique, rendent compte de l'allure générale des variations de la chaleur spécifique de ces vapeurs comme elles rendent compte de l'allure générale des variations de la densité. Ces résultats nous paraissent favorables à l'opinion des physiciens qui attribuent toutes ces variations à la dissociation graduelle de polymères.

Il nous reste, pour terminer, à dire quelques mots des résultats obtenus, dans une étude analogue à celle-ci, par M. Boltzmann (¹).

M. Boltzmann cherche, au moyen de la théorie cinétique des gaz, la loi suivant laquelle varie la composition d'un mélange gazeux qui se dissocie; il trouve une expression beaucoup plus simple que celles que nous avons adoptées, conformément à la théorie de M. Gibbs. Mais il nous semble que cette dernière théorie, résultant uniquement des deux principes fondamentaux

(¹) L. Boltzmann, *Ueber das Arbeitsquantum, welches bei chemischen Verbindungen gewonnen werden kann* (*Wiedemann's Annalen der Physik und Chemie*, t. XXII, p. 39; 1884).

de la Thermodynamique, n'est pas sujette aux mêmes objections que la théorie cinétique. D'ailleurs, M. Boltzmann emploie, pour simplifier les résultats de cette dernière, certaines approximations qui ne nous semblent pas pleinement justifiées. Il admet (¹), par exemple, que la chaleur de formation du composé est indépendante de la température, tandis que les principes posés par M. G. Kirchhoff (²) conduisent à tenir grand compte des variations que cette chaleur peut subir lorsque la température croît. Si l'on admet l'égalité des chaleurs spécifiques des gaz parfaits, pris sous le même volume, ces variations sont représentées par l'égalité (11). On est alors conduit à des formules beaucoup plus compliquées que celles de M. Boltzmann, mais dont l'établissement donne certainement prise à moins d'objections.

ÉLECTROMÈTRE ABSOLU SPHÉRIQUE;

PAR M. G. LIPPMANN.

Cet instrument se compose essentiellement d'une sphère métallique isolée, que l'on porte au potentiel V que l'on désire connaître. Cette sphère se trouve partagée, par construction, en deux hémisphères mobiles l'un par rapport à l'autre, et qui se repoussent avec une force égale à f, lorsque leur système est électrisé.

Or on a entre f et V la relation simple et facile à démontrer

$$f = \frac{1}{8} V^2.$$

Pour avoir V, il suffit donc de mesurer f. Cette mesure pourrait être effectuée par divers procédés ; je me suis arrêté au suivant :

D'abord, si l'appareil destiné à mesurer f était extérieur à la sphère métallique, on serait obligé de le mettre assez loin pour que son voisinage n'exerçât pas d'action perturbatrice sensible

---

(¹) BOLTZMANN, *loc. cit.*, p. 65.

(²) G. KIRCHHOFF, *Ueber einen Satz der mechanischen Wärmetheorie, und einige Anwendungen desselben* (*Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie*, Bd. CIII, p. 177; 1858. *Kirchhoff's gesammelte Abhandlungen*, p. 454).

sur la distribution électrique. J'ai donc préféré le mettre tout entier à l'intérieur même de la sphère électrisée, qui est creuse.

L'un des hémisphères est fixe; l'autre, mobile, est suspendu par un système *trifilaire*, c'est-à-dire composé de trois fils verticaux d'égale longueur. Lorsque la répulsion se produit, l'hémisphère mobile ne peut que se déplacer parallèlement à lui-même, les trois fils de la suspension faisant alors un petit angle α avec leur première position verticale. On mesure α par la méthode de la réflexion, à l'aide d'un miroir collé à deux des fils, et visible à travers une petite ouverture (1). On voit qu'en appelant p le poids de l'hémisphère mobile, on a

$$j = p \operatorname{tang} \alpha$$

et, par conséquent,

$$p \operatorname{tang} \alpha = \frac{1}{8} V^2.$$

Il suffit donc de connaître le poids p, qui est invariable; quant au rayon de la sphère, on voit que sa valeur est indifférente.

Dans un second exemplaire du même instrument, le système des deux hémisphères est contenu à l'intérieur d'une enveloppe sphérique concentrique en cuivre que l'on met en communication avec la terre. Ce dispositif augmente la sensibilité de l'instrument et le met à l'abri des courants d'air, ainsi que des perturbations électriques extérieures.

Si l'on appelle a et b les rayons des deux sphères concentriques, on a la formule

$$= \frac{1}{8} \frac{b^2}{(b-a)^2} V^2.$$

Ici l'on a

$$a = 3^{cm},9, \qquad b = 4^{cm},92, \qquad p = 3^{gr},322.$$

Il s'ensuit que, si l'on place une échelle divisée en millimètres à 1^m de la règle, on a, pour valeur de la déviation,

$$d = 0,00373 V^2.$$

Si l'on exprime V en volts, on a

$$d = 0,0000140 V^2.$$

(1) L'appareil a été construit par la maison Bréguet.

Il est avantageux de multiplier optiquement la sensibilité de l'instrument en lisant les déviations à l'aide d'un oculaire de microscope grossissant de 15 à 50 fois, comme l'a proposé récemment M. d'Arsonval. On diminue alors dans le même rapport la déformation, d'ailleurs très petite, que subit le système des deux hémisphères par suite de la déviation.

SUR UN ÉLECTROMÈTRE ABSOLU, A INDICATIONS CONTINUES;

PAR MM. E. BICHAT ET R. BLONDLOT.

Nous avons construit un électromètre fondé sur l'attraction de deux cylindres concentriques, et permettant de mesurer les potentiels en valeur absolue. Cet électromètre a le double avantage de pouvoir être construit très facilement et de donner des indications continues.

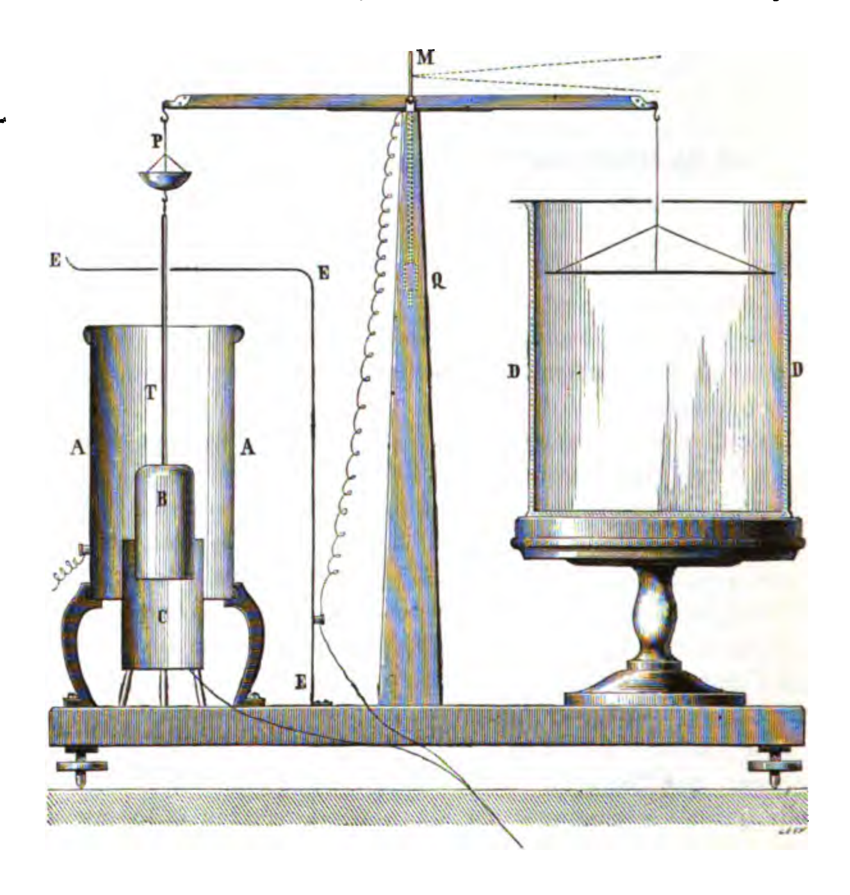
Un cylindre AA isolé est relié à la source dont on veut mesurer le potentiel. Un cylindre B, dont l'axe coïncide avec celui du premier, est suspendu au moyen d'une tige T au plateau P d'une balance et, par l'intermédiaire du fléau de cette balance, communique avec le sol. Ce cylindre BB plonge en partie dans un vase cylindrique C, d'un diamètre un peu plus grand, qui communique également avec le sol. Un écran EEE, relié au sol, laisse passer la tige T par une ouverture; il sert à protéger la balance contre les attractions du cylindre AA.

Le cylindre A exerce sur le cylindre B une force dirigée de bas en haut, que l'on peut évaluer en suivant une marche analogue à celle qui a été employée par Maxwell pour établir la théorie de l'électromètre à quadrants de Sir W. Thomson (¹). L'ensemble des cylindres B et A constitue un condensateur; la longueur de ces cylindres étant suffisamment grande par rapport à leurs diamètres sur la portion moyenne du cylindre B et sur la portion correspondante du cylindre A, la distribution est la même que s'ils étaient infiniment longs, c'est-à-dire que, dans cette région,

---

(¹) MAXWELL, *Électr. et Magn.*, 2ᵉ édition, t. I, p. 177.

les surfaces équipotentielles sont des cylindres concentriques et les lignes de force, des rayons; au-dessus et au-dessous, la distribution est différente. Si l'on suppose que le cylindre B vienne à sortir du cylindre C d'une quantité qui ne soit pas trop grande, on peut considérer le changement de la distribution comme ayant



consisté dans un simple allongement de la portion où la distribution est la même que si les cylindres étaient indéfinis, la portion située au-dessus, où la distribution est irrégulière, s'étant simplement déplacée.

Soient R et r les rayons respectifs des cylindres A et B, V le potentiel de A, celui de B étant zéro; soit, de plus, F la force qui sollicite le cylindre B de bas en haut. Supposons que le cylindre B

se soulève d'une quantité dz : le travail des forces électriques est $F\,dz$. D'après le théorème relatif au déplacement des corps à potentiel constant, ce travail est égal à l'accroissement d'énergie du système. Or l'accroissement de charge est le produit de V par la capacité d'une portion de condensateur cylindrique indéfini de hauteur dz; il est donc égal à $\frac{1}{2}\frac{V\,dz}{L\frac{R}{r}}$. Par suite, l'accroissement d'énergie est $\frac{1}{4}\frac{V^2\,dz}{L\frac{R}{r}}$, et l'on a l'équation

$$F\,dz = \frac{V^2\,dz}{4L\frac{R}{r}},$$

d'où

$$V^2 = 4F.L\frac{R}{r}.$$

Si l'on mesure R et r en centimètres et F en dynes, on aura V^2 en unités absolues du système C.G.S.

Pour mesurer F on met des poids marqués sur le plateau P de la balance, jusqu'au moment où l'équilibre est rétabli. La valeur de ces poids, exprimée en grammes, multipliée par le nombre g, donne la force exprimée en dynes.

Afin d'amortir les oscillations du fléau, on suspend à la place du second plateau de la balance un large disque en carton qui peut monter et descendre dans un vase cylindrique DD en verre, d'un diamètre un peu plus grand. Le frottement de l'air rend l'appareil presque apériodique.

La force F étant, dans des limites étendues, indépendante de la position du cylindre B, il en résulte que l'on peut aussi se servir de l'instrument sans employer des poids, et en observant simplement l'inclinaison du fléau. Un miroir M, fixé au-dessus du couteau, permet de mesurer cette inclinaison par la méthode de la réflexion. Lorsque l'équilibre est établi, F est égale à une constante multipliée par la tangente de l'angle d'inclinaison. Cette constante se détermine, une fois pour toutes, en plaçant dans le plateau P un poids connu, l'électromètre étant déchargé, et en observant la déviation correspondante.

Pour les petites déviations, la force F est proportionnelle au

nombre de divisions qui ont passé devant le réticule de la lunette. Un contrepoids Q, mobile le long d'une aiguille perpendiculaire au fléau, permet de modifier à volonté la sensibilité de la balance.

Un calcul basé sur la formule donnée par M. Blavier pour la capacité d'un condensateur formé de deux cylindres dont les axes ne coïncident pas, mais sont parallèles, montre qu'un déplacement latéral du cylindre B, même de 2^{mm} ou 3^{mm}, n'a qu'une influence extrêmement petite sur la valeur de la force F. Cette circonstance est due à ce que F est minimum quand les deux cylindres sont concentriques. Dans notre appareil, où $R = 5^{cm},875$ et $r = 2^{cm},5$, F ne varie que de 0,003 de sa valeur pour un écart des axes de 3^{mm}.

Dans le calcul fait plus haut pour déterminer F, on n'a pas tenu compte de la tige T qui supporte le cylindre B. On obtiendra l'expression complète de F en retranchant de l'action sur ce cylindre celle qui s'exerce sur la tige. Si l'on désigne par ρ le rayon de cette dernière, le facteur par lequel il faut multiplier la force pour obtenir le carré du potentiel est

$$4\left(L\frac{R}{r} - L\frac{R}{\rho}\right).$$

Comme vérification de l'exactitude des indications de notre appareil, nous avons déterminé les potentiels correspondant à un certain nombre de distances explosives entre deux sphères : les nombres obtenus présentent une concordance parfaite avec ceux qui ont été déterminés avec grande précision par M. Baille (¹).

SUR LA FORMULE DE VAN DER WAALS ET SON APPLICATION AUX PHÉNOMÈNES CAPILLAIRES;

PAR M. PAUL JANET.

On connaît la formule par laquelle Van der Waals a essayé de représenter d'une manière générale la dilatation des fluides. Cette

(¹) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. I, p. 169.

formule résulte de l'application du théorème du viriel ([1]) aux corps matériels considérés comme assemblage de points animés d'un mouvement stationnaire. Voici comment son auteur le démontre ([2]).

Soit un corps de volume v soumis à une pression extérieure uniforme p : à l'intérieur de ce corps agissent les forces moléculaires. La résultante de ces forces sur un point situé à l'intérieur du corps à une distance de la surface plus grande que le rayon d'activité moléculaire est nulle : ces points ne donnent donc rien dans l'expression du viriel. On sait, d'autre part, que ces forces déterminent en chaque point de la surface une pression normale N (pression moléculaire de Laplace); par suite, tout se passe comme si nous avions un corps fictif où n'agisse aucune force intérieure et soumis à la pression extérieure $(p+\mathrm{N})$. Le théorème du viriel donne alors, en appelant $\Sigma\frac{1}{2}mw^2$ la demi-force vive moyenne du mouvement moléculaire,

$$\Sigma\frac{1}{2}mw^2 = \frac{3}{2}(p+\mathrm{N})v.$$

Or la pression moléculaire N est proportionnelle au carré de la densité et par suite en raison inverse du carré du volume. Si, d'autre part, on admet que la demi-force vive moyenne du système est la mesure de la température absolue T, on peut écrire, en appelant R une constante,

$$\mathrm{RT} = \left(p + \frac{a}{v^2}\right)v. \tag{1}$$

Dans tout ceci on a considéré les molécules comme de simples points matériels sans étendue; en d'autres termes, on a supposé le covolume nul. En poussant plus loin son analyse, Van der Waals tient compte de la dimension des molécules et de leur constitution atomique, et montre que la formule (1) doit être remplacée par la suivante :

$$\mathrm{RT} = \left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v-b), \tag{2}$$

b étant un multiple du volume moléculaire.

([1]) *Journal de Physique*, [1], t. II, p. 264; 1873.

([2]) Van der Waals, *Over de continuiteit van den gas en Vloiestofæstand.* Leiden, 1873. Traduction allemande de Roth, Leipzig, 1881.

Nous laisserons de côté ces considérations. Revenons au cas d'un corps formé de simples points géométriques. Pour obtenir la relation

$$\Sigma \tfrac{1}{2} m w^2 = \tfrac{3}{2}(p + \mathrm{N}) v,$$

on a supposé que la pression N agissait seulement sur la surface extrême du corps; en réalité, il existe une pression variable dans toute l'épaisseur de la couche comprise entre cette surface et une surface parallèle menée à l'intérieur à la distance ε, ε étant le rayon d'activité moléculaire. Partageons cette couche en tranches par des surfaces parallèles infiniment voisines $S_1, S_2, \ldots, S$; ces surfaces délimitent des volumes $v_1, v_2, \ldots, v$; soit N_i la pression moléculaire qui s'exerce sur la surface S_i : le viriel total dû à cette pression variable sera en réalité

$$\tfrac{3}{2} \Sigma \mathrm{N}_i v_i.$$

Posons

$$\Sigma \mathrm{N}_i = \mathrm{N},$$

et soit v_1 le volume intérieur à la couche d'épaisseur ε. On a

$$\tfrac{3}{2} \mathrm{N} v > \tfrac{3}{2} \Sigma \mathrm{N}_i v_i > \tfrac{3}{2} \mathrm{N} v_1.$$

En remplaçant $\frac{3}{2}\Sigma \mathrm{N}_i v_i$ par $\frac{3}{2}\mathrm{N} v$, nous commettons donc une erreur plus petite que

$$\tfrac{3}{2} \mathrm{N}(v - v_1) = \tfrac{3}{2} \mathrm{N} \varepsilon \mathrm{S},$$

S étant la surface du corps, c'est-à-dire une erreur qui est de l'ordre du rayon de la sphère d'activité par rapport à la pression moléculaire N.

Nous allons montrer qu'on peut trouver rigoureusement ce terme négligé ici, et de la formule ainsi complétée nous pourrons déduire les équations fondamentales de la capillarité.

Le théorème du viriel appliqué à un corps soumis à une pression extérieure uniforme p et à des forces centrales intérieures donne

$$\Sigma \tfrac{1}{2} m w^2 = \tfrac{1}{2} \Sigma m m' r \varphi(r) + \tfrac{3}{2} p v,$$

$mm' \varphi(r)$ étant la force qui s'exerce à la distance r entre les deux masses m et m'. Remarquons que $\varphi(r)$ s'annule à une très petite

distance ε et qu'il en est de même de $r\varphi(r)$; dès lors la somme

$$\Sigma mm' r\varphi(r)$$

peut se calculer par un procédé tout à fait analogue à celui qu'on emploie pour calculer dans la théorie de Gauss le potentiel d'une masse liquide : on remplacera la somme par l'intégrale

$$\rho^2 \int\int r\varphi(r)\, dv\, dv',$$

ρ étant la densité, dv et dv' deux éléments de volume du corps considéré, et l'on calculera cette intégrale par le procédé indiqué par M. Moutier (1).

On trouve ainsi

$$\int\int r\varphi(r)\, dv\, dv' = kv - \mathrm{AS},$$

et les valeurs des constantes A et k sont

$$k = 4\pi \int_0^{\varepsilon} r^3 \varphi(r)\, dr,$$

$$\mathrm{A} = \pi \int_0^{\varepsilon} r^4 \varphi(r)\, dr.$$

On voit que A est, par rapport à k, de l'ordre de ε. L'expression du viriel devient

$$\Sigma \tfrac{1}{2} mw^2 = \tfrac{1}{2}\rho^2(kv - \mathrm{AS}) + \tfrac{3}{2} pv.$$

Mais ρ^2 est inversement proportionnel au carré du volume :

$$\rho^2 = \frac{\alpha}{v^2}.$$

On a donc

$$\Sigma \tfrac{1}{2} mw^2 = \tfrac{3}{2} v \left(p + \frac{\frac{1}{3}\alpha k}{v^2}\right) - \tfrac{1}{2}\mathrm{A}\rho^2 \mathrm{S}$$

ou

(3) $$\mathrm{RT} = \left(p + \frac{a}{v^2}\right) v - \tfrac{1}{3}\lambda \mathrm{S},$$

en posant

$$a = \tfrac{1}{3}\alpha k, \qquad \lambda = \mathrm{A}\rho^2.$$

---

(1) *Annales de l'École Normale supérieure*, [2], t. III, p. 70; 1874.

Puisque A est par rapport à k de l'ordre de ε, il en est de même de λ par rapport à a.

Si, à l'exemple de Van der Waals, nous négligeons les termes de cet ordre, nous retombons sur la formule donnée plus haut : cela revient à négliger les phénomènes capillaires devant les phénomènes ordinaires de dilatation. Si nous tenons compte de ce terme, la formule (3) peut s'écrire

$$RT = V - \tfrac{1}{2}\lambda S, \tag{4}$$

V étant une fonction du volume et de la pression.

Faisons maintenant subir au liquide une transformation isothermique virtuelle infiniment petite ; le liquide étant supposé incompressible, v ne change pas ; supposons de plus que la pression extérieure ne change pas pendant cette transformation : alors V et λ doivent être considérés comme constants, et l'équation (4) donne

$$\delta S = 0,$$

équation qui, par une transformation connue, devient

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} = \text{const.},$$

R et R′ étant les deux rayons de courbure principaux en un point de la surface.

On reconnaît l'équation de Laplace dans le cas particulier des liquides non pesants.

Considérons maintenant un liquide pesant renfermé dans un vase. Pour avoir le viriel de ce système, il faut à l'expression (4) ajouter deux termes, l'un provenant de l'action de la pesanteur sur le liquide, l'autre de l'action réciproque du vase et du liquide. En prenant comme axe des z une verticale, le viriel de la pesanteur est

$$-\tfrac{1}{2}\Sigma mgz = -\tfrac{1}{2}\rho g \int z\, dv.$$

Soit $mM\psi(r)$ l'action qui s'exerce à la distance r entre une molécule du liquide et une molécule du solide. Le viriel mutuel de ces deux corps sera

$$\tfrac{1}{2}\Sigma mMr\psi(r)$$

ou

$$\tfrac{1}{2}\rho\rho' \int\int r\psi(r)\, dv\, du,$$

dv étant un élément de volume du liquide et du du solide. Une intégrale de cette forme se rencontre aussi dans la théorie de Gauss. En faisant le calcul par la méthode indiquée précédemment, on trouve

$$\tfrac{1}{2}\rho\rho'\int\int r\psi(r)\,dv\,du = \mathrm{A}'\rho\rho'\mathrm{S}' = \mu\mathrm{S}',$$

S′ étant la surface du liquide en contact avec le solide, ρ' la densité du solide et A′ une constante dont la valeur est

$$\mathrm{A}' = \pi\int_0^\varepsilon r^4\psi(r)\,dr.$$

Il faudrait encore ajouter le viriel du vase sur lui-même et de la pesanteur sur le vase ; mais il est bien évident que ces deux termes sont des constantes : nous les supposerons contenus dans V. Le viriel total du système devient alors

$$\Sigma\tfrac{1}{2}mw^2 = \tfrac{3}{2}v\left(p + \frac{a}{v^2}\right) - \tfrac{1}{2}\mathrm{A}\rho^2(\mathrm{S}+\mathrm{S}') - \tfrac{1}{2}\rho g\int z\,dv + \mathrm{A}'\rho\rho'\mathrm{S}',$$

qu'on peut écrire

$$\mathrm{RT} = \mathrm{V} - \tfrac{1}{3}[\rho g\int z\,dv + (\lambda - 2\mu)\mathrm{S}' + \lambda\mathrm{S}].$$

S est ici la surface libre du liquide. On reconnaît que la quantité entre crochets est exactement de la même forme que le potentiel dans la théorie de Gauss. La variation du premier membre étant nulle dans une transformation isothermique infiniment petite, il en est de même de la variation du second membre. Or on sait, d'après la théorie de Gauss, qu'il suffit d'annuler cette variation pour trouver toutes les équations de la capillarité, pour démontrer par exemple la constance de l'angle capillaire, ou pour établir la loi de Jurin.

On voit donc qu'au lieu de considérer, avec Laplace et Gauss, les liquides comme formés de points matériels en repos, on peut les considérer comme formés de points animés d'un mouvement oscillatoire stationnaire et retrouver encore les formules fondamentales de la capillarité qui paraissent aujourd'hui bien établies par l'expérience. Cette conception, évidemment, n'est pas encore l'expression rigoureuse de la vérité, et la preuve en est que la formule de Van der Waals est impuissante à représenter exactement

la dilatation des liquides ; néanmoins il semble qu'on ait fait un pas de plus vers la réalité en supposant les molécules des corps en mouvement, après les avoir tout d'abord considérées comme immobiles.

FRIEDRICH et WILHELM KOHLRAUSCH. — Das electrochemische Æquivalent des Silbers; zugleich eine experimentelle Prüfrung erdmagnetischer Intensitätsmessungen (Équivalent électrochimique de l'argent; mesure absolue de l'intensité du magnétisme terrestre); *Annalen der Physik und Chemie*, t. XXVII, p. 1; 1886.

Les expériences dont il est question dans ce Mémoire ont été exécutées en 1881 et en 1883 à l'Institut physique de Wurzbourg et déjà relatées en 1884 dans les comptes rendus de la Société de Physique et de Médecine de cette ville.

Pour déterminer l'équivalent électrochimique de l'argent, c'est-à-dire le poids d'argent mis en liberté en une seconde, dans un voltamètre, par un courant égal à un ampère, on place dans le circuit d'une même pile une boussole des tangentes et un voltamètre contenant une dissolution d'azotate d'argent. Si l'on connaît exactement l'intensité du champ magnétique terrestre au moment de l'expérience et à l'endroit où se trouve l'aiguille de la boussole, les indications de cet instrument permettent de déterminer, en unités absolues, l'intensité du courant; on compare cette intensité au poids d'argent déposé, durant un temps donné, dans le voltamètre.

Le plus difficile, dans ce genre de déterminations, est de mesurer exactement l'intensité du magnétisme terrestre, et les auteurs sont ainsi amenés à faire une étude particulière des méthodes qui peuvent être employées dans ce but. Ces méthodes sont au nombre de trois :

1° La méthode de *Gauss* qui, comme chacun sait, consiste à observer, d'une part la durée d'oscillation d'un barreau aimanté suspendu à un fil sans torsion, d'autre part la déviation que ce même barreau, placé perpendiculairement au méridien magnétique, imprime à une aiguille de boussole placée à une distance déterminée. La première expérience fait connaître la grandeur de

l'action de la terre sur les pôles du barreau, c'est-à-dire le produit du moment magnétique du barreau par l'intensité horizontale du champ terrestre; la seconde donne le quotient des deux mêmes quantités.

2° Une méthode que les auteurs appellent *magnétique bifilaire :* on mesure l'action de la terre sur le barreau, non plus en observant les ocillations qu'elle est capable de produire, mais en l'équilibrant par la torsion d'un système bifilaire. Cette méthode consiste donc à déterminer la torsion nécessaire pour maintenir le barreau perpendiculaire au méridien magnétique et à observer la déviation qu'il imprime en même temps à un autre barreau; on a l'avantage de n'avoir point de mesure du temps à effectuer, ni surtout de moment d'inertie à déterminer.

3° Si, dans la deuxième méthode, on substitue au barreau aimanté un cadre parcouru par un courant, on aura la troisième méthode appelée *galvanique bifilaire :* le produit de l'intensité du courant par la surface du cadre remplace le moment magnétique du barreau; cette intensité se trouve donc déterminée tout aussi bien que le champ terrestre, et si l'on pouvait employer le même courant à l'électrolyse du sel d'argent, on serait dispensé de toute autre mesure électromagnétique; malheureusement, l'emploi d'une suspension bifilaire ne comporte que de faibles courants, tandis que la mesure au voltamètre exige une intensité bien supérieure; le magnétisme terrestre doit donc être, dans tous les cas, déterminé d'une manière indépendante.

L'une de ces trois méthodes ayant fourni, pour un moment donné, l'intensité absolue, on doit pouvoir suivre ses variations afin de connaître sa valeur exacte pendant le passage du courant dans le voltamètre. Les instruments qui servent à étudier ces variations se composent, en général, d'un aimant maintenu par une force constante dans une direction sensiblement perpendiculaire au méridien magnétique : les variations de la déclinaison n'ont pas d'influence sensible sur la position de cet aimant, tandis que les variations de l'intensité lui impriment de légères déviations. Deux instruments des variations ou *variomètres* ont été employés concurremment : le premier se compose essentiellement d'un barreau suspendu à un bifilaire; dans le second, auquel les auteurs donnent la préférence, le barreau se trouve maintenu par quatre

autres barreaux placés autour de lui perpendiculairement au méridien et donnant un champ magnétique beaucoup plus uniforme que celui des deux barreaux employés par Lamont.

On n'a pas négligé non plus de tenir compte de l'influence que peuvent avoir sur le champ magnétique les différentes pièces, toujours plus ou moins magnétiques ou diamagnétiques, des instruments; on a d'ailleurs exclu, autant que possible, les pièces métalliques et employé de préférence le bois et l'ivoire.

Dans les expériences de 1881, les déterminations du magnétisme terrestre ont été effectuées par la méthode de Gauss et par la méthode galvanique bifilaire; la première a donné, pour un instant déterminé,

$$0,19396;$$

la seconde, pour le même instant,

$$0,19399.$$

La concordance de ces deux nombres, obtenus par deux méthodes toutes différentes, montre avec quel soin elles ont été appliquées.

La boussole des tangentes qui sert aux mesures électrochimiques se compose d'un miroir d'acier aimanté suspendu par un fil de cocon au centre d'un anneau de cuivre. Ce voltamètre, dont la disposition n'offre rien de particulier, renferme une dissolution à 20, 30 ou 40 pour 100 de nitrate d'argent pur.

Une série de mesures concordantes a donné, comme poids d'argent, en milligrammes, mis en liberté en une seconde par un ampère,

$$1,11833.$$

En 1883, le magnétisme terrestre est déterminé par la méthode magnétique bifilaire.

La boussole des tangentes se compose d'un fil de cuivre appliqué sur la circonférence d'un disque de verre et d'un fragment aimanté de ressort de montre suspendu au centre par un fil de cocon; un léger miroir de verre permet d'observer les déviations qui, dans tous les instruments employés à ces recherches, sont mesurées par la méthode de réflexion.

Ces nouvelles mesures ont donné comme résultat

$$1,11822.$$

Si l'on songe que les appareils employés dans ces deux séries de recherches sont différents, que l'exactitude des résultats obtenus dépend de la précision d'une foule de mesures indépendantes les unes des autres, que l'intensité du magnétisme terrestre a été déterminée par des méthodes diverses, on doit reconnaître que ces nombres présentent une concordance remarquable. Ils ne diffèrent d'ailleurs que très peu de la valeur obtenue par lord Rayleigh et Mlle Sidgwick

$$1,1179,$$

mais ils s'écartent notablement du nombre trouvé par M. Mascart

$$1,1156.$$

Le Mémoire que nous venons d'analyser renferme des développements intéressants, au point de vue théorique, sur le calcul de l'action électromagnétique dans les boussoles des tangentes, au point de vue pratique sur la mesure des dimensions des instruments, sur la graduation de leurs échelles et sur les précautions à prendre dans les expériences voltamétriques.

A ce Mémoire se rattachent des Notes antérieures où l'on trouve décrits la plupart des instruments employés dans ces recherches; par exemple, les instruments des variations à suspension bifilaire ou à quatre barreaux déviants sont décrits dans le tome XV des mêmes Annales; les méthodes employées pour la mesure absolue de l'intensité horizontale du champ terrestre, avec une théorie complète de la suspension bifilaire, sont exposées dans le tome XVII.

C. Rivière.

S. BIDWELL. — On the sensitiveness of selenium to light, and the development of a similar property in sulphur (Sur la sensibilité du sélénium et du soufre à la lumière); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XX, p. 175; 1885.

L'auteur cherche à expliquer les propriétés électriques très curieuses du sélénium. Selon lui, le sélénium contient toujours des quantités plus ou moins notables de séléniures; et c'est à leur électrolyse qu'il faut attribuer, par exemple, la polarisation que l'on observe dans cette substance, après que l'on y a fait passer un courant.

Ces séléniures doivent être particulièrement abondants au voisinage des lames qui servent d'électrodes et au contact desquelles il a été maintenu, pendant longtemps, à une température élevée. Le recuit que l'on a coutume de faire subir au sélénium, pour le rendre plus sensible à la lumière, détermine, d'une part, la cristallisation de cette substance et favorise, d'autre part, la diffusion, dans la masse, des séléniures formés au contact des électrodes.

Le sélénium vitreux, même chargé de séléniures, est mauvais conducteur. Lorsqu'il est cristallin, il est sans doute très isolant s'il est pur; mais de très faibles quantités de séléniures métalliques suffisent pour le rendre conducteur. M. Bidwell a trouvé, en effet, que la résistance spécifique d'un échantillon de sélénium, vendu comme pur, était de 2500^{még}, tandis que la résistance du même sélénium, coulé dans un moule en cuivre, était environ 3000 fois moindre.

On peut rapprocher ces faits des suivants : Le mélange de plombagine et de gomme-laque est très isolant, tandis que le soufre devient passablement conducteur s'il contient un peu de plombagine. Dans le premier cas, les grains de cette substance sont empâtés dans la gomme-laque, tandis qu'ils restent séparés, dans le deuxième, des petits cristaux de soufre et forment une sorte de réseau conducteur.

La résistance du second mélange diminue quand on augmente la puissance de la pile, et il en est de même pour le sélénium. On peut admettre que la conductibilité est produite, en partie, par des décharges entre les parcelles de substance conductrice qui ne se touchent pas.

M. Bidwell donne une certaine force à ses arguments en reproduisant, avec le soufre, les expériences que l'on fait d'ordinaire avec le sélénium.

Il prépare, par divers procédés, de petites plaques de soufre additionné de sulfure d'argent. La résistance de l'une d'elles diminue instantanément de moitié, pour reprendre ensuite sa valeur initiale quand on brûle devant elle un fil de magnésium.

Une autre plaquette, de résistance relativement faible (100000^{ohms}), fut mise, en même temps qu'un téléphone, dans le circuit d'une batterie de dix éléments de Leclanché; puis on laissa tomber sur elle un faisceau lumineux rapidement interrompu. Le

téléphone produisit un son comparable à celui que l'on peut obtenir avec un bon photophone à sélénium.

Une feuille d'argent exposée à la vapeur de soufre, jusqu'à ce qu'elle soit noire sur les deux faces, est excessivement sensible à la lumière.

Ces divers échantillons présentent, comme le sélénium, le phénomène de la polarisation.

L'auteur considère que l'électrolyse du sulfure d'argent doit donner naissance à un dépôt de soufre sur l'anode. Ce dépôt pourrait arrêter complètement le courant si le soufre ne se combinait, en même temps, au métal (argent) qui forme cette électrode. Il en résulte que la résistance sera diminuée si l'on facilite cette combinaison. Or M. Bidwell montre, par plusieurs expériences, que la sulfuration de l'argent se produit bien mieux à la lumière que dans l'obscurité. Il badigeonne, par exemple, une feuille d'argent avec une dissolution de soufre dans le sulfure de carbone et l'expose, au fond d'un vase rempli d'eau, aux rayons solaires, de manière qu'une partie reste dans l'ombre. Celle-ci est à peine jaunie lorsque le reste du métal est fortement bruni.

Enfin, si l'on fait passer un courant dans un mélange de soufre et de sulfure d'argent, au moyen de deux électrodes, l'une en argent, l'autre en fer (métal qui se combine au soufre moins facilement que l'argent), la résistance paraît trente fois plus grande lorsqu'on fait entrer le courant par le fer, que s'il entre par l'argent.

A. Leduc.

J. BIDWELL. — On the generation of electric currents by sulphur cells (Courants engendrés par des piles à soufre); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XX, p. 328; 1885.

L'auteur forme de véritables éléments de pile au moyen de deux lames de cuivre et d'argent séparées par un mélange de soufre et de sulfure de cuivre ou d'argent, ou mieux encore par deux couches de sulfures de ces métaux adjacentes à chacun d'eux. Le courant va de l'argent au cuivre dans ces éléments. L'un d'eux, formé par un mélange de 5 parties de soufre pour 1 partie de sulfure de cuivre compris entre deux lames carrées de $0^m,03$ de côté et distantes de $0^m,3$, avait une force électromotrice de $0^{volt},07$ et une résistance intérieure de 6500 ohms. Si l'on augmente la proportion de sul-

fures, la résistance diminue; mais il en est de même de la force électromotrice : celle-ci disparaît complètement si l'on emploie le sulfure de cuivre exempt de soufre libre.

Si l'on remplace le mélange ci-dessus par du sulfure d'argent seul, on voit se produire un courant de sens contraire à celui qu'on obtenait précédemment. Il ne se produit plus de courant si l'on remplace l'argent par l'or ou le fer. Le courant que fournit le couple cuivre-argent contenant du soufre additionné de sulfure est diminué par l'action de la lumière et augmente quand on élève la température. L'auteur n'a pas déterminé si l'influence était exercée sur la force électromotrice ou sur la résistance.

M. Bidwell a observé, en outre, un phénomène analogue à celui que Faraday a découvert sur des lames de cuivre ou d'argent plongées dans une dissolution de sulfure de potassium. Après avoir fait passer un courant dans un mélange de soufre et de sulfure d'argent, il constate un courant de polarisation de très courte durée, puis un courant de même sens que le premier et qui peut durer plusieurs heures; celui-ci fut suivi, au moins dans un cas, d'un courant inverse. A. Leduc.

HOPKINSON. — On an unnoticed danger in certain apparatus for distribution of electricity (Sur le danger que présentent certains appareils pour la distribution de l'électricité); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XX, p. 292; 1885.

Parmi les dispositions que l'on peut employer pour combiner les avantages des générateurs d'électricité à potentiel élevé avec l'emploi d'appareils d'éclairage, par exemple, dont le potentiel soit relativement bas, une de celles qui semblent promettre le plus consiste dans l'usage de générateurs secondaires. L'auteur fait observer le danger qu'il peut y avoir à employer, dans ce système, des bobines d'induction de capacité électrostatique considérable, même si l'isolement du circuit principal et du circuit primaire du générateur secondaire est parfait. Il montre que, dans certaines conditions, une personne, venant à toucher le circuit secondaire, peut se trouver traversée par un courant supérieur à $0^{amp},3$, et il est douteux que l'on puisse supporter, pendant un temps sensible, un pareil courant. A. Leduc.

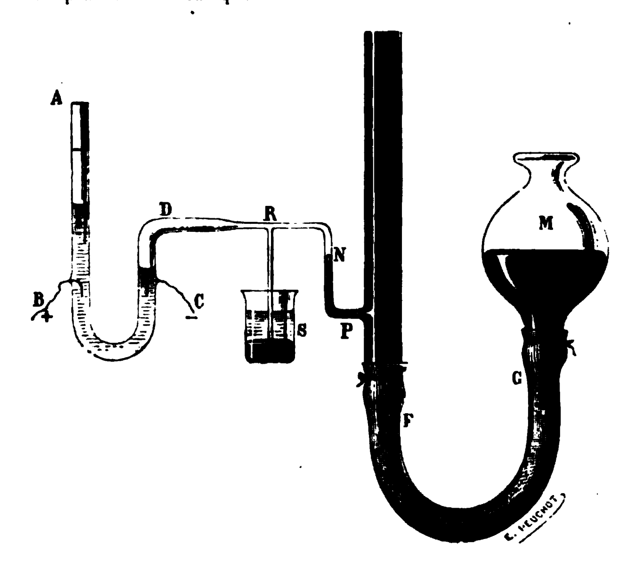
SUR LE SPECTRE ULTRA-VIOLET DE L'HYDROGÈNE;

PAR M. A. CORNU.

Après avoir préparé des tubes à hydrogène pur raréfié par le procédé décrit précédemment [p. 100 (¹)], mon premier soin a été de les utiliser à l'obtention de clichés photographiques permettant des mesures précises.

(¹) La figure donnée (p. 101) et la description de l'appareil renferment une petite inexactitude qu'on doit rectifier comme il suit :

La branche capillaire RNP, soudée en P à la base du tube barométrique, présente deux courbures à angle droit; dans la portion PN le niveau N du mercure est dans le même plan horizontal que dans la cuvette mobile M.



La manœuvre convenable de cette cuvette permet de faire varier à volonté ce niveau N du mercure dans la branche capillaire NP.

Ainsi, en abaissant suffisamment la cuvette M, on amène en P le niveau du mercure et par suite on fait pénétrer le gaz bulle à bulle dans la chambre vide de l'appareil; inversement, en élevant la cuvette, on amène le niveau au point de croisement R, et on le fait écouler par la branche RS faisant fonction de siphon. On a recours à cet écoulement de mercure pour entraîner des bulles de liquide introduites fortuitement, soit dans la branche RNP, soit même dans la branche DR sous l'action de l'aspiration qui accompagne le mouvement rapide du mercure.

Les clichés obtenus pendant la préparation des tubes pour contrôler la purification progressive du gaz donnaient déjà des éléments de mesure grâce à un spectre de comparaison formé de raies connues (étincelle jaillissant entre deux pointes d'un alliage à poids égaux de cadmium, de zinc et d'aluminium).

Mais ces spectres ne présentaient ni assez de finesse ni assez de dispersion pour donner des mesures utiles.

Les clichés définitifs ont été obtenus à l'aide du réseau Rutherfurd et du cercle Brunner suivant la disposition employée pour la mesure des longueurs d'onde des raies très réfrangibles (*Journal de Physique,* 1re série, t. X, p. 425).

L'intérêt consistait à obtenir sur le même cliché toutes les raies ultra-violettes de l'hydrogène qu'il serait possible de photographier. L'intensité des plus réfrangibles étant très faible, j'ai dû me borner à l'emploi du spectre du premier ordre, les essais tentés avec les spectres d'ordre supérieur n'ayant pas permis d'obtenir les plus réfrangibles; malgré cette précaution de prendre le spectre le plus intense, il n'a pas fallu moins de trois heures et demie d'exposition pour obtenir sur plaques à la gélatine des clichés satisfaisants au double point de vue de la finesse des raies et de l'étendue du spectre.

Un examen préliminaire m'ayant permis de vérifier que la série des raies obtenues avec l'hydrogène purifié coïncidait sensiblement avec celle que M. le Dr Huggins a découverte dans le spectre des étoiles blanches [1], j'avais remis à une époque ultérieure l'étude micrométrique de ces clichés; j'ai pu récemment effectuer cette étude dont voici le résumé, ainsi que les résultats numériques; elle sera précédée d'une description succincte des méthodes d'observation et des appareils employés.

Dispositif optique. — Le réseau Rutherfurd sur verre, désargenté pour la circonstance [2], a été employé par réflexion sur la

---

(1) *Comptes rendus,* t. XC, p. 72.

(2) On augmente dans une proportion considérable l'intensité du spectre visible des réseaux sur verre en argentant la surface striée et observant les faisceaux diffractés par la surface intérieure, par conséquent ayant traversé deux fois l'épaisseur du verre.

Les faisceaux diffractés par la surface extérieure ne participent pas autant à cet

face striée, la face parallèle étant noircie par une couche de vernis (bitume de Judée dissous dans la benzine).

La position adoptée sur la plate-forme du goniomètre est celle qui correspond à la *diffraction normale* du premier spectre de droite pour la région moyenne du spectre à observer.

L'incidence correspondante i a été calculée par la formule

$$a(\sin i + \sin \delta) = n\lambda,$$

dans laquelle on a substitué $n = 1$, $\delta = 0$, $\lambda = 390$ et $a = 2935,2$ (l'unité étant le millionième de millimètre). On trouve ainsi

$$i = 53°5';$$

d'où l'on conclut l'angle

$$180° - 2i' = 73°50',$$

que doit faire le faisceau réfléchi avec la direction du faisceau sortant du collimateur.

La partie capillaire des tubes à hydrogène illuminée par l'étincelle d'induction était placée parallèlement à la fente du collimateur et à une très petite distance de cette fente; l'illumination était produite par l'étincelle d'une bobine d'induction de 50^{cm} actionnée par huit couples Bunsen.

Les clichés définitifs ont été obtenus avec les tubes n^{os} **20**, **21** et **24**; le plus brillant était le n° **21** à électrodes d'aluminium; les deux autres, n^{os} **20** et **24**, à *gaines* de papier d'étain suivant la disposition de M. Salet, étaient un peu moins brillants; mais la purification du gaz y paraissait plus complète, en ce sens que les raies spectrales étrangères à la *série stellaire* y étaient moins apparentes.

Remarque sur l'influence de la matière des tubes. — Au point de vue photographique, l'épaisseur du tube de verre que les

---

accroissement d'intensité, comme si les sillons du diamant étaient empâtés par l'argenture; on a donc en général intérêt à désargenter le réseau par un lavage à l'acide nitrique dilué lorsqu'on veut observer des radiations ultra-violettes absorbables par le verre.

Si l'on opère avec précaution, les opérations d'argenture ou de désargenture, même réitérées souvent, ne paraissent aucunement altérer le réseau; il faut pour cela avoir soin de frotter doucement la surface striée dans le *sens des traits* avec du coton cardé imbibé des liquides nécessaires aux lavages.

radiations ultra-violettes sont obligées de traverser est une cause d'absorption qui tend à effacer les raies les plus réfrangibles. Je n'ai pas trouvé de moyen simple capable de l'éliminer.

L'amincissement du tube par rodage plan, assez facile à exécuter, fait disparaître la lentille cylindrique que forme naturellement le tube capillaire, mais diminue d'une manière très appréciable le diamètre apparent du filet incandescent, par conséquent la quantité de radiation utilisable. Divers essais tentés dans cette voie n'ont pas donné d'amélioration bien sensible; je ne les ai pas d'ailleurs poursuivis bien loin, ayant promptement reconnu que les radiations à observer ne sont pas de celles que le verre absorbe avec énergie : je me suis même assuré, par une expérience directe, qu'une petite épaisseur de verre ordinaire (crown-glass) n'exerce sur les radiations de même réfrangibilité qu'une influence relativement insignifiante.

L'expérience consiste à photographier le spectre de la lumière des nuées à travers les vitres ordinaires des fenêtres. On obtient en une demi-heure, avec les plaques à la gélatine, le spectre de la lumière du Soleil. On y reconnaît toutes les raies sombres caractéristiques jusqu'au delà de *r*, c'est-à-dire au delà de la radiation $\lambda = 314$. Le spectre de l'hydrogène qu'il s'agissait de photographier ne devant pas dépasser $\lambda = 370$, l'influence fâcheuse du verre traversé doit donc être assez faible pour pouvoir être facilement compensée par un léger surcroît dans la durée d'exposition ([1]).

Réglage et mise au point. — Le réglage du réseau du collimateur et de la lunette se fait d'abord optiquement en employant la lumière de la soude, conformément aux règles indiquées dans une autre publication (*Annales de l'École Normale,* 2e série, t. IX, p. 21). On substitue le porte-plaque photographique à l'oculaire de la lunette en déterminant la différence des lec-

([1]) Cette conclusion, un peu vague, d'après ce qui précède, devient au contraire parfaitement précise lorsque l'on connaît la loi rapide que suit le pouvoir absorbant du verre avec la réfrangibilité des radiations transmises : cette loi étudiée avec soin sur diverses espèces de matières transparentes est une exponentielle d'exponentielle de la longueur d'onde, ainsi que cela résulte d'une longue série d'expériences dont on trouvera le détail dans le *Compte rendu du Congrès de Blois*, 1884; *Mémoires*, p. 103).

tures des tirages correspondant à la même radiation. Comme les objectifs quartz-fluorine sont remarquablement achromatiques, le tirage reste constant pour une étendue considérable dans l'échelle des réfrangibilités : c'est ce qu'on peut constater en cherchant méthodiquement, millimètre par millimètre, le tirage de la lunette donnant le maximum de netteté photographique des spectres diffractés ; si l'on constate une variation appréciable dans la position du foyer de la lunette photographique par rapport au foyer des rayons visibles, on le répartit moitié sur le tirage de la lunette, moitié sur celui du collimateur.

Les plaques photographiques (gélatinobromure du commerce) ont 5^{cm} de longueur sur 3^{cm} de hauteur ; elles fournissent un champ de plus de 2° de largeur offrant une netteté satisfaisante.

Les épreuves présentent en dehors des raies spectrales provenant des tubes à hydrogène incandescents celles de l'étincelle de l'alliage des trois métaux (Cd, Zn, Al) ; ces dernières se distinguent des premières par leur faible hauteur : plusieurs clichés portent en outre deux repères constitués par deux impressions de l'image réfléchie de la fente du collimateur obtenue en plaçant la lunette à $\pm 30'$ de la direction du faisceau réfléchi par le réseau. Ces deux repères servent à déterminer les déviations de chaque raie spectrale et, par suite, à en calculer la longueur d'onde.

Obtention d'un cliché. — Le cercle Brunner permet aisément la substitution de la lunette photographique (à porte-plaque) à la lunette à vision directe ou optique ([1]) : on commence par fixer le réseau sur la plate-forme centrale sous l'incidence adoptée et l'on mesure cette incidence, dont l'invariabilité ne dépend que de la fixité relative du réseau et du collimateur. Cette opération se fait avec la lunette optique.

On substitue la lunette photographique et l'on en fixe l'alidade à l'azimut des radiations à observer, défini par exemple par la déviation Δ comptée à partir du faisceau réfléchi. On met en action

---

([1]) Cette disposition commode, obtenue par l'emploi de deux fourchettes sur l'alidade de la lunette, n'est pas indispensable pour ce genre d'observations ; il suffit d'ajuster sur le corps de la lunette, supposé fixé à l'alidade, deux tirages, l'un qui soutient le *porte-plaque*, ou châssis photographique, l'autre l'oculaire.

la source de ces radiations pendant la durée nécessaire à l'impression photographique; dans le cas présent, on laissait le tube à hydrogène incandescent devant la fente : cette durée peut varier de vingt minutes à trois heures. A la fin, on substituait au tube l'étincelle *condensée* jaillissant entre deux électrodes de l'alliage des trois métaux : l'étincelle doit jaillir transversalement à la fente, pour éviter certains effets de parallaxes; cinq à dix secondes suffisent pour donner les raies principales. Ces raies, bien que superposées à celles du spectre précédent, s'en distinguent à première vue par leur faible longueur et leur impression vigoureuse.

Enfin, si l'on veut aussi fixer deux repères donnant l'origine et la valeur angulaire des déviations, on utilise l'étincelle d'induction de l'alliage pour produire deux impressions de l'image réfléchie de la fente du collimateur. A cet effet, on détache avec précaution la pince de l'alidade et, sans toucher au corps de la lunette photographique (ce qui pourrait produire des torsions permanentes), on amène l'alidade à $\pm 30'$ de l'azimut qui donnerait l'image réfléchie de la fente au milieu du champ; deux secondes suffisent pour l'impression photographique et l'on obtient par cet artifice deux repères qui définissent les raies ayant pour déviation $\Delta + 30'$ et $\Delta - 30'$ par rapport au rayon réfléchi.

Comme contrôle de la fixité de l'appareil, il est bon de recommencer la mesure de l'incidence en remettant la lunette optique à la place de la lunette photographique.

La plaque est développée avec une solution saturée (30 pour 100) de sulfate de fer mélangée à trois fois son volume d'une solution saturée (30 pour 100) d'oxalate neutre de potasse; il est souvent utile de ralentir le développement en ajoutant deux ou trois gouttes (pour 20^{cc} du mélange) d'une solution de bromure de potassium à 10 pour 100.

Le cliché est fixé par une solution à 10 pour 100 d'hyposulfite de soude et de 2 à 3 pour 100 d'alun ordinaire; il est lavé et séché.

Relevé micrométrique des clichés. — Le cliché est posé sur le chariot d'un micromètre à vis fixé à la plate-forme d'un microscope dont l'oculaire porte un réticule à deux traits rectangulaires; on règle l'orientation du trait parallèle à la vis en dirigeant ce trait suivant le déplacement d'un point bien net du cliché choisi sur la

croisée des traits. On règle alors l'orientation du cliché de façon que les raies spectrales soient parallèles à l'autre trait du réticule.

Il n'est pas utile d'employer un grossissement supérieur à vingt ou vingt cinq diamètres; on a même intérêt, lorsqu'on veut relever des raies isolées extrêmement faibles, à diminuer encore le grossissement et à le réduire à quatre ou cinq diamètres : l'éclairage du cliché s'obtient à l'aide d'un verre finement dépoli placé au-dessous, et fortement éclairé par le miroir concave du microscope.

Les pointés sont effectués au moins deux fois pour éviter les erreurs; on profite de cette nécessité pour éliminer l'erreur périodique presque inévitable de la vis, en recommençant la mesure à partir d'une nouvelle origine distante de $\frac{1}{2}$ pas; à cet effet, on déplace le cliché sur le chariot, de manière que le pointé de la même raie diffère d'un demi-tour comparé à la première série.

Quelquefois la vis présente une erreur progressive dans la longueur des pas successifs; on l'atténue et même on l'élimine le plus souvent en opérant de la manière suivante. Après avoir effectué la première série de pointés, on retourne le cliché bout pour bout et l'on recommence une nouvelle série de pointés qu'on écrit sur le carnet d'observations, en regard de la précédente, de manière à pouvoir additionner à vue les deux lectures correspondant à la même raie. On vérifie que la somme de ces deux lectures est sensiblement constante. Cette vérification est précieuse pour éviter les erreurs d'inadvertance; de plus elle donne, par les limites entre lesquelles sont comprises les divergences, une idée de la grandeur des erreurs fortuites et, par la variation progressive de la valeur moyenne de la somme constante, elle fournit la grandeur de l'erreur systématique progressive de la vis.

Lorsque les mesures micrométriques sont *relatives* et non pas *absolues,* la vis est presque toujours suffisamment bonne pour qu'on puisse trouver un intervalle d'un grand nombre de pas où l'erreur de proportionnalité des mesures soit négligeable ([1]).

([1]) On détermine aisément cette erreur d'après la variation de la somme moyenne des deux lectures correspondant à une même raie au voisinage du milieu des deux raies extrêmes.

C'est ce qu'on peut démontrer de la manière suivante :

Soit x la lecture du micromètre exprimée en tours et fractions de tour : une

Exemple de calcul numérique.

Il ne sera peut-être pas inutile d'exposer rapidement le mode de calcul numérique des longueurs d'onde du cliché R_8 qui a fourni les mesures données plus loin.

1° *Constante du réseau.* — Elle a été déterminée le 13 juin 1884 en observant les trois premiers spectres de droite de la lumière de la soude, raie D_2 ($\lambda = 588,89$ adopté) :

	Azimut de la lunette.	Différences.
	° ′ ″	°
Direction du collimateur....	360° + 90. 0. 0	180° — $2i$ = 73.50.12
» du faisceau réfléchi.	376. 9.48	
1er spectre de droite (raie D_2).	359.52.36	Δ_1 = 16.17.12
2° » » » .	346.34. 3	Δ_2 = 29.35.45
3° » » » .	334.30. 0	Δ_3 = 41.39.48

---

longueur x du cliché mesurée par la différence de deux lectures z_0, z serait donnée, si la vis était parfaitement régulière, par l'expression simple

$$x = (z - z_0)b,$$

b étant la longueur du pas de la vis; s'il y a une progression dans le pas, on peut représenter la correction à faire aux lectures z par un terme en z^2 affecté d'un coefficient très petit c.

On aura donc

$$(1) \qquad x = (z - z_0)b + (z^2 - z_0^2)c.$$

Si l'on recommence les lectures à partir d'une autre origine z_1 et en sens inverse, on aura de même

$$x = (z_1 - z')b + (z_1^2 - z'^2)c.$$

Si z_1 et z_0 sont les lectures des deux raies extrêmes, lectures communes à la série directe et à la série inverse, z et z' les couples de lectures correspondant à une même raie dans les deux séries, on a entre z et z' la relation suivante obtenue en retranchant membre à membre les deux équations ci-dessus

$$(2) \qquad (z + z' - z_1 - z_0)b + (z^2 + z' - z_1^2 - z_0^2)'c = 0.$$

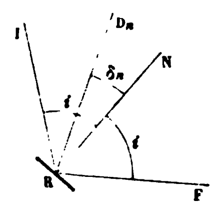
Cette relation se simplifie si l'on use d'approximations successives. Négligeant d'abord le terme affecté de c, il vient

$$(3) \qquad z + z' = z_1 + z_0;$$

On conclut d'abord l'angle d'incidence de la différence des deux premiers azimuts

$$2i = 180° - 73°50'12'', \quad \text{d'où} \quad i = 53°4'54''.$$

Les différences Δ_1, Δ_2, Δ_3 sont les angles que font les faisceaux diffractés avec le faisceau réfléchi.



La formule qui lie l'incidence $i =$ NRI, la longueur d'onde λ, l'ordre du spectre n et la déviation $\delta_n =$ NRD$_n$, à la constante a

---

c'est la relation existant entre z et z' lorsque la vis a tous ses pas égaux, relation très approximativement vérifiée avec la plupart des micromètres.

Pour obtenir une valeur approchée du terme correctif, écrivons

$$z + z' = z_0 + z_1 + \frac{c}{b}[(z - z_0)(z + z_0) + (z' - z_1)(z' + z_1)],$$

et substituons la valeur approchée $z' - z_1 = z_0 - z$, tirée de (3), il vient

$$z + z' = z_0 + z_1 + \frac{c}{b}(z - z_0)(z + z_0 - z' - z_1).$$

Éliminant z' dans la parenthèse par la valeur approchée

$$z_0 - z' = z - z_1,$$

il viendra

$$(4) \qquad z + z' = z_0 + z_1 - 2\frac{c}{b}(z - z_0)(z_1 - z).$$

Cette seconde approximation est bien suffisante : elle donne la loi suivant laquelle varie la somme presque constante des deux lectures d'une même raie ; on voit que le terme correctif est maximum pour $z - z_0 = z_1 - z$ ou $z = \frac{1}{2}(z_1 + z_0)$, c'est-à-dire pour le point qui correspond au milieu des deux lectures extrêmes.

La valeur du maximum est égale à $\frac{c}{2b}(z_1 - z_0)^2$; elle permet d'obtenir le coefficient c d'après la valeur de la différence entre la moyenne de la somme $z + z'$ au voisinage de z_1 ou z_0 et la moyenne de $z + z'$ au voisinage de $\frac{1}{2}(z_1 + z_0)$.

On voit que cette erreur croît comme le carré de l'intervalle $z_1 - z_0$ des lec-

du réseau est, comme l'on sait,

$$a(\sin i + \sin \delta_n) = n\lambda;$$

les angles δ positifs sont comptés positivement à partir de la normale RN vers le faisceau incident RI.

On l'écrit sous la forme

$$2a \sin \frac{i+\delta_n}{2} \cos \frac{i-\delta_n}{2} = n\lambda;$$

si l'on pose

$$\Delta_n = i + \delta_n,$$

on aura la formule calculable par logarithmes

$$2a \sin \frac{\Delta_n}{2} \cos\left(i - \frac{\Delta_n}{2}\right) n = \lambda.$$

D'après la figure ci-jointe, on reconnaît que l'angle Δ_n représente la déviation FRD_n du faisceau diffracté RD_n relativement au faisceau réfléchi RF compté dans le sens positif conventionnel.

---

tures extrêmes; on est donc maître de la rendre aussi petite que l'on veut en réduisant cet intervalle.

Il est bon de se rendre compte de l'influence qu'exerce cette erreur sur la valeur de x donnée par la moyenne des deux séries

$$(5) \qquad x = \tfrac{1}{2}(z - z_0 + z_1 - z')\,b + \tfrac{1}{2}c(z^2 - z_0^2 + z_1^2 - z'^2);$$

à cet effet on éliminera z' à l'aide de la relation (4) dans le terme en b et l'on négligera les termes en c^2; on trouve aisément

$$(6) \qquad x = b(z - z_0)\left[1 + \frac{c}{b}(2z_1 + z_0 - z)\right].$$

Jusqu'ici le coefficient b est resté indéterminé : on peut le déterminer par la condition de connaître en valeur absolue la distance correspondant aux lectures extrêmes $z_1 - z_0$. Soit X cette longueur; on aura par définition

$$\begin{aligned} X &= b(z_1 - z_0) + c(z_1^2 - z_0^2) \\ &= b(z_1 - z_0)\left[1 + \frac{c}{b}(z_1 + z_0)\right]. \end{aligned}$$

Éliminant b, on conclura

$$x = X\,\frac{z - z_0}{z_1 - z_0}\,\frac{1 + \frac{c}{b}(2z_1 - z_0 - z)}{1 + \frac{c}{b}(z_1 + z_0)};$$

Des trois déviations Δ_1, Δ_2, Δ_3 observées on conclut

$$\log a = 3,46783 \quad 3,46791 \quad 3,46790$$

dont la moyenne

$$\log a = 3,46788 \qquad (a = 2936,8)$$

a été adoptée pour les calculs ultérieurs.

Une seconde détermination effectuée le 13 juin 1884 a conduit exactement au même résultat.

2° *Distance angulaire et déviation des deux repères dans le cliché* R_8. — Le cliché R_8 a été obtenu le 13 juin 1884 avec le tube à gaine n° 24 et une durée d'exposition de trois heures et demie :

La lunette était à l'azimut	$4^\circ 40' 0''$	pendant l'exposition.	
» »	$15.30.0$	pour le repère	n° 1.
» »	$16.30.0$	»	n° 2.

d'où l'on conclut par différence que les points des clichés sur lesquels se trouvent ces repères correspondent aux déviations $\Delta'\Delta''$ avec le rayon réfléchi :

$\Delta' = 10^\circ 50' 0''$ Repère n° 1

$\Delta'' = 11^\circ 50' 0''$ » n° 2

---

et, comme le terme en c est très petit, il viendra

$$x = X\frac{z - z_0}{z_1 - z_0}\left[1 + \frac{c}{b}(z_1 - z)\right].$$

Cette expression montre que l'erreur ε, commise sur x lorsqu'on adopte la simple loi de proportionnalité, est

$$\varepsilon = X\frac{(z - z_0)(z_1 - z)}{z_1 - z_0}\frac{c}{b}.$$

Elle est maximum pour $z - z_0 = z_1 - z$, c'est-à-dire pour $z = \frac{1}{2}(z_0 + z_1)$ et cette valeur maximum est

$$\varepsilon = \frac{X}{4}(z_1 - z_0)\frac{c}{b}.$$

De là une autre manière d'obtenir le terme $\frac{c}{b}$ par la double mesure d'une longueur égale à la moitié de l'intervalle $(z_1 - z_0)$.

Sur le cliché la distance des deux repères est de $17^t,19$; cette distance étant de $1° = 3600''$, on obtient ainsi la valeur angulaire du tour de vis micrométrique $\frac{3600''}{17,19} = 209'',42$, et l'on peut réduire en secondes d'arc les distances de chaque raie au repère n° 1.

Et comme la déviation absolue Δ' de ce repère est connue, on connaît ainsi la distance angulaire Δ de chaque raie au faisceau réfléchi : c'est ce qu'on trouvera dans le Tableau numérique ci-après.

3° *Calcul des longueurs d'onde des raies observées.* — La connaissance de Δ ne suffit pas : il faut connaître l'angle d'incidence; or, avant l'obtention du cliché R_8, le réseau a été fixé à la plate-forme centrale et l'on a observé avec la lumière de la soude :

	Azimut de la lunette.	
	° ′ ″	
Direction du collimateur	360°+ 90. 0. 0	$180° - 2i = 74°\ 2'18''$
» du faisceau réfléchi.	375.57.42	
Direction du faisceau diffracté (raie D_2)..........	359.42. 6	$\Delta_1 = 16°15'36''$

on en conclut

$$2i = 105°57'42'' \qquad \text{et} \qquad i = 52°58'51''.$$

L'observation du premier spectre de droite (raie D_2) a servi à contrôler la valeur de la constante du réseau, ainsi qu'on l'a dit plus haut.

Le Tableau suivant se comprend de lui-même : on y trouve le calcul de la déviation Δ_1 de chaque raie.

L'incidence i étant connue, on a calculé par la formule ci-dessus les longueurs d'onde des raies de l'hydrogène de la série stellaire.

On a retranché 0,30 à tous les résultats pour accorder la longueur d'onde de la raie h à celle de l'Atlas d'Angström (410,10).

En regard de mes résultats, j'ai placé les déterminations faites par le D[r] Huggins des longueurs d'onde des raies sombres observées dans le spectre des étoiles blanches (*Comptes rendus*, t. XC, p. 72).

Il n'est pas inutile de rappeler que c'est par comparaison avec les raies de la lumière des nuées que ces déterminations des raies

stellaires ont été faites et que les longueurs d'onde de ce spectre ont été empruntées aux Planches de mon Mémoire sur le spectre normal du Soleil, raccordé à celui d'Angström.

Longueur d'onde des raies de l'hydrogène de la série stellaire, déduite du cliché R_8.

Désignation de la raie.	Distance au repère n° 1 en tours de vis.	Distance au repère n° 1 en secondes.	Distance au repère n° 1 en angles.	Distance Δ_1 au faisceau réfléchi.	Longueur d'onde λ corrigée (—0,30).	Spectre des étoiles blanches (Huggins).	Différ. C—H.
	t	"	° ' "	° ' "			
G'.........	28,86	5625	1.33.45	11.23.45	433,95	»	»
Repère n° 2.	17,19	3600	1. 0. 0	11.30. 0	412,13	»	»
h..........	16,28	3409	0.56.49	11.46.49	410,10	410,10	0,00
H..........	10,30	2174	36.14	11.26.14	396,89	396,89	9
α..........	6,74	1411	23.31	11.13.31	388,78	388,75	3
β..........	4,33	907	15. 7	11. 5. 7	383,45	383,40	5
γ..........	2,64	553	9.13	10 59.13	379,69	379,50	19
δ..........	1,40	293	4.53	10.34.53	376,94	376,75	19
ε..........	0,51	107	1.47	10.51.47	374,98 (1)	374,50	48
Repère n° 1.	0,00	0	0. 0. 0	10.50. 0	373,83	»	»
ζ..........	— 0,21	— 44	— 44	10.49.16	373,36	373,00	36
η..........	— 0,80	— 168	— 2.48	10.47.12	372,06	371,75	31
θ..........	— 1,25	— 262	— 4.22	10.45.38	371,07	370,75	32
i..........	»	»	»	»	»	»	»

La comparaison de la série des raies de l'hydrogène avec celle des raies des étoiles blanches découvertes par M. le Dr Huggins est aussi satisfaisante qu'on peut l'espérer, étant données les difficultés des deux genres de déterminations.

Les petites variations croissantes que présentent les différences des longueurs d'onde des raies successives est de l'ordre des erreurs systématiques que les deux instruments d'observation (prisme et réseau) peuvent entraîner.

La conclusion du présent travail est donc l'établissement avec

(1) La raie ε est rendue confuse dans le cliché par une raie étrangère, très forte avec le gaz impur, mais qui n'a pas disparu tout à fait dans le cliché employé.

un haut degré de probabilité de la coïncidence de la série des raies sombres des étoiles blanches avec celle des raies brillantes du spectre de l'hydrogène pur, coïncidence pressentie, mais non démontrée par des travaux antérieurs ([1]).

SUR LE MOUVEMENT LUMINEUX;

PAR M. GOUY.

1. *Préliminaires.* — Ce Mémoire a pour objet l'étude théorique des effets produits par les mouvements complexes qui constituent les rayons lumineux réels. On sait que la théorie ondulatoire, dans les explications qu'elle donne des phénomènes optiques, a pour objet immédiat le *mouvement simple,* dans lequel la vitesse vibratoire v en un point quelconque est donnée par une équation de la forme

$$v = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{\theta} + b\right), \tag{1}$$

t désignant le temps, a, b et θ des constantes. Cette équation définit une suite *entièrement illimitée* de vibrations pendulaires, d'une *régularité absolue,* dont la période est θ.

Si ces conditions de régularité et de durée ne se trouvent pas rigoureusement réalisées, l'équation du mouvement est différente, et, par suite, un problème nouveau se trouve posé, la solution fournie par la théorie pour un mouvement simple n'étant plus applicable en général. S'il s'agit, par exemple, d'un phénomène d'interférences ou de diffraction, on voit immédiatement que toute irrégularité ou toute interruption entraîne une perturbation dans l'effet produit, comme on l'a remarqué depuis longtemps. Il en sera encore de même, abstraction faite des interférences, toutes les fois que l'on aura à considérer des milieux doués de dispersion. En effet, le mouvement vibratoire dans les divers milieux devant toujours satisfaire aux équations différentielles des petits

---

([1]) VOGEL, *Sitzungsberichte,* 10 July 1879, 12 Feb. 1880.

mouvements de ces milieux, il n'est nullement permis de faire subir une altération, quelle qu'elle soit, au mouvement vibratoire (1), et de supposer ensuite que ce mouvement se comportera, dans les milieux doués de dispersion, comme s'il n'était pas altéré. Ainsi, par exemple, on n'est pas en droit de supposer que le mouvement (1) ne comprend qu'un nombre de vibrations limité, et qu'il se propagera dans les divers milieux comme s'il formait la suite entièrement illimitée que définit l'équation (1).

D'autre part, on a remarqué depuis longtemps qu'aucune source lumineuse ne peut produire une série de vibrations indéfinie et parfaitement régulière, ne fût-ce qu'en raison du renouvellement incessant des particules incandescentes. Ainsi aucun mouvement lumineux réel, même le moins complexe qu'on puisse supposer, ne rentre rigoureusement dans le cas du mouvement simple que considère la théorie ondulatoire.

Cette difficulté s'est présentée dès l'origine de cette théorie. On y répond d'ordinaire en supposant que les sources lumineuses produisent des séries de vibrations régulières, mais troublées de temps à autre par des perturbations subites ou de courte durée. Si la série, entre deux perturbations, comprend un grand nombre de vibrations, on peut prévoir que l'effet moyen d'un pareil mouvement différera peu de celui d'un mouvement simple. Mais cet aperçu, reposant sur une hypothèse, ne peut servir de base à une étude rationnelle du problème qui nous occupe, et nous verrons que, pour les sources donnant des spectres continus, on peut se faire une idée beaucoup moins étroite du mouvement lumineux. De plus, cet aperçu ne nous apprend rien sur les effets des perturbations elles-mêmes, qui paraissent jouer un rôle important dans la constitution des spectres fournis par les vapeurs et les gaz incandescents.

Pour traiter la question à un point de vue général, nous laisserons entièrement arbitraire le mouvement lumineux incident. A l'aide de la formule de Fourier, nous représenterons ce mouvement par la superposition de mouvements simples, tels que (1), pour lesquels nous savons calculer l'effet de l'appareil ou du système optique que nous voulons étudier. D'après le principe de la superposition des petits mouvements, chacun de ces mouvements simples se comportera comme s'il existait seul, et leur superposi-

tion formera le mouvement réel, dont il ne restera qu'à discuter l'expression. Pour ne pas compliquer cette discussion, nous laisserons de côté pour le moment les questions qui se rattachent à la constitution de la lumière naturelle, au point de vue de la polarisation, et nous admettrons que les rayons que nous étudions sont polarisés rectilignement.

2. *Formules générales.* — Pour fixer les idées, nous considérerons des rayons incidents parallèles.

Soit un plan fixe M normal à ces rayons, à l'entrée du système optique donné. Soit

$$v = f(t) \tag{2}$$

la vitesse vibratoire sur le plan M. La fonction $f(t)$ définit le mouvement incident, et nous allons en déduire les effets du système optique donné.

Nous considérerons le mouvement lumineux pendant un intervalle de temps $2T$, pris arbitrairement. Prenons pour origine du temps le commencement de cet intervalle. Pour toutes les valeurs de t comprises entre zéro et $2T$, nous avons, par la formule de Fourier,

$$f(t) = Q + \frac{1}{T}\sum_{1}^{\infty}\left(A_n \sin\frac{n\pi t}{T} + B_n \cos\frac{n\pi t}{T}\right), \tag{3}$$

en posant

$$\left\{\begin{aligned} Q &= \frac{1}{2T}\int_0^{2T} f(t)\,dt,\\ A_n &= \int_0^{2T} f(t)\sin\frac{n\pi t}{T}\,dt,\\ B_n &= \int_0^{2T} f(t)\cos\frac{n\pi t}{T}\,dt. \end{aligned}\right. \tag{4}$$

Dans la formule (3), la sommation s'étend à toutes les valeurs entières et positives de n. Le terme Q exprime la distance des deux positions qu'occupe une particule d'éther sur le plan M aux temps zéro et $2T$, divisée par $2T$; ce terme sera toujours négligeable lorsque $2T$ sera très grand, et nous n'en tiendrons pas compte.

Il est essentiel de remarquer que le second membre de (3), que

nous désignerons par $F(t)$, n'est identique à $f(t)$ que dans l'intervalle de zéro à $2T$, et reprend périodiquement les mêmes valeurs en dehors de cet intervalle. Nous prendrons $F(t)$ comme point de départ des calculs ultérieurs, et nous substituerons ainsi au véritable mouvement incident $f(t)$ un autre mouvement qui lui est identique dans l'intervalle considéré, de zéro à $2T$, et qui peut en différer en dehors de cet intervalle.

Si $2T$ est très grand, l'effet produit pendant cet intervalle par le mouvement incident ne peut dépendre que de la nature actuelle de ce mouvement, et non de ce qu'il était avant l'intervalle considéré, ou de ce qu'il sera après cet intervalle. Nous pourrons donc calculer cet effet en considérant $F(t)$ comme le mouvement incident. Cela n'est pas évident toutefois au début et à la fin de l'intervalle considéré, où le résultat pourra être inexact pendant un temps très court. Si le système optique donné ne comprend pas de milieux doués de dispersion, ce temps est précisément égal à celui que met la lumière à aller du plan M au point considéré. Dans tous les cas, cette durée sera insensible vis-à-vis de $2T$ dès que cet intervalle sera grand, et nous n'en tiendrons pas compte.

En posant

$$\theta_n = \frac{2T}{n}, \tag{5}$$

le second membre de (3) s'écrit

$$F(t) = \frac{1}{T}\sum_1^\infty \left(A_n \sin 2\pi \frac{t}{\theta_n} + B_n \cos 2\pi \frac{t}{\theta_n}\right).$$

Ainsi le mouvement $F(t)$ peut être regardé comme formé par la superposition de mouvements simples, dont l'équation générale est

$$v_n = \frac{1}{T}\left(A_n \sin 2\pi \frac{t}{\theta_n} + B_n \cos 2\pi \frac{t}{\theta_n}\right). \tag{6}$$

Ces mouvements sont d'une durée indéfinie et d'une régularité absolue, et nous pouvons leur appliquer immédiatement les formules de la théorie ondulatoire.

Considérons un point P quelconque, dans le système optique donné. Soit v'_n la vitesse vibratoire qui existerait au point P si le

mouvement incident était le mouvement simple (6). Nous aurions

$$(7)\quad v'_n = \varphi(\theta_n)\frac{1}{T}\left[A_n \sin 2\pi\left(\frac{t}{\theta_n}+\chi_n\right)+B_n\cos 2\pi\left(\frac{t}{\theta_n}+\chi_n\right)\right],$$

les quantités $\varphi(\theta_n)$ et χ_n étant des constantes calculées, en fonction de la période θ_n du mouvement simple, par les formules ordinaires de la théorie ondulatoire, appliquées au système optique donné. Ainsi $\varphi(\theta_n)$ désigne le rapport des amplitudes qui existeraient au point P et sur le plan M, si le mouvement incident était un mouvement simple de période θ_n.

La vitesse réelle v' au point P résultera de la superposition de toutes les vitesses telles que v'_n,

$$(8)\quad v' = \frac{1}{T}\sum_1\left\{\varphi(\theta_n)\left[A_n \sin 2\pi\left(\frac{t}{\theta_n}+\chi_n\right)+B_n\cos 2\pi\left(\frac{t}{\theta_n}+\chi_n\right)\right]\right\},$$

et la force vive au point P et à l'instant t sera exprimée par v'^2.

3. *Lumière constante*. — La réduction de la formule (8) présente en général des difficultés insurmontables; mais le problème devient très simple si l'on considère les mouvements lumineux *constants*, c'est-à-dire ceux qui donnent des phénomènes indépendants du temps, ce qui est le cas ordinaire.

Si nous faisons passer les rayons émis par une source lumineuse constante à travers un système optique fixe quelconque, l'expérience montre que l'intensité lumineuse en un point quelconque est sensiblement constante, c'est-à-dire que si elle subit des variations, celles-ci sont assez rapides pour être insensibles à l'observateur, qui ne peut apprécier que l'intensité moyenne dans un intervalle comprenant nécessairement un grand nombre de vibrations.

Supposons que le mouvement considéré $F(t)$ soit de cette nature; il nous suffira de connaître la force vive moyenne I ou intensité lumineuse au point P. Nous avons

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2T}\int_0^{2T} v'^2\,dt \\ &= \frac{1}{2T^3}\int_0^{2T}\left(\sum_1^{\infty}\left\{\varphi(\theta_n)\left[A_n\sin 2\pi\left(\frac{t}{\theta_n}+\chi_n\right)\right.\right.\right. \\ &\qquad\left.\left.\left.+B_n\cos 2\pi\left(\frac{t}{\theta_n}+\chi_n\right)\right]\right\}\right)^2 dt. \end{aligned}$$

Cette intégrale définie est une somme de termes de la forme

$$\int_0^{2T} \Big\{ \varphi(\theta_n) \left[A_n \sin 2\pi\left(\frac{t}{\theta_n} + \chi_n\right) + B_n \cos 2\pi\left(\frac{t}{\theta_n} + \chi_n\right) \right]$$
$$\times \varphi(\theta_{n'}) \left[A_{n'} \sin 2\pi\left(\frac{t}{\theta_{n'}} + \chi_{n'}\right) + B_{n'} \cos 2\pi\left(\frac{t}{\theta_{n'}} + \chi_{n'}\right) \right] \Big\} dt.$$

En remplaçant θ_n et $\theta_{n'}$ par leurs valeurs $\frac{2T}{n}$ et $\frac{2T}{n'}$, on voit aisément que l'intégrale est égale à zéro pour $n \lessgtr n'$, et à

$$T(A_n^2 + B_n^2)[\varphi(\theta_n)]^2$$

pour $n = n'$. Il vient donc

$$(9) \qquad I = \frac{1}{2T^2} \sum_1^\infty \Big\{ [\varphi(\theta_n)]^2 (A_n^2 + B_n^2) \Big\} = \sum_1^\infty I_n,$$

en désignant par I_n l'intensité lumineuse que produirait au point P le mouvement simple (6), s'il existait seul ([1]), d'après la formule (7).

Ainsi *l'intensité lumineuse en un point quelconque, dans le cas d'une lumière constante, est la somme des intensités que donnerait, pris séparément, chacun des mouvements simples dont l'expression est donnée par les formules* (4) *et* (6), *dans lesquelles on doit supposer* T *très grand.*

Ainsi se trouve justifié le principe physique de l'indépendance des rayons d'espèce différente, qui, au premier abord, paraissait en contradiction avec ce fait que tous les mouvements vibratoires se superposent dans le même milieu élastique.

4. *Analyse spectrale.* — Supposons que le système optique considéré soit un appareil pouvant produire un spectre. Soit le point P pris sur ce spectre, et soit θ_0 la période vibratoire du mouvement lumineux simple qui viendrait former son image au point P. La théorie ondulatoire nous apprend que la fonction $\varphi(\theta_n)$ n'aura de valeur sensible que pour les valeurs de θ_n comprises entre $\theta_0 - \varepsilon$ et $\theta_0 + \varepsilon$, ε étant très petit vis-à-vis de θ_0, et d'autant plus petit que le spectre sera plus pur, et le pouvoir optique de l'ap-

---

([1]) Le terme *intensité* est pris comme synonyme de *force vive moyenne*.

pareil plus grand. Ainsi le mouvement vibratoire au point P résultera de la superposition de mouvements simples ayant des périodes très voisines de θ_0 ; ce mouvement sera donc un mouvement sensiblement régulier dont la période sera très voisine de θ_0 ; et la couleur de la lumière au point P sera celle du rayon lumineux simple qui viendrait former son image en ce point.

Le nombre des mouvements simples pour lesquels θ_n est compris entre $\theta_0 - \varepsilon$ et $\theta_0 + \varepsilon$ est d'ailleurs proportionnel à T, d'après (5). Comme les raisonnements précédents ne sont rigoureux qu'à la limite, pour de très grandes valeurs de T [1], on doit toujours regarder ce nombre comme très grand. L'intensité aux différents points du spectre dépendra de la loi suivant laquelle l'intensité de ces mouvements simples varie avec leur période, c'est-à-dire des quantités A_n et B_n.

Pour que la lumière incidente parût homogène à l'analyse spectrale, il faudrait que ces mouvements simples se réduisissent à un seul, ou du moins à un groupe resserré de périodes extrêmement voisines ; si cette condition n'est pas remplie, il y aura élargissement de la raie ou formation d'un spectre continu, chaque mouvement simple venant former son image en un point différent du spectre. L'examen des formules (4) montre que cette condition n'est réalisée que si le mouvement incident constitue lui-même un mouvement simple, d'une régularité parfaite. Ainsi les irrégularités et les perturbations quelconques du mouvement incident produisent l'élargissement des raies spectrales et les spectres continus qui les accompagnent d'ordinaire ; ce point de vue sera développé dans un travail ultérieur.

5. *Interférences et régularité du mouvement lumineux.* — Supposons maintenant que le système optique considéré soit un appareil interférentiel.

Les mouvements simples donnés par la formule de Fourier étant d'une régularité absolue et d'une durée indéfinie, les interférences se produiraient pour chacun d'eux, sans aucune perturbation pos-

---

[1] A cause de l'erreur qui peut exister au commencement et à la fin de l'intervalle 2T (n° 2), dont nous n'avons pas tenu compte dans le calcul de I.

sible. Nous avons vu d'ailleurs que l'intensité lumineuse réelle est la somme des intensités que donnerait chaque mouvement simple. Ainsi le phénomène réel sera formé par la superposition des systèmes de franges que donnerait chaque mouvement simple pris séparément. Suivant que ces systèmes seront concordants ou discordants, il y aura ou non des franges visibles. Il y a deux cas principaux à examiner.

Premier cas. — La lumière incidente est plus ou moins homogène, et l'on produit les franges sans le secours d'un appareil spectral. Soient θ_1 et θ_2 deux limites qui comprennent les périodes des mouvements simples qui constituent le mouvement incident. Si les systèmes de franges correspondant aux périodes θ_1 et θ_2 ne sont pas discordants, c'est-à-dire s'ils diffèrent de moins d'une demi-frange, il en sera de même *a fortiori* pour les périodes intermédiaires, et l'on aura des franges visibles. Mais l'examen spectroscopique de la lumière incidente permet de déterminer les limites θ_1 et θ_2; ainsi *il existe une relation nécessaire entre le degré d'homogénéité de la lumière, tel qu'on le détermine au spectroscope, et la visibilité des franges d'interférences dans telle condition donnée, sans qu'il soit nécessaire de faire d'hypothèse sur la régularité du mouvement.* Cette relation est due à ce que la régularité plus ou moins grande du mouvement détermine l'écart des limites θ_1 et θ_2, comme nous l'avons vu au n° 4.

Second cas. — La lumière incidente est blanche, ou susceptible de donner un spectre continu, et l'on fait usage d'un appareil spectral pour observer les franges, soit par la méthode de MM. Fizeau et Foucault, soit en isolant une portion du spectre, qui sert de source de lumière. Dans tous les cas, on obtient la superposition des franges produites par les mouvements simples dont les périodes sont comprises entre deux limites θ_1 et θ_2, limites qui dépendent, non plus de la lumière incidente comme dans le cas précédent, mais de l'appareil lui-même, et du point considéré, la fonction $\varphi(\theta_n)$ n'étant différente de zéro qu'entre ces limites. Si ces systèmes de franges sont concordants, on aura des franges visibles. En particulier, dans l'expérience de MM. Fizeau et Foucault, les franges seront visibles toutes les fois que le

spectre sera assez pur et la lunette assez puissante pour qu'on puisse *séparer deux franges voisines*.

Ainsi l'existence de franges d'interférences à grande différence de marche, dans le cas des sources à spectres continus et de la lumière blanche, n'implique nullement la régularité du mouvement lumineux incident. Cette régularité existe dans le spectre, mais c'est l'appareil spectral qui la produit, en séparant plus ou moins complètement les divers mouvements simples qui, jusque-là, n'avaient qu'une existence purement analytique.

Pour considérer un cas extrême, à titre d'exemple, on peut regarder la lumière blanche comme formée par une suite d'impulsions tout à fait irrégulières, ou de vibrations sans cesse troublées, analogues au mouvement de trépidation qui, pour quelques physiciens, constitue le mouvement calorifique. Cette hypothèse assez vraisemblable permet d'expliquer simplement la continuité parfaite du spectre, assez difficile à comprendre si l'on considère la source lumineuse comme produisant des séries distinctes de vibrations régulières.

SUR UN PHÉNOMÈNE THERMOMAGNÉTIQUE;

PAR M. TH. SCHWEDOFF.

Le fer porté à l'incandescence n'est plus attiré par un aimant. Supposons que nous ayons un anneau horizontal de fer supporté par un axe vertical et mobile autour de cet axe. Si l'on approche un aimant de l'anneau, celui-ci restera immobile, puisque les forces d'attraction ont une résultante qui passe par l'axe. Mais admettons qu'une moitié de l'anneau soit chauffée par une flamme au rouge vif, tandis que l'autre reste froide. Dans ce cas, le pôle de l'aimant, placé entre les deux moitiés, n'agira que sur la partie froide de l'anneau. L'équilibre ne sera plus possible. La moitié froide sera toujours attirée par le pôle, et il en résultera une gyration continuelle de l'anneau.

Le fait de l'influence de la température sur les propriétés magnétiques du fer est connu de tout le monde; et même, je ne crois pas que personne avant moi ait eu l'idée de construire un moteur

pareil à celui-là. Mais ce qui me paraît avoir un intérêt spécial, ce sont les conclusions qu'on peut tirer de l'expérience que je viens d'indiquer.

Si petit que soit le frottement de l'axe sur lequel tourne l'anneau, c'est toujours une résistance à surmonter, un travail à effectuer. Il faut bien que quelque chose soit dépensé ou perdu pour produire ce travail.

Évidemment, ce ne sont pas les forces magnétiques seules qui travaillent ici. Ces forces, on le sait, ont un potentiel, et une force pareille ne peut pas fournir un travail illimité; autrement on aurait un mouvement perpétuel. L'attraction exercée par l'aimant ne peut pas être ici l'agent du mouvement comme l'élasticité de la vapeur ne l'est pas dans une machine à vapeur.

L'idée naturelle serait que le mouvement de l'anneau est entretenu aux dépens de la chaleur perdue, c'est-à-dire que, à part la chaleur dépensée pour élever la température de l'anneau et la chaleur dispersée dans l'air ambiant, une certaine quantité de chaleur se transforme en travail et disparaît comme chaleur. Le moteur dont il s'agit ne serait qu'un genre particulier des machines caloriques.

Mais cette transformation de la chaleur perdue en travail exige une explication détaillée.

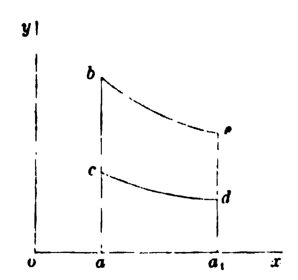
Réduisons l'expérience au schéma le plus simple.

Imaginons-nous une balle de fer suspendue à un fil vertical. Approchons de cette balle le pôle nord d'un aimant. Les molécules du fer dont les axes magnétiques étaient dirigés, à l'état neutre, dans tous les sens, tendent à s'orienter de manière à tourner leurs pôles sud vers l'aimant. Mais deux forces s'opposent à cette nouvelle orientation. C'est d'abord l'action mutuelle des aimants moléculaires dans leur position nouvelle, et puis la force inhérente à la matière de la balle et dont dépend le coefficient d'aimantation. Je compare cette force à l'élasticité et je l'appellerai *élasticité magnétique*. L'action simultanée des trois forces détermine l'orientation définitive des molécules de la balle. Celle-ci acquiert un certain moment magnétique et s'approche du pôle de l'aimant.

Portons la balle à l'incandescence. Mon hypothèse est que la température influe sur le coefficient de l'élasticité magnétique et que, dans le voisinage de la température du rouge vif, ce coefficient

augmente avec la température. Il en résulte que l'équilibre des trois forces n'est plus possible. La force de l'élasticité magnétique, devenue plus grande, l'emporte sur l'action du pôle et ramène les axes des molécules à peu près à leur direction primitive. La balle se désaimante et revient à sa place.

Or, pour ramener les axes des molécules à leur direction initiale un travail est nécessaire, et c'est pour effectuer ce travail qu'est dépensée la chaleur dont il était question.



Ce mode de transformation de la chaleur en travail mécanique n'offre rien d'exceptionnel. Une bande de caoutchouc, étirée par un poids considérable suspendu à un de ses bouts, se raccourcit sous l'action de la chaleur et fait remonter le poids. Il en résulte que la force élastique de la bande augmente avec la température. En même temps, il se produit un travail mécanique et une certaine quantité de chaleur disparaît de la bande : celle-ci se refroidit sensiblement. J'ajouterai que le jeu de nos machines à vapeur n'est autre chose qu'une transformation de la chaleur en travail mécanique par l'intermédiaire de la force élastique de la vapeur d'eau.

Cette manière de voir nous permet d'appliquer à l'étude du thermomagnétisme le procédé graphique dont on se sert dans la thermomécanique.

Désignons par r (*fig.* 1) la distance entre le pôle de l'aimant et la balle de fer et par f la force de leur attraction mutuelle. Portons r sur l'axe des abscisses et f sur l'axe des ordonnées. A un certain moment ces coordonnées sont $r = oa$, $f = ab$. Si l'on porte la balle à l'incandescence, l'attraction diminue sans que la distance varie, et il vient $r = oa$, $f = ac$. Écartons la balle du pôle : la distance et la force varient en même temps, et elles deviennent $r = oa'$, $f = a_1 d$. Laissons refroidir la balle à sa température

initiale. La force d'attraction augmente et l'on a $r = oa_1$, $f = a_1 e$. Ramenons la balle à sa position initiale. La distance et la force redeviennent $f = ab$, $r = oa$. Il est évident que le travail dépensé par la force extérieure est égal à l'aire $aa_1 dc$; le travail dépensé par la force d'attraction est égal à l'aire $aa_1 eb$, et le travail total gagné par la force extérieure est égal à l'aire limitée par le circuit fermé *cdeb*. C'est aussi la mesure de la chaleur absorbée dans la balle.

Il est évident aussi qu'on peut créer de la chaleur dans la balle si l'on renverse l'ordre de la transformation indiquée, c'est-à-dire si l'on écarte la balle du pôle quand elle est froide et si on la rapproche quand elle est portée à l'incandescence.

Mais il en résulte aussi qu'on n'a ni absorption ni dégagement de chaleur si la température de la balle reste constante dans tous ses déplacements, à la condition que la balle revienne à sa position primitive. L'acte d'aimantation et de désaimantation successives n'est pas capable de modifier l'état thermique d'une armature de fer.

Il va sans dire que je fais abstraction des courants induits qui accompagnent la variation du moment magnétique de l'armature. Des courants pareils dépendent de la conductibilité de l'armature et peuvent avoir lieu dans le cuivre aussi bien que dans le fer.

SUR LA NATURE DES MOUVEMENTS CYCLONIQUES DE L'ATMOSPHÈRE;

PAR M. TH. SCHWEDOFF.

D'après l'opinion de M. Faye, les mouvements gyratoires de notre atmosphère prennent naissance en haut, dans la couche des cirrus; c'est son hypothèse. La conséquence en est que ces gyrations descendent et refoulent vers le sol l'air froid et relativement sec des hautes régions. Par contre, l'hypothèse de la majorité des météorologistes est que l'aspiration et la gyration de l'air commencent en bas, dans le voisinage du sol, et la conséquence en est que l'air chaud et humide des couches inférieures remonte vers les régions élevées.

Mon avis est qu'un grave malentendu préside à toutes les discussions sur le siège primitif des gyrations cycloniques. Le fait est que les conséquences des météorologistes dérivent de l'hypothèse de M. Faye et *vice versa*. Si une gyration commence en haut, elle doit avoir pour effet un appel d'air, une ascension des couches inférieures; ou bien, si la gyration se produit dans le voisinage du sol, il doit en résulter une descente de l'air des couches supérieures; de sorte qu'avec les tourbillons ascendants on doit s'arrêter à l'hypothèse de M. Faye, et, en partant de l'idée des tourbillons descendants, on tombe sur l'hypothèse des météorologistes.

Pour prouver cette thèse, je remplace l'atmosphère par deux liquides, deux solutions de sels, choisis convenablement pour imiter réellement ce qui se passe dans l'atmosphère. Ces liquides sont des solutions dans de l'eau de source, de carbonate de soude (densité 1,03) et de chlorure de calcium (densité 1,08). Séparés, ces liquides sont incolores, transparents; mélangés ils forment un précipité blanc, de la craie finement pulvérisée. Un vase parallélépipédique formé de glaces de verre sert à contenir les liquides. Deux disques métalliques horizontaux, portés par deux tiges verticales, plongent dans les liquides et permettent d'imprimer à ceux-ci un mouvement de gyration.

Supposons qu'il s'agisse de gyrations qui arrivent d'en haut, c'est l'hypothèse de M. Faye. On imprime quelques tours à la manivelle qui commande le disque supérieur; aussitôt on voit des filets de nuages se détacher de la couche opaque qui sépare les deux liquides au-dessous du disque. A mesure qu'on accélère la rotation, la surface de cette couche renfle à son centre; les nuages qui en émanent deviennent de plus en plus épais, s'étirent vers le disque en s'enroulant sur l'axe géométrique de rotation. Des veines liquides de la solution inférieure font irruption dans la solution supérieure en dépit de leur densité plus considérable, se frôlent contre le milieu ambiant et dégagent un brouillard du précipité blanc. Il se forme dans le vase un ouragan en miniature. La masse en mouvement forme un espèce de cône droit à génératrice courbe, convexe du côté dirigé vers l'axe du tourbillon. Chaque particule décrit, en s'élevant, une spire hélicoïdale dont le diamètre diminue graduellement.

Ainsi, quand l'origine des gyrations se trouve en haut « et ne se

trouve que là », on a en bas le contraire de ce qu'en attend M. Faye : les tourbillons sont centripètes et ascendants. On a les tourbillons des météorologistes.

Passons à l'hypothèse des météorologistes, gyrations partant du sol. On n'a qu'à renverser l'expérience. Donnons quelques coups de rotation au disque intérieur de notre appareil. Maintenant ce sont les couches les plus basses, les plus denses du liquide, d'où partent les gyrations, et l'aspect du phénomène change complètement. La couche opaque qui sépare les deux solutions manifeste une agitation, s'abaisse à son centre et forme une espèce de protubérance dirigée vers le bas. Un groupe d'appendices en forme d'entonnoir se détachent de cette protubérance, s'étirent, s'enroulent dans le sens de la rotation du liquide. D'autres appendices les suivent, et il s'en forme un cône renversé dont la base est en haut et dont le sommet touche le fond du vase. La figure de cette masse de lambeaux pendillants, tourmentés dans tous les sens par les courants du liquide, ressemble à l'aspect des vrais nuages qui précèdent immédiatement un orage. Encore quelques tours de manivelle et notre orage artificiel éclate. Des flots du liquide supérieur, malgré leur légèreté relative, envahissent les couches inférieures, se mêlent à celles-ci et dégagent une averse du précipité. On s'assure facilement que chaque particule engendre une spire hélicoïdale descendante dont le diamètre diminue progressivement. On a justement ce genre de tourbillons sur lequel insiste M. Faye. Seulement cette fois nous sommes dans l'hypothèse des météorologistes.

La théorie des mouvements gyratoires au sein du liquide, créée par M. Helmholtz et développée par sir W. Thomson, par Kirchhoff, Beltrami et par d'autres savants, forme une partie très importante de l'Hydrodynamique. Comme je ne peux pas reproduire ici cette théorie dans tous ses détails, j'essayerai de donner une autre tournure au problème qui nous intéresse.

Je pose en principe que l'effet produit sur le milieu ambiant par une colonne d'air en gyration est la résultante des actions partielles de toutes les couches dont cette colonne est constituée. Étant donné qu'une lame fluide circulaire est douée d'un mouvement gyratoire autour d'un axe normal à son plan et passant par son centre, la force centrifuge doit projeter les particules en mou-

vement vers la périphérie de la lame. Il en résulte une diminution de pression dans la partie centrale de la lame et une force d'aspiration dirigée vers le centre. Sous l'action de cette force, les particules situées au-dessus et au-dessous de la lame affluent vers l'axe de gyration, tandis que les particules contenues dans le plan de la lame, sollicitées par la force centrifuge, s'éloignent de plus en plus de cet axe. La propagation du tourbillonnement dans le milieu ambiant et la diminution progressive de la vitesse linéaire des particules en sont les conséquences nécessaires. Un tourbillon pareil est nécessairement passager; il se dissipe dans le milieu et disparaît, à moins que la gyration de la lame liquide ne soit entretenue aux dépens de forces extérieures, comme cela a lieu dans l'expérience décrite ci-dessus.

Passons maintenant à une colonne d'air en gyration. Je suppose que cette colonne est cylindrique, verticale, et qu'elle se termine en bas et en haut par deux surfaces idéales, pénétrables aux courants du fluide. J'appellerai une colonne pareille *tourbillon à bases ouvertes*.

Désignons par a, b, c, ..., x, y, z les couches consécutives horizontales dont la colonne est composée, et admettons que la vitesse de gyration est la même dans toutes les couches. Dans ces conditions les particules d'une couche quelconque intermédiaire m sont sollicitées par deux forces d'aspiration, celle de la couche l et celle de la couche n. Ces deux forces étant égales et de sens contraires s'entre-détruisent. Il n'y a pas d'aspiration dans les couches moyennes de la colonne. Ce sont les bouts de la colonne, les couches a et z les premières, qui usent leur force vive de gyration à pomper l'air du dehors. Ensuite c'est aux couches b et y à dissiper à leur tour la force vive dans le milieu environnant. Il en résulte que la colonne en gyration se raccourcit et s'élargit jusqu'à ce que sa force vive se dissipe dans le milieu. Un tourbillon à bases ouvertes ne peut pas durer indéfiniment.

Mais il en est autrement si les bases d'une colonne en gyration sont formées, non pas par des plans idéals, mais par des surfaces matérielles, résistantes, impénétrables aux courants du fluide. Dans ce cas, et seulement dans ce cas, la force centrifuge de gyration est partout contre-balancée par la pression du milieu ambiant. Le fluide n'est pas aspiré du dehors dans l'intérieur de la colonne.

Les particules ne descendent ni ne remontent le long du tube tourbillonnant; elles ne sont nulle part projetées en dehors de la colonne. La force vive ne se dissipe plus; elle se conserve indéfiniment dans la masse même en gyration. Un *tourbillon à bases fermées* est un état cinétique doué de stabilité parfaite. Il va sans dire que je fais abstraction des frottements des molécules entre elles et contre les parois des bases.

Pour obtenir ce genre de bouillonnement, il n'est pas toujours nécessaire de fermer les bases par des parois solides. On peut y arriver en appuyant une des bases, ou toutes les deux bases sur le niveau libre du fluide; il n'y aura pas d'aspiration aux bases puisqu'il n'y a pas de fluide au delà de ce niveau. Seulement l'abaissement de la pression à l'intérieur de la colonne et le surcroît de pression à la périphérie du tourbillon seront décelés, à la surface du niveau, par une dépression conique centrée sur l'axe de gyration et par un bourrelet circulaire tout autour de cette dépression, ou bien, pour obtenir un tourbillon fermé, on peut recourber la colonne en forme d'anneau et rapprocher les deux bases l'une de l'autre jusqu'au contact. Dans ce cas aussi il n'y aura pas d'aspiration parce qu'il n'y aura plus de bases. On aura un tourbillon annulaire.

Les mouvements cycloniques de notre atmosphère possèdent une stabilité étonnante : ils peuvent durer des semaines et même des mois. La dissipation finale des cyclones s'explique suffisamment par le frottement des molécules, dont la théorie ne tient pas compte. De là on doit conclure que les cyclones atmosphériques ont toujours leurs bases fermées, d'une part par le sol et de l'autre par le niveau libre de l'atmosphère, et comme elles s'étendent du haut jusqu'au bas sans interruption, ces gyrations ne commencent ni en haut, ni en bas. Elles s'engendrent tout d'une pièce et d'un seul coup par un procédé dont on ne prévoit pas encore la nature.

Quant aux mouvements d'ascension ou d'aspiration observés dans certains tourbillons, ces mouvements ne plaident nullement en faveur d'une hypothèse quelconque émise jusqu'à ce jour. L'aspiration résulte nécessairement du frottement exercé par le sol sur les molécules de l'air. En vertu de ce frottement, la vitesse de gyration dans le voisinage du sol est moindre que celle à

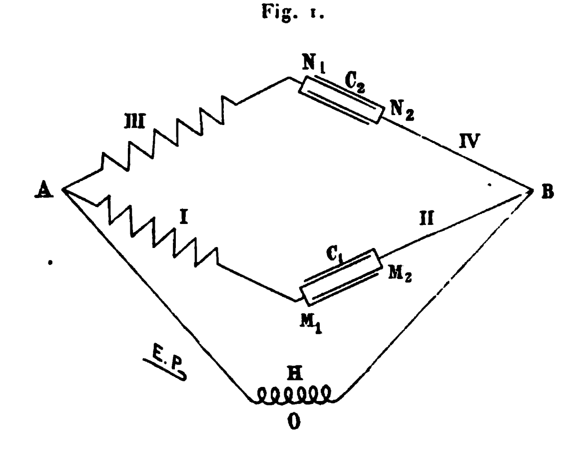
une certaine altitude. Il en résulte que la force centrifuge des couches supérieures l'emporte sur celle des couches inférieures et aspire l'air de ces couches de bas en haut.

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LA CAPACITÉ INDUCTIVE SPÉCIFIQUE DE QUELQUES DIÉLECTRIQUES;

PAR M. ADRIEN PALAZ.

1. On sait que l'on peut comparer les capacités de deux condensateurs à l'aide de la méthode bien connue de *de Sauty*, analogue à la disposition expérimentale du pont de Wheatstone; il suffit de remplacer dans cette dernière la résistance à mesurer et celle qui sert d'étalon par les condensateurs dont on veut com-

Fig. 1.



parer les capacités C_1, C_2. En prenant le circuit de la pile, le galvanomètre placé dans le pont ne subit aucune déviation lorsque la condition

$$R_1 C_1 = R_3 C_2$$

est exactement remplie, R_1 et R_3 étant les résistances des deux autres branches.

Si l'on remplace la pile de force électromotrice constante par

un appareil d'induction H produisant une force électromotrice variable donnée par la formule

$$E = E_k \sin(knt + m_k)$$

et le galvanomètre par un téléphone, celui-ci n'émet aucun son lorsque la relation ci-dessus est vérifiée.

La démonstration de l'exactitude de ce procédé est beaucoup moins simple dans ce cas que dans le premier. La voici en résumé lorsque l'on suppose les diélectriques des condensateurs parfaits.

Si l'on appelle, dans la *fig.* 1, p_1, p_2, q_1, q_2 le potentiel des armatures M_1, M_2, N_1, N_2 des condensateurs de capacité C_1, C_2; P_1, P_2 celui des points A, B; Q_i le self-potentiel; R_i la résistance de la $i^{\text{ième}}$ branche; i l'intensité du courant, on aura

$$(2)\qquad i_0 R_0 = P_2 - P_1 + Q_0 \frac{\partial i_0}{\partial t} + E,$$

$$(3)\qquad i_1(R_1 + R_2) + (Q_1 + Q_2)\frac{\partial i_1}{\partial t} = P_1 - P_2 + p_2 - p_1,$$

$$(4)\qquad i_2(R_3 + R_4) + (Q_3 + Q_4)\frac{\partial i_2}{\partial t} = P_1 - P_2 + q_2 - q_1,$$

$$(5)\qquad C\frac{\partial(p_1 - p_2)}{\partial t} = i_1,$$

$$(6)\qquad C_2\frac{\partial(q_1 - q_2)}{\partial t} = i_2,$$

$$(7)\qquad i_0 = i_1 + i_2.$$

Or i_1 et i_2 sont évidemment de la même forme que E, c'est-à-dire

$$i_1 = \Sigma i_1^{(k)} = \Sigma a'^{(k)} \sin[knt + m_k + \varphi_1^{(k)}],$$
$$i_2 = \Sigma i_2^{(k)} = \Sigma a''^{(k)} \sin[knt + m_k + \varphi_2^{(k)}].$$

En posant

$$x_1^{(k)} = a'^{(k)} \sin\varphi_1^{(k)}, \qquad y_1^{(k)} = a'^{(k)} \cos\varphi_1^{(k)},$$
$$x_2^{(k)} = a''^{(k)} \sin\varphi_2^{(k)}, \qquad y_2^{(k)} = a''^{(k)} \cos\varphi_2^{(k)},$$

les valeurs de $i_1^{(k)}$ et $i_2^{(k)}$ deviennent

$$i_1^{(k)} = x_1^{(k)} \cos(knt + m_k) + y_1^{(k)} \sin(knt + m_k),$$
$$i_2^{(k)} = x_2^{(k)} \cos(knt + m_k) + y_2^{(k)} \sin(knt + m_k).$$

Si l'on effectue les éliminations et les réductions nécessaires en

introduisant les notations suivantes

$$
\begin{aligned}
a_1^{(k)} &= \frac{1}{C_1} - (Q_0 + Q_1 + Q_2)k^2 n^2,\\
a_2^{(k)} &= \frac{1}{C_2} - (Q_0 + Q_3 + Q_4)k^2 n^2,\\
b_1^{(k)} &= (R_0 + R_1 + R_2)\,kn,\\
b_2^{(k)} &= (R_0 + R_3 + R_4)\,kn,\\
c^{(k)} &= Q_0 k^2 n^2,\\
d^{(k)} &= R_0 kn,\\
e^{(k)} &= E_k kn.
\end{aligned}
$$

$$
D^{(k)} = \begin{vmatrix} -c & d & a_2 & b_2 \\ +a_1 & b_1 & -c & d \\ -d & -c & -b_2 & a_2 \\ -b_1 & a_1 & -d & -c \end{vmatrix} \text{ indice } k,
$$

$$
\begin{aligned}
\alpha_1^{(k)} &= a_1^{(k)} + c^{(k)}, \qquad \beta_1 = b_1^{(k)} - d^{(k)},\\
\alpha_2 &= a_2^{(k)} + c^{(k)}, \qquad \beta_2 = b_2^{(k)} - d^{(k)},
\end{aligned}
$$

on obtient, pour les inconnues $x_1^{(k)}, y_1^{(k)}$; $x_2^{(k)}, y_2^{(k)}$, les valeurs suivantes

$$
x_1^{(k)} = \frac{e^{(k)}}{D^{(k)}}[c(\alpha_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2) + d(\alpha_1\beta_2 - \beta_1\alpha_2) + (\alpha_2^2 + \beta_2^2)(c - \alpha_1)]_{(k)},
$$

$$
y_1^{(k)} = \frac{e^{(k)}}{D^{(k)}}[c(\alpha_1\beta_2 - \beta_1\alpha_2) - d(\alpha_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2) - (\alpha_2^2 + \beta_2^2)(\beta_1 + \alpha)]_{(k)},
$$

et pour la différence de potentiel $q_1 - p_1$, l'expression

$$
\begin{aligned}
q_1 - p_1 = {} & \Sigma[x_1^{(k)} R_1 - x_2^{(k)} R_3] \cos(knt + m_k),\\
& + \Sigma[y_1^{(k)} R_1 - y_2^{(k)} R_3] \sin(knt + m_k),\\
& - \Sigma[x_1^{(k)} Q_1 - x_2^{(k)} Q_3]\, kn \sin(knt + m_k),\\
& + \Sigma[y_1^{(k)} Q_1 - y_2^{(k)} Q_3]\, kn \cos(knt + m_k).
\end{aligned}
$$

Or cette valeur de $q_1 - p_1$ ne peut pas s'annuler dans le cas général, mais seulement atteindre une valeur minimum déterminée; toutefois, en supposant, ce qui est facilement réalisable dans la pratique, que les self-potentiels Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 sont des valeurs assez petites pour qu'on puisse négliger knQ vis-à-vis de R_1 et de R_3, et que les résistances R_2 et R_4 sont suffisamment faibles pour être négligées relativement à R_1 et R_3, on arrive, toutes sim-

plifications faites, à l'expression

$$q_1 - p_1 = kn\left(\frac{R_3}{C_1} - \frac{R_1}{C_2}\right)$$
$$\times\left\{ \sum \frac{e^{(k)}}{D^k}[d(\beta_1-\beta_2)-c(\alpha_1+\alpha_2)+\alpha_1\alpha_2-\beta_1\beta_2]_{(k)}\cos(knt+m_k)\right.$$
$$\left.+\sum \frac{e^{(k)}}{D^{(k}}[c(\beta_1-\beta_2)+d(\alpha_1+\alpha_2)+\alpha_1\beta_2-\beta_1\alpha_2]_{(k)}\sin(knt+m_k)\right\}.$$

La différence de potentiel entre les armatures M_1 et N_1 est donc nulle lorsque

$$R_3 C_2 - R_1 C_1 = 0,$$

et si l'on ferme alors le circuit du pont, aucun courant n'y circulera.

2. A l'aide de cette disposition, j'ai étudié un certain nombre de diélectriques liquides et déterminé leur capacité inductive spécifique.

Les deux condensateurs étaient cylindriques et de dimensions égales; l'épaisseur de la couche liquide était de 1^{mm}, sa hauteur de 440^{mm} et son diamètre de 100^{mm} environ. L'un d'eux, désigné dans ce qui suit par l'indice 1, servit comme condensateur étalon. La capacité C_2 du second, exprimée en fonction de celle du premier est, lorsque la couche isolante est une couche d'air,

$$C'_2 = \frac{R'_1}{R'_3} C_1.$$

La capacité du même condensateur avec une couche de liquide comme diélectrique est de même

$$C''_2 = \frac{R''_1}{R''_3} C_1.$$

La capacité inductive spécifique du liquide est alors, en admettant que celle de l'air est égale à l'unité,

$$D = \frac{C''_2}{C'_2}.$$

Les résistances à self-potentiel négligeable R_1 et R_3 étaient formées par six couples de fils de maillechort de $0^{mm},15$ de diamètre

tendus sur des isolateurs paraffinés entre les parois du laboratoire et aboutissant à des bornes isolées qui permettaient de faire toutes les combinaisons nécessaires. Trois rhéostats formés chacun de deux fils de maillechort avec un curseur à contact de mercure, donnaient la possibilité de faire varier les résistances des branches du pont par degrés insensibles et de réduire ainsi le téléphone au silence.

L'exactitude de la mesure de la capacité inductive spécifique dépend de celle avec laquelle les résistances R_1 et R_3, correspondant au bruit minimum du téléphone, pouvaient être déterminées. Or, en général, il a été possible de fixer la position du curseur des rhéostats I, II et III à deux ou trois centimètres près, ce qui correspond à une exactitude de $0^{\text{ohms}},2$ sur 400 en moyenne ou de 0,0005; l'erreur maximum d'une détermination de la valeur de la capacité inductive est ainsi de 0,002.

En faisant varier l'intensité du courant primaire de la bobine d'induction, le potentiel moyen de charge pouvait varier dans le rapport de 1 à 64; en effectuant les mesures à l'aide de ces valeurs du potentiel moyen de charge, il n'a pas été possible d'observer une variation dans la capacité inductive spécifique du toluol, du benzol et du pétrole; l'exactitude dépassait alors 0,001.

Il a été, par contre, possible de constater une variation très sensible de la capacité inductive spécifique avec la température et de la déterminer d'une manière assez exacte. Les mesures ont été faites à trois températures voisines de 0°, de 15° et de 45°; il y a eu malheureusement une légère condensation de la vapeur d'eau sur les parois du condensateur placé dans l'appareil servant à produire les basses températures, en sorte que les valeurs obtenues dans ce cas sont entachées d'une certaine erreur; nous ne considérons donc comme absolument exactes que les mesures faites aux températures égales et supérieures à la moyenne.

Voici les moyennes des valeurs obtenues pour le toluol, le benzol et le sulfure de carbone :

Température.	Capacité inductive D.	Variation pour 1° ΔD.
	Benzol.	
15°,8	2,3407	0,00338
18,7	2,3309	0,00348
32,3	2,2837	0,00238
47,2	2,2483	
	Toluol.	
3,6	2,3751	0,00072
17,2	2,3649	0,00366
44,8	2,2637	
	Sulfure de carbone.	
2,8	2,6296	
14,8	2,6150	0,0016
16,7	2,6033	

Il ne m'a pas été possible de faire, à un nombre suffisant de températures convenablement espacées, assez de mesures pour déterminer avec exactitude les coefficients de la formule

$$D = D_0 + \alpha t + \beta t^2,$$

qui semble représenter assez exactement la marche de la capacité inductive avec la température.

3. Afin de pouvoir comparer la capacité inductive spécifique D des liquides étudiés avec leur indice de réfraction, j'ai déterminé cet indice pour les raies principales du spectre. D'après Maxwell, il y a égalité entre la racine carrée de la capacité inductive spécifique et le premier coefficient de la formule de dispersion de Cauchy, c'est-à-dire l'indice de réfraction pour une longueur d'onde infiniment grande. Or, cette valeur dépendant du nombre de termes que l'on donne à la formule et correspondant à une longueur d'onde qui n'a pas une signification physique déterminée, il m'a paru préférable de faire la comparaison en vérifiant si la coïncidence des valeurs $\sqrt{D}$ et de n a lieu, dans toutes les sub-

stances, pour la même longueur d'onde. Même en tenant compte de l'influence de la température, cette relation n'est vérifiée que d'une manière approchée. Le Tableau suivant donne les résultats obtenus :

	Tempé-rature.	Indice de réfraction pour les raies				Tempé-rature.	D.	$\sqrt{D}$.
		G.	F.	D.	B.			
Pétrole ordinaire, n° 1..	25°,5	»	1,4550	1,4487	1,4460	16°,2	2,1234	1,457
» » n° 2..	25,7	»	1,4539	1,4477	1,4454	15,4	2,0897	1,445
rectifié........	26,2	»	1,4840	1,4766	1,4744	17,7	2,1950	1,481
Toluol, n° 1...........	21,9	1,5167	1,5062	1,4949	1,4903	17,7	2,3646	1,537
» n° 2...........	22,3	1,5165	1,5060	1,4948	1,4901	17,2	2,3649	1,537
Benzol...............	22,0	1,5226	1,5115	1,4997	1,4949	17,2	2,3377	1,517
Sulfure de carbone....	21,6	1,6759	1,6516	1,6269	1,6174	15,7	2,6091	1,609
Huile de navet........	24,8	»	»	1,4706	»	21,0	3,027	1,737
Huile de ricin.........	24,6	»	»	1,4772	»	20,9	4,610	2,147

4. J'ai profité de l'installation expérimentale ayant servi aux mesures précédentes pour rechercher si l'action d'une force magnétique intense pouvait modifier d'une manière appréciable la valeur de la capacité inductive spécifique des diélectriques. A cet effet, le condensateur formé de deux disques de cuivre polis, de dimensions égales, séparés par la plaque du diélectrique à étudier, était placé sur un support isolant entre les pôles d'un puissant électro-aimant, modèle Ruhmkorff, placé verticalement et excité par le courant d'une machine Gramme. Un condensateur à disques de Kohlrausch, avec une couche d'air comme diélectrique, servait de condensateur de comparaison. Les deux disques du condensateur placé dans le champ magnétique étaient serrés mécaniquement l'un contre l'autre, afin d'éviter les variations de capacité provenant des changements possibles dans la distance des armatures.

Les mesures, qui atteignirent une exactitude de 0,0007, portèrent sur des disques de paraffine, d'ébonite, de colophane et de soufre, d'épaisseurs différentes, variant entre $1^{mm},5$ et 7^{mm}. Il fut impossible d'observer la moindre variation dans la capacité du condensateur, soit en déterminant successivement la position du curseur des rhéostats I, II et III correspondant au bruit minimum du téléphone dans le cas d'un champ neutre et d'un champ magnétique,

soit en observant si une variation d'intensité du bruit minimum était perceptible à la suite de l'aimantation et de la désaimantation rythmiques de l'électro-aimant ([1]).

P. LANGLEY. — Observations on invisible heat-spectra and the recognition of hitherto unmeasured wave-lengths (Observations sur les spectres calorifiques invisibles et déterminations de longueurs d'onde non encore mesurées); *Philosophical Magazine*, t. XXI, p. 394; 1886.

La partie visible du spectre solaire s'étend entre les longueurs d'onde $\lambda = 0^{\mu},36$ et $\lambda = 0^{\mu},75$; la Photographie a permis de reconnaître des radiations dont la longueur d'onde est $0^{\mu},29$; enfin, dans l'étincelle électrique produite entre des électrodes d'aluminium, on a constaté la présence de radiations encore plus réfrangibles, dont la longueur d'onde est égale à $0^{\mu},185$. Quant aux rayons calorifiques obscurs, situés à l'autre extrémité du spectre, on connaissait jusqu'ici peu de chose sur leurs longueurs d'onde. Cela provient de ce que les appareils destinés à révéler la présence de ces radiations invisibles manquaient de sensibilité, et qu'en outre on ne peut plus employer pour cette partie du spectre les réseaux qui permettent de déterminer si aisément les longueurs d'onde, car la partie violette du second spectre vient recouvrir l'ultra-rouge du premier.

On croyait autrefois que le verre absorbait les radiations de grande longueur d'onde; M. Langley, en 1881, a démontré qu'un prisme de flint est presque complètement diathermane pour *toute* la chaleur obscure qui nous vient du Soleil. A l'aide du prisme et du bolomètre, il a dressé la carte du spectre solaire, puis il a déterminé ensuite avec un réseau Rowland les longueurs d'onde des principales régions du spectre et il a reconnu que le spectre s'étendait jusqu'à $\lambda = 2^{\mu},7$ ([2]).

([1]) Ces recherches ont été effectuées pendant l'année 1884-1885 au Laboratoire de Physique de l'École Polytechnique fédérale à Zurich, sous la direction de M. le professeur H.-F. Weber; elles ont été publiées en détail dans le *Bulletin de la Société vaudoise des Sciences naturelles*, t. XXII, n° 94; Lausanne, 1886.

([2]) Voir *Journal de Physique*, [2], t. II, p. 371.

Dans ce nouveau travail M. Langley a cherché si l'on ne pouvait pas dépasser cette valeur limite $\lambda = 2^{\mu},7$ en s'adressant à des sources terrestres, de façon à éliminer l'absorption atmosphérique. Pour cela il faut former le spectre calorifique d'une source à basse température, déterminer les indices à l'aide du bolomètre et, des indices mesurés, conclure les longueurs d'onde. Le réseau ne peut servir à cause de la superposition des spectres; un prisme en verre ne convient pas non plus, car le verre est complètement athermane pour les radiations émises par l'eau bouillante. Il faut donc de toute nécessité employer des lentilles et des prismes de sel gemme et, afin de pouvoir faire des mesures précises, il est utile d'avoir des lignes de repère; le prisme devra donc être assez pur pour que l'on puisse pointer les lignes de Fraunhofer : c'est d'un semblable prisme que s'est servi M. Langley (¹).

La surface rayonnante était la paroi, recouverte de noir de fumée, d'un cube de Leslie, chauffé à 100° ou à 178° par l'ébullition de l'eau ou de l'aniline, ou refroidi à — 20° par un mélange réfrigérant. Entre la face du cube et la fente du spectromètre on interpose un écran en carton, puis un vase en cuivre, creux et rempli de glace, percés tous deux d'une ouverture laissant passage aux radiations; enfin un troisième écran mobile, semblable au second, sert à arrêter au besoin les rayons. Les radiations, après avoir traversé la fente, tombent sur une lentille en sel gemme de 370^{mm} de foyer et 75^{mm} de diamètre, puis sur le prisme de 60° et enfin une seconde lentille, semblable à la première, et forment dans son plan focal un spectre réel. Ces différentes pièces, réunies par un dispositif automatique qui maintient toujours le prisme au minimum de déviation, sont portées par un spectromètre particulier (²) donnant les 10″.

Voici les résultats d'une expérience faite, le 20 mars 1885, pour déterminer la distribution de l'énergie dans le spectre du cube de Leslie porté à 178° :

(¹) Voir *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. V, p. 138.
(²) Voir *American Journal*, t. XXV; 1883.

Déviations.	Intensités.
° ′	
40.30	12
40.00	72
39.30	214
39.00	364
38.30	420
38.00	365
37.30	269
37.00	196
36.30	137
36.00	96
35.30	62
35.00	48
34.30	29
34.00	26,5
33.30	18
33.00	10,5

L'intensité maximum correspond donc à une déviation comprise entre 38° et 39°; en procédant de 10′ en 10′ entre ces deux limites, la position du maximum a été fixée à 38°35′.

Une question intéressante se place alors. La position du maximum est-elle indépendante de la température de la source? Pour répondre à cette question, M. Langley a étudié le spectre d'une lame de cuivre chauffée à 815°, 525°, 330° et du cube de Leslie porté à 178°, 100°, 40° et —20°. Dans le dernier cas la température de la source est inférieure à celle du bolomètre; les déviations du galvanomètre sont négatives, mais, bien que faibles, elles sont néanmoins mesurables.

Voici les résultats de cette nouvelle série de mesures :

Température approchée de la source.	Déviation relative à l'intensité maximum à travers le prisme de sel gemme.
	° ′
815	39. 8
525	39. 3
330	39. 1
300	38.42
178	38.35
119	38.25
100	38.22
40	38. 0
—20	37.40

En résumé, les radiations calorifiques observées diffèrent des radiations solaires en ce qu'elles sont absorbées par le verre qui laisse passer presque toute la chaleur obscure du Soleil; de plus, une couche épaisse de noir de fumée, qui arrête la chaleur solaire, transmet plus de 50 pour 100 de ces radiations.

Quand la température de la source augmente, les ordonnées de la courbe de chaleur augmentent aussi, mais plus rapidement du côté des radiations les plus réfrangibles; il en résulte un déplacement de l'ordonnée maximum vers l'extrémité la plus réfrangible.

Il reste maintenant à déterminer les longueurs d'onde qui correspondent aux déviations observées; pour cela M. Langley a eu recours à la formule de Wiedemann

$$n^2 - 1 = -P\lambda^2 + Q\frac{\lambda^4}{\lambda^2 - \lambda_m^2},$$

où P, Q et λ_m sont des constantes qui dépendent de la matière du prisme. Cette formule est d'accord avec l'expérience jusqu'à $\lambda = 2^\mu,7$, comme il est facile de le vérifier, puisque l'on connaît jusqu'à cette limite les indices du prisme et les longueurs d'onde déduites des expériences faites avec le réseau.

En admettant que cette formule est encore vraie au delà, on trouve que l'ordonnée maximum du spectre calorifique, produit par une source dont la température est comprise entre 0° et 100°, correspond à une longueur d'onde de 5^μ à 6^μ. L'extrémité du spectre calorifique, dont l'indice est 1,45, a, sans doute, une longueur d'onde d'environ 15^μ, c'est-à-dire vingt fois plus grande que la longueur d'onde de la raie A. A. Boitel.

J.-A. FLEMING. — On the use of Daniell's cell as a standard of electromotive force (Sur la force électromotrice de l'élément de pile de Daniell); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XX, p. 126; 1885.

L'auteur étudie les variations que subit la force électromotrice d'un élément de Daniell, lorsqu'on fait varier sa composition et la température. Voici ses conclusions :

Le cuivre, bien râclé, donne à l'élément sa plus grande force

électromotrice. Celle-ci s'abaisse de 6 millièmes si l'on emploie le cuivre électrolytique, et de 7 avec le cuivre amalgamé. L'oxydation du cuivre qui se produit à la longue peut élever la force électromotrice de 1 centième.

Le zinc pur, non oxydé, donne à l'élément la même force électromotrice que le zinc amalgamé. L'oxydation de ce métal abaisse notablement la force électromotrice.

La concentration des dissolutions a une grande importance. Si les deux sulfates ont pour densité 1,2, la force électromotrice d'un élément est 1,102. Celle-ci s'abaisse à 1,072 si l'on prend du sulfate de zinc de densité 1,4 et du sulfate de cuivre de densité 1,1.

Enfin la force électromotrice s'abaisse d'environ 3 millièmes, quand on élève la température de 0° à 20°. A. LEDUC.

J.-A. FLEMING. — On molecular shadows in incandescence lamps (Sur les dépôts qui se forment sur les parois des lampes à incandescence); *Phil. Mag.*, 5e série, t. XX, p. 141; 1885.

L'auteur a observé, dans divers types de lampes, que les dépôts de charbon que l'on voit se former sur le verre sont accompagnés des métaux qui encastrent le filament.

Ce dépôt métallique est beaucoup plus abondant à la base de la lampe qu'au sommet. Si l'on examine, par exemple, une lampe d'Edison, on remarque que les dépôts sont peu abondants dans le plan du filament, ce qui montre qu'il y a eu projection et non volatilisation des matières déposées. A. LEDUC.

MATHER. — Note on the calibration of galvanometers by a constant current (Graduation d'un galvanomètre par un courant constant); *Proceedings of the physical Society of London*, t. VII, p. 285; 1886.

Le principe de la méthode consiste à mesurer le moment du couple de rotation produit sur l'aiguille du galvanomètre par un courant constant, quand on fait varier la position relative de l'aiguille et de la bobine.

Supposons le galvanomètre placé dans un champ uniforme, tel

que le champ terrestre, et traversé par un courant que nous choisirons comme unité; l'aiguille sera déviée et fera un angle D avec le méridien magnétique et un angle θ avec la ligne du zéro du cadre. Le moment du couple terrestre est alors proportionnel à $\sin D$, et, puisque l'aiguille est en équilibre, le moment du couple déviant produit par le courant est aussi proportionnel à $\sin D$.

Mais, dans l'usage ordinaire, la ligne des zéros coïncide avec le méridien magnétique, et, quand l'aiguille est déviée d'un angle θ, le moment du couple déviant est proportionnel à $\sin\theta$. Or, quand la position relative de l'aiguille et de la bobine est la même, les intensités des courants doivent être proportionnelles aux moments des couples déviants; par conséquent, dans le premier cas, on peut écrire

$$1 = k \sin D,$$

puisque l'intensité du courant est prise pour unité et, dans le second cas, quand le zéro du cadre est dans le méridien magnétique, l'intensité i du courant qui produit une déviation θ sera donnée par

$$i = k \sin\theta;$$

d'où

$$i = \frac{\sin\theta}{\sin D}.$$

Pour construire la courbe du galvanomètre, il suffira donc de porter les valeurs de θ en abscisses et celles de $\frac{\sin\theta}{\sin D}$ en ordonnées.

Pour mesurer la valeur de D qui correspond à une valeur quelconque de θ, il suffira de rompre le circuit et de mesurer l'angle décrit par l'aiguille quand elle revient dans le méridien.

Voici un exemple de la graduation d'un galvanomètre :

Valeurs de θ.	Valeurs de D.	Intensités ou $\frac{\sin\theta}{\sin D}$.
10..........	34,8	0,304
20..........	35,3	0,592
30..........	32,2	0,938
40..........	29,2	1,318
50..........	25,0	1,813
60..........	19,2	2,633
70..........	12,9	4,209

A. Boitel.

PHILOSOPHICAL MAGAZINE.

5e série. — Tome XIX; 1er semestre 1885.

ELSASS. — Nouveau monocorde, p. 48-54.

La corde à mettre en vibration est attachée par une extrémité au bras d'un levier coudé pouvant osciller autour d'un axe perpendiculaire à son plan. L'autre bras est mis en mouvement par une came fixée à l'axe de rotation d'une sirène.

F. PRESTON. — Expériences électromagnétiques de Faraday et de Plücker (2 articles).

Faraday aurait dû conclure de ses propres expériences qu'un aimant tournant autour de la ligne de ses pôles entraîne avec lui les lignes de force qu'il crée à l'état de repos.

A. WRIGHT ET C. THOMPSON. — Détermination des affinités chimiques à l'aide des forces électromotrices, p. 197.

C'est le dernier d'une série de Mémoires parus dans les années précédentes, renfermant de nombreux documents expérimentaux relatifs à la chaleur chimique et à la chaleur voltaïque. Les expériences se résument dans la formule suivante :

$$E = C_2 - C_1 + K_2 - K_1,$$

donnant la force électromotrice E en fonction des chaleurs de formation C_2 et C_1 des dissolutions employées et de deux constantes thermovoltaïques K_2 et K_1, spécifiques pour chaque métal supposé de même nature que celui de la dissolution dans lequel il plonge.

RÖNTGEN. — Expériences sur l'action électromagnétique de la polarisation diélectrique, p. 385.

L'établissement de la polarisation dans un diélectrique produit-il les actions électromagnétiques d'un courant ordinaire? L'expérience suivante, malgré la faiblesse du résultat, résout la question par l'affirmative. Un disque d'ébonite est mis en rotation rapide entre deux autres fixes de verre. Les faces de ces deux disques en

regard de l'ébonite sont couvertes pour l'un d'eux d'une feuille d'étain, pour l'autre de deux feuilles s'étendant chacune sur un demi-cercle du disque et ne se touchant pas, suivant une ligne diamétrale. Ces deux demi-cercles métalliques sont reliés respectivement aux armatures d'un condensateur, tandis que l'étain du deuxième disque est en communication avec le sol. Le sens de la polarisation de l'ébonite, lors de son passage près de la ligne diamétrale précitée, est changé et un aimant dans le prolongement de ce diamètre est influencé par cette sorte de courant.

O. LODGE. — Sur l'énoncé des lois des courants thermo-électriques, p. 448-453.

Si l'on admet pour les effets Peltier et Thomson les formules

$$\pi_1 = (k_a - k_b)\theta_1(\theta_0 - \theta_1), \qquad \Theta_a = k_a(\theta_1^2 - \theta_2^2),$$
$$\pi_2 = (k_a - k_b)\theta_2(\theta_0 - \theta_2), \qquad \Theta_b = k_b(\theta_1^2 - \theta_2^2),$$

leur discussion montre que le courant ne va pas toujours dans la soudure la plus chaude du métal dont le coefficient thermo-électrique est le plus élevé à celui dont le coefficient est moindre. Il peut arriver que le courant soit tel qu'il chauffe la soudure chaude ou refroidisse la soudure froide. Ces deux effets pourraient même avoir lieu simultanément, si les deux lignes thermo-électriques des métaux n'étaient point droites.

O. LODGE. — Sur le siège de la force électromotrice (8 articles).

Critique très détaillée des diverses théories, soit chimiques, soit de contact, émises sur le siège de la force électromotrice d'une pile. A ces théories, l'éminent physicien propose d'en substituer une nouvelle; suivant lui tout métal immergé dans l'air est à un potentiel différent de celui du milieu ambiant. Il serait d'environ $1^{\text{volt}},8$ pour le zinc et $0^{\text{volt}},8$ pour le cuivre, nombres déduits de leurs chaleurs d'oxydation. Le contact égalise les potentiels, ce qui exige une production d'électricités de signes contraires sur les métaux. Quelques figures permettent de suivre la chute du potentiel à l'extérieur du conducteur et montrent comment les lignes équipotentielles se serrent aux environs de la soudure et des liquides où plongent les conducteurs, points que l'on a jusqu'ici considérés comme le siège de la force électromotrice.

O. HEAVISIDE. — Surface d'onde électromagnétique.

Maxwell a déduit la surface d'onde de Fresnel des formules de l'électromagnétisme, en admettant un milieu anisotrope quant aux capacités inductives K_1, K_2, K_3, mais isotrope quant à la perméabilité μ. Le Mémoire généralise ce résultat en admettant trois coefficients μ_1, μ_2, μ_3 dans trois directions rectangulaires différentes de celles des capacités inductives principales K_1, K_2, K_3. La surface est toujours du quatrième ordre. Lorsque les directions principales de capacité inductive et de perméabilité coïncident, les sections principales sont constituées par deux ellipses et non par une circonférence et une ellipse. Dans le cas absolument général, le déplacement électrique et l'induction magnétique sont dans le plan de l'onde lumineuse, mais non perpendiculaires entre eux; de même la force électrique et la force magnétique, normales toutes deux au rayon lumineux, ne sont pas rectangulaires.

La question, bien que traitée par les quaternions, est accessible à tous. Sa lecture facile montre combien l'emploi de quelques notations empruntées à ce mode de calcul simplifierait l'étude de l'électricité et traduirait mieux à l'esprit les faits géométriques que les coordonnées purement cartésiennes. B. Élie.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. VIII, juin 1886.

Gouy. — *Recherches expérimentales sur la diffraction*, p. 145.

6e série, Tome VIII, juillet 1886.

F.-M. Raoult. — *Influence du degré de concentration sur le point de congélation des dissolutions*, p. 289.

F.-M. Raoult. — *Méthode universelle pour la détermination des poids moléculaires*, p. 317.

G. Wyrouboff. — *Recherches sur la structure des corps cristallisés doués du pouvoir rotatoire*, p. 340.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXI; juin 1886.

WERNER SIEMENS. — *Sur la conservation de l'énergie dans l'atmosphère terrestre*, p. 453.

LORD RAYLEIGH. — *Notes, principalement historiques, sur quelques propositions fondamentales en optique*, p. 466.

SYLVANUS-P. THOMPSON. — *Notes sur quelques nouveaux prismes polarisants*, p. 476.

S.-H. BURBURY. — *Les fondements de la théorie cinétique des gaz. Note sur le Mémoire de M. Tait*, p. 481.

CH. TOMLINSON. — *Remarques sur une nouvelle théorie de la rosée*, p. 483.

H. WILDE. — *Modifications dans l'écoulement de l'air résultant de la forme de l'orifice*, p. 494.

F.-Y. EDGEWORTH. — *Détermination du module des erreurs*, p. 500.

5e série, Tome XXII, juillet 1886.

O. FISHER. — *Variations de la gravité à certaines stations de l'arc de méridienne indien; leur relation avec la constitution de la croûte terrestre*, p. 1.

SH. BIDWELL. — *Modification du rhéostat de Wheatstone*, p. 29.

W. RAMSAY et SYDNEY YOUNG. — *Relations thermodynamiques*, 4e et 5e Parties, p. 32.

E.-F.-J. LOVE. — *Note sur le Mémoire de M. Mascart « Sur l'aimantation »*, p. 46.

W. BAILY. — *Théorème relatif aux réseaux courbes*, p. 47.

G. WIEDEMANN. — *Recherches magnétiques*, p. 50.

W. OSTWALD. — *Sur le siège de la force électromotrice dans la pile voltaïque*, p. 70.

Wiedemann's Annalen.

Tome XXVIII, n° 5, 1886.

R. COLLEY. — *Quelques nouvelles méthodes pour l'observation des oscillations électriques; applications*, p. 1.

H. JAHN. — *Relation entre l'énergie chimique et l'énergie électrique dans les éléments galvaniques*, p. 21.

E. RIECKE. — *Sur la pyro-électricité de la tourmaline*, p. 43.

T. IHMORI. — *Absorption de la vapeur de mercure par la mousse de platine*, p. 81.

C. PULFRICH. — *Résidu électrique d'un tube de caoutchouc; son influence sur la détermination de la constante* μ, p. 87.

A. KÖNIG. — *Nouvelle méthode pour déterminer le module d'élasticité,* p. 108.

K. EXNER. — *Formule des lentilles. Actions lenticulaires de corps non homogènes,* p. 111.

W. WIEN. — *Recherches sur les phénomènes d'absorption qui accompagnent la diffraction de la lumière,* p. 117.

H.-W. VOGEL — *Sur quelques perceptions de couleur et sur la photographie dans les couleurs naturelles,* p. 130.

P. VOLKMANN. — *Note sur les remarques de M. Quincke « sur la mesure des constantes capillaires des liquides »,* p. 135.

R. SCHULZE. — *Petite modification du pyknomètre de Wiedemann,* p. 144.

T. XXVIII, n° 6; 1886.

A. KUNDT et BLASIUS. — *Remarques sur la recherche de la pyro-électricité dans les cristaux,* p. 145.

K. MACK. — *Observations optiques et pyro-électriques sur la topaze du Brésil,* p. 153.

W. STSCHEGLAJEFF. — *Rotation électromagnétique du plan de polarisation de la lumière dans le perchlorure de fer,* p. 168.

H. HAGA. — *Recherches expérimentales sur le transport de la chaleur par le courant électrique,* p. 179.

F. STENGER. — *Sur les phénomènes de fluorescence,* p. 201.

E. KETTELER. — *Cas limite remarquable de la réflexion cristalline; sa recherche à l'aide du réfractomètre à réflexion totale de Kohlrausch,* p. 230.

G. HANSEMANN. — *Nouvelle méthode pour la mesure de la durée d'oscillation des barreaux aimantés,* p. 245.

W. SIEMENS. — *Conservation de la force dans l'océan aérien terrestre,* p. 263.

R. GERHARDT. — *Sur les tuyaux d'orgue à embouchure de flûte,* p. 281.

W. ALEXEJEW. — *Sur les dissolutions,* p. 305.

F. HIMSTEDT. — *Réponse aux remarques de lord Rayleigh sur ma détermination de l'ohm,* p. 338.

L. GRAETZ. — *Variation de l'élasticité du caoutchouc avec la température; relation à la dilatation thermique,* p. 354.

F. STENGER. — *Démonstration simple du résidu électrique,* p. 365.

A. OBERBECK. — *Remarques sur mon Mémoire « Résonance des oscillations électriques »,* p. 366.

A. KÖNIG. — *Observation s'expliquant par notre conception empirique de l'espace,* p. 368.

F. STENGER. — *Rectification,* p. 368.

Annalen der Physik.

T. XXVIII, n° 7, 1886.

TH. SCHRŒDER. — *Recherches expérimentales sur l'influence de la température sur le résidu élastique*, p. 369.

E. WARBURG. — *Remarques sur la pression de la vapeur saturée*, p. 394.

W. FISCHER. — *Pression de la vapeur saturée sur la substance prise à l'état liquide et à l'état solide*, p. 400.

A. SCHRAUF. — *Sur la dispersion et la densité axiale des cristaux prismatiques*, p. 433.

A. SCHRAUF. — *Sur le coefficient de dilatation, la densité axiale et le rapport paramétrique des cristaux trimétriques*, p. 438.

A. TŒPLER. — *Expériences de cours sur les propriétés des ondes*, p. 447.

E. COHN et L. ARONG. — *Conductibilité électrique et constante diélectrique*, p. 454.

E. HOPPE. — *Théorie de l'induction unipolaire*, p. 478.

H. JAHN. — *Sur l'équivalence de l'énergie du courant et de l'énergie chimique*, p. 491.

H. JAHN. — *Sur la polarisation galvanique*, p. 498.

G. ADLER. — *Sur l'énergie des corps magnétiquement polarisés. Application des formules à la méthode de Quincke pour l'évaluation du coefficient de magnétisme*, p. 509.

P. KETTELER. — *Addition relative à la réflexion totale des cristaux*. p. 520.

F. KOLACEK. — *Sur l'électroscope à feuilles d'or*, p. 525.

SUR LA THÉORIE DE LA RÉFLEXION TOTALE CRISTALLINE, D'APRÈS M. TH. LIEBISCH;

PAR M. ER. MALLARD.

L'attention a été rappelée récemment par divers observateurs sur la mesure des indices par le procédé de la réflexion totale. Ce procédé a des avantages considérables lorsqu'il s'agit de déterminer les indices d'une substance cristalline, car ces substances se prêtent en général très bien à être taillées en lames planes, et une seule surface suffit à donner les trois indices principaux du cristal.

La théorie de la réflexion totale à la surface des cristaux a été jadis donnée par de Senarmont dans un Mémoire fort peu connu (1). Récemment M. Th. Liebisch (2) a repris la même théorie en suivant une marche nouvelle plus simple et plus élégante.

L'importance que présente la réflexion totale cristalline pour la détermination des indices des substances biréfringentes, encore si imparfaitement connus et dont la connaissance rendrait de si grands services à la Science, nous a fait croire qu'il serait utile d'exposer ici la théorie de ce phénomène en suivant la marche adoptée par M. Liebisch, sans s'astreindre à suivre ses procédés de calcul, et en ajoutant quelques considérations, d'ailleurs très simples, qui ne se trouvent pas dans le Mémoire du savant allemand.

Théorie générale.

Surface des indices. — M. Liebisch fait usage de la considération d'une surface analogue à celle de la *surface de l'onde* et à celle des *vitesses normales*. Cette surface, qu'il nomme *surface des indices,* a été définie pour la première fois par Cauchy; elle s'obtient, en portant sur la direction de la vitesse normale d'une

---

(1) H. DE SENARMONT, *Sur la réflexion totale de la lumière extérieurement à la surface des cristaux biréfringents* (*Journ. de Math.* [2], t. I, p. 305; 1856).

(2) TH. LIEBISCH, *Ueber die Totalreflexion an doppeltbrechenden Krystallen* (*Neues Jahrb. für Min., Geol. und Pal.*, 1885, II, et 1886, II.

onde plane, non pas la grandeur de cette vitesse (ce qui donne la surface des vitesses normales), mais l'inverse de cette vitesse.

Si le plan de la figure (*fig.* 1) passe par la direction Oa' de la force élastique et la direction OA' de la vibration correspondante, si A_1 est un point de l'ellipsoïde principal et A' le point correspondant de l'ellipsoïde inverse (¹), on sait que le plan tangent en A_1 à l'ellipsoïde principal est perpendiculaire sur le plan de la

Fig. 1.

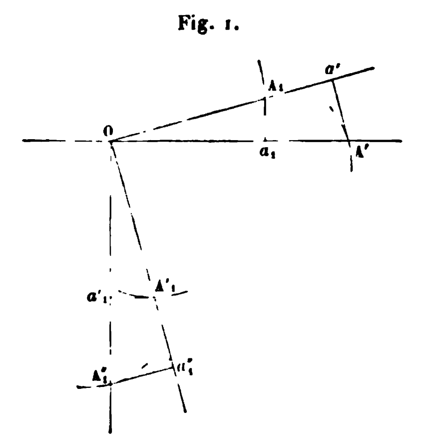


figure et sur la direction OA' de la vibration, et que le plan tangent en A' à l'ellipsoïde inverse est perpendiculaire sur la direction Oa' de la force élastique. Si A_1a_1 est l'intersection, avec le plan de la figure, du plan tangent en A_1, et $A'a'$ celle du plan tangent en A', on a, en posant

$$OA_1 = \rho_1, \qquad OA' = \rho';$$
$$Oa' = \frac{1}{\rho_1}, \qquad Oa_1 = \frac{1}{\rho'}.$$

Si l'on mène en O des droites respectivement perpendiculaires sur Oa' et OA', et si l'on prend $Oa'_1 = Oa_1$, $OA'_1 = OA_1$, Oa'_1 est la vitesse normale de propagation, et OA'_1 le rayon correspondant de la surface de l'onde; de plus le plan tangent en A'_1 à la surface de l'onde est perpendiculaire en a'_1 à Oa'_1. Le lieu des points a'_1 est la surface des vitesses normales.

(¹) *Voir* MALLARD, *Traité de Cristallographie*, t. II, p. 107.

Si l'on prend sur la direction Oa'_1 une longueur $OA''_1 = OA' = \rho'$, le lieu des points A''_1 sera la surface des indices; on démontrerait de même que le plan tangent en A''_1 à cette surface est perpendiculaire en a''_1 sur OA'_1 et que $Oa''_1 = Oa'$.

La surface des indices joue donc par rapport à l'ellipsoïde inverse le rôle que joue la surface de l'onde par rapport à l'ellipsoïde principal.

L'équation de la surface de l'onde est

$$\frac{u^2}{\frac{1}{\rho^2}-\frac{1}{a^2}}+\frac{v^2}{\frac{1}{\rho^2}-\frac{1}{b^2}}+\frac{w^2}{\frac{1}{\rho^2}-\frac{1}{c^2}}=0,$$

u, v, w étant les cosinus des angles que le rayon vecteur ρ fait avec les axes de l'ellipsoïde principal, a, b, c les grandeurs de ces axes. On obtiendra l'équation de la surface des indices en remplaçant a, b, c par leurs inverses respectifs qui représentent les indices principaux du cristal. Cette équation est donc

$$\frac{u^2}{\frac{1}{\rho^2}-\frac{1}{\gamma^2}}+\frac{v^2}{\frac{1}{\rho^2}-\frac{1}{\beta^2}}+\frac{w^2}{\frac{1}{\rho^2}-\frac{1}{\alpha^2}}=0.$$

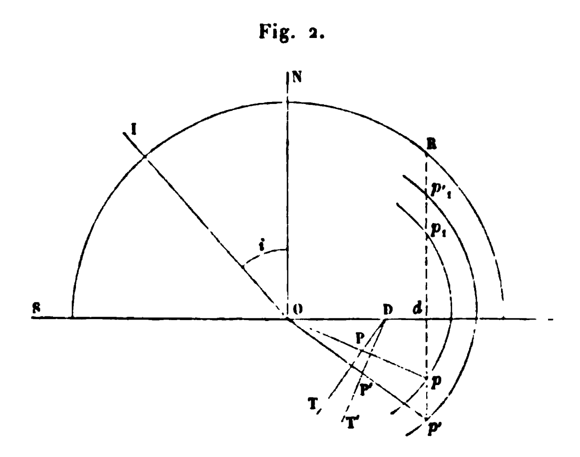
Cette surface a la même forme que la surface de l'onde; les quatre ombilics sont placés sur les normales aux sections cycliques de l'ellipsoïde inverse, c'est-à-dire sur les axes optiques. Lorsque le cristal est uniaxe, la surface se résout en une sphère de rayon ω et un ellipsoïde de révolution dont l'axe est égal à ω et le rayon de l'équateur est égal à E, la sphère est tangente à l'ellipsoïde en ses deux sommets; elle enveloppe l'ellipsoïde des cristaux négatifs, elle est enveloppée par celui des cristaux positifs.

Emploi de la surface des indices pour résoudre le problème de la réflexion totale. — On peut se servir de cette surface des indices pour construire les directions des rayons réfractés qui correspondent à un rayon incident tombant sur la surface S d'un cristal (*fig.* 2).

Supposons que le plan de la figure soit le plan d'incidence; IO est le rayon incident qui se meut dans un milieu d'indice $n = \frac{1}{v}$

et qui fait avec la normale ON l'angle i. On sait que, pour trouver les directions des rayons réfractés, il faut mener la surface de l'onde dont O est le centre, prendre $OD = \frac{1}{n \sin i}$, et mener par D des plans tangents DT, DT' aux deux nappes de l'onde; les points de tangence joints à O donnent les directions des deux rayons réfractés; les normales OP, OP' à ces plans sont les directions correspondantes des vitesses normales, lesquelles sont contenues dans le plan d'incidence. Les points P et P' appartiennent à la surface des vitesses normales.

Fig. 2.



Si l'on prend $Od = n \sin i$ et si l'on mène dp perpendiculaire sur OP, les deux triangles ODP et Odp sont semblables, et l'on a

$$\frac{Op}{Od} = \frac{OD}{OP}$$

ou, en remplaçant Od par $\frac{1}{OD}$,

$$Op = \frac{1}{OP}.$$

Le point p est donc un point de la surface des indices.

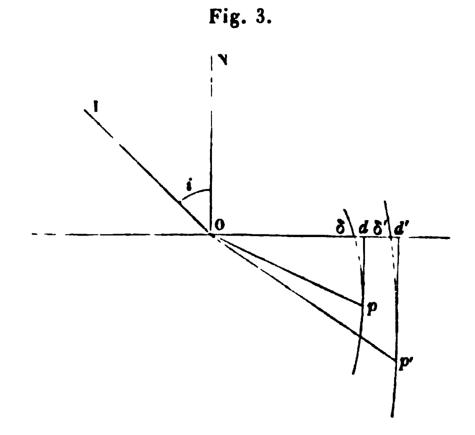
Pour obtenir les directions OP et OP', il suffit donc de construire l'intersection de la surface des indices par le plan d'incidence, de prendre $Od = n \sin i$ et de mener par d une droite perpendiculaire à Od; cette droite rencontre généralement l'intersection

en deux points p et p' qui donnent les directions OP et OP′ cherchées (¹).

Pour trouver les directions correspondantes des rayons, il faudrait mener en p et p' les plans tangents à la surface des indices et abaisser de O des normales sur ces plans tangents.

Les réfractions cessent de se produire dans l'intérieur du cristal, lorsque les rayons réfractés, qui sont les seules directions efficaces pour la propagation lumineuse, seront dirigés dans le plan S de la surface cristalline.

Fig. 3.



A ce moment commencera la réflexion totale. A ce moment aussi le plan tangent à la surface des indices sera perpendiculaire au plan S.

(¹) La sphère dont O est le centre, et qui a pour rayon l'indice n du milieu extérieur, est la surface des indices pour ce milieu. La perpendiculaire à OS menée par le point d rencontre cette sphère en un point R qui donne évidemment la direction OR de la normale à l'onde réfléchie extérieurement.

Supposons le milieu cristallin limité par un second plan parallèle à S; lorsqu'un des rayons réfractés viendra tomber en un point O′ de cette seconde surface, une partie de ce rayon se réfractera suivant une parallèle à OR, une autre partie se réfléchira. Pour déterminer la normale à l'onde réfléchie, il faudra mener autour de O′ l'intersection avec le plan d'incidence de la surface des indices du milieu extérieur, c'est-à-dire celle du milieu cristallin. La portion utile de cette intersection sera identique à celle qui, sur la courbe tracée autour de O, est située audessus du plan S. On voit ainsi que chacun des deux rayons réfractés, tombant sur le second plan limite, donne deux ondes réfléchies, respectivement parallèles aux droites Op_1 et Op'_1 (*fig.* 2).

Si donc on mène aux deux nappes de la courbe d'intersection de la surface des indices avec le plan d'incidence deux tangentes perpendiculaires à OS, les pieds d, d' de ces deux tangentes (*fig.* 3) déterminent deux longueurs

$$Od = n \sin\iota, \qquad Od' = n \sin i',$$

qui peuvent servir à connaître les deux angles d'incidence i et i', correspondant au commencement de la réflexion totale sur la surface S.

Solution approximative du problème et degré d'approximation qu'elle présente. — Le problème se trouve ainsi complètement résolu. Malheureusement les longueurs Od et Od' ne peuvent que dans des cas très particuliers être exprimées explicitement en fonction des données. J'examinerai ces cas dans un instant. Mais il me semble important d'ajouter ici à ce que dit M. Liebisch, qu'on peut toujours, comme solution approximative, dans tous les cas, prendre, au lieu des longueurs Od et Od', les longueurs $O\delta$ et $O\delta'$ qui sont les intersections de la surface des indices par la droite comprise à la fois dans le plan d'incidence et dans le plan limite. Cela revient à prendre les longueurs Od et Od' respectivement égales aux deux indices correspondant à une propagation normale dirigée suivant OS, c'est-à-dire suivant l'intersection du plan d'incidence et du plan de la surface.

Il est aisé d'avoir une idée nette de l'erreur qu'on commet ainsi en confondant $O\delta$ avec Od. Considérons comme une quantité petite du premier ordre la différence des indices extrêmes du cristal α et γ; des rayons de la surface des indices faisant entre eux un angle fini ont des longueurs dont les différences sont des quantités petites du premier ordre. L'angle δOp est aussi un angle petit du premier ordre, car il s'annulerait si les rayons vecteurs étaient égaux. La différence des rayons vecteurs Op et $O\delta$ est donc du deuxième ordre de grandeur. Mais, en vertu des propriétés des tangentes, la longueur δd est petite par rapport à la différence $Op - O\delta$. Donc, en définitive, la longueur $d\delta$ est une quantité petite du troisième ordre de grandeur.

En assimilant Od et $O\delta$, on ne commet donc qu'une erreur de

l'ordre de grandeur du cube de la différence $\alpha - \gamma$ des indices extrêmes.

L'erreur ne sera pas négligeable si le cristal est très biréfringent, comme la calcite, pour laquelle $\alpha - \gamma = 0,2$ environ, d'où

$$(\alpha - \gamma)^3 = 0,008.$$

Mais il n'y a qu'un petit nombre de substances aussi biréfringentes que la calcite. Pour le zircon, qui est le silicate le plus réfringent connu, on aurait

$$\alpha - \gamma = 0,05, \qquad (\alpha - \gamma)^3 = 0,00012$$

et l'erreur serait déjà à peu près négligeable. Pour l'épidote, on aurait

$$(\alpha - \gamma) = 0,04, \qquad (\alpha - \gamma)^3 = 0,000064.$$

Pour le pyroxène,

$$\alpha - \gamma = 0,03, \qquad (\alpha - \gamma)^3 = 0,000027,$$

et l'erreur devient tout à fait négligeable dans les observations où l'on ne se propose pas de chercher plus de quatre décimales, ce

Fig. 4.

qui est une approximation supérieure à celle à laquelle les appareils ordinaires peuvent permettre de prétendre.

On peut donc déduire de la théorie précédemment exposée que, pour tous les cristaux dont les indices extrêmes ont une différence inférieure ou égale à cinq unités du second ordre, on peut, sans commettre d'erreurs supérieures aux erreurs d'observation, consi-

dérer les deux vibrations qui correspondent à la réflexion totale comme étant celles que propage la droite contenue dans le plan d'incidence et dans le plan limite.

Dans cet ordre d'approximation, soient

II (*fig.* 4) la trace du plan d'incidence sur le plan limite;
N le pôle de la normale au plan limite;
R et R' les pôles des rayons réfléchis totalement;
L et L' les pôles des deux vibrations qui seraient transmises dans le cristal suivant II.

Les grands cercles RL, R'L' sont les plans qui contiennent les vibrations transmises suivant chacun des rayons réfléchis.

Cristaux uniaxes.

Revenons maintenant à l'examen des cas particuliers pour lesquels la question peut être rigoureusement résolue. Nous nous occuperons d'abord des cristaux uniaxes pour lesquels, on le sait, la surface des indices se décompose en une sphère de rayon ω et en un ellipsoïde de révolution dont l'axe est ω et le rayon équatorial est ε.

Dans un plan d'incidence quelconque, il y a toujours un angle i de réflexion totale commençante, correspondant au rayon ordinaire et donné par la formule $n \sin i = \omega$, ainsi qu'un autre angle i' correspondant à la vibration extraordinaire, dont nous allons chercher la valeur.

Le cylindre circonscrit à l'ellipsoïde de la surface des indices et dont les génératrices sont perpendiculaires au plan limite coupe ce plan limite suivant une ellipse qui a, pour l'un de ses axes, le rayon équatorial ε normal à celui des plans méridiens de l'ellipsoïde qui est perpendiculaire au plan limite; l'autre axe se trouve dans ce plan méridien; il sera représenté par Od (*fig.* 5) si le plan de cette figure est le plan méridien et OAB l'ellipse méridienne.

Supposons $OB = \omega$, $OA = \varepsilon$; $BON = dOA$ est l'angle μ compris entre la normale au plan limite et l'axe de révolution de l'ellipsoïde. On voit aisément que l'on a

$$Od = \sqrt{\varepsilon^2 \cos^2 \mu + \omega^2 \sin^2 \mu}.$$

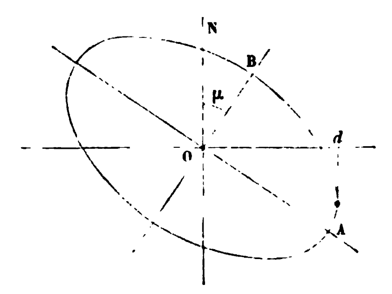
L'ellipse dont les axes sont Od et ω a donc pour équation polaire, par rapport à l'axe polaire Od,

$$\frac{\cos^2\delta}{\varepsilon^2\cos^2\mu + \omega^2\sin^2\mu} + \frac{\sin^2\delta}{\omega^2} = \frac{1}{\rho^2}.$$

Un rayon de cette ellipse faisant un angle δ avec Od, qui est la section principale du plan limite, a donc pour expression

$$\rho = \varepsilon\sqrt{\frac{\varepsilon^2\cos^2\mu + \omega^2\sin^2\mu}{\varepsilon^2 + (\varepsilon^2 - \omega^2)\sin^2\delta\sin^2\mu}}.$$

Fig. 5.



Il suffit évidemment de poser cette expression égale à $n\sin i'$, afin d'avoir la valeur de l'angle d'incidence i' pour laquelle commence la réflexion totale sur un plan limite dont la normale fait un angle μ avec l'axe principal du cristal et pour un plan d'incidence faisant un angle δ avec la section principale du plan limite.

Le problème le plus intéressant se trouve ainsi complètement résolu ; mais il est intéressant de chercher quelle est la forme des courbes qui se dessinent sur le plan du réticule de l'appareil d'observation et qui séparent les parties obscures des parties éclairées.

Cônes des rayons qui commencent à être réfléchis totalement. — Si nous considérons la surface des indices d'un cristal *quelconque,* le cylindre tangent à cette surface et dont les génératrices sont perpendiculaires au plan limite rencontre en général la sphère de rayon n suivant une certaine courbe. Si l'on joint le point O, centre commun de la surface des indices et de la sphère à tous les points de cette courbe, on obtient un certain cône dont les géné-

ratrices sont les directions de réflexion totale commençante correspondant à toutes les orientations possibles du plan incident. Ce cône est généralement à deux nappes. Les rayons incidents compris à l'intérieur n'éprouvent pas la réflexion totale; ceux qui sont compris entre les deux nappes ne l'éprouvent que pour l'une des vibrations transmises; les rayons compris à l'intérieur des deux nappes éprouvent la réflexion totale pour les deux vibrations qu'ils transmettent.

Suivant les valeurs relatives de n et des indices principaux du cristal, suivant la position du plan limite par rapport aux axes du cristal, l'intersection du cylindre tangent et de la sphère variera, ainsi que la surface conique qui lui correspond.

Lorsque le cristal est *uniaxe,* le cylindre tangent à deux nappes se dédouble en un cylindre circulaire droit de rayon ω et un cylindre à section droite elliptique.

Le cône de la réflexion totale commençante se dédouble aussi en un cône circulaire droit ayant pour axe la normale au plan limite correspondant aux vibrations ordinaires, et un cône correspondant aux vibrations extraordinaires, dont il est facile d'obtenir l'équation.

L'équation du cylindre tangent à section droite elliptique, rapportée à la section principale du plan limite comme axe des x, à la normale à ce plan limite comme axe des z, est en effet, d'après ce que nous avons vu plus haut,

$$\frac{x^2}{\varepsilon^2 \cos^2 \mu + \omega^2 \sin^2 \mu} + \frac{y^2}{\varepsilon^2} = 1,$$

μ étant toujours l'angle compris entre l'axe principal du cristal et la normale au plan limite.

L'équation de la sphère de rayon n est

$$\frac{x^2}{n^2} + \frac{y^2}{n^2} + \frac{z^2}{n^2} = 1.$$

L'équation de la surface conique s'obtient en retranchant membre à membre ces deux équations. Elle est ainsi

$$(\mathrm{E}) \qquad x^2 \left(\frac{1}{\varepsilon^2 \cos^2 \mu + \omega^2 \sin^2 \mu} - \frac{1}{n^2} \right) + y^2 \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{n^2} \right) - \frac{z^2}{n^2} = 0.$$

C'est donc un cône du second degré.

L'équation du cône circulaire droit correspondant aux vibrations ordinaires est rapportée aux mêmes axes

$$(O) \qquad (x^2+y^2)\left(\frac{1}{\omega^2}-\frac{1}{n^2}\right)-\frac{z^2}{n^2}=0.$$

Il est aisé de voir que ces deux cônes n'ont que le sommet commun.

Si n est plus grand que le plus grand des deux indices principaux ω et ε, les deux coefficients de x^2 et de y^2 dans l'équation du cône extraordinaire sont positifs pour toutes les valeurs de μ; le coefficient de (x^2+y^2) dans l'équation du cône ordinaire est aussi positif. Les deux cônes ont donc des sections droites, l'une elliptique, l'autre circulaire. L'ellipse enveloppe le cercle lorsque le cristal est positif; elle en est enveloppée lorsque le cristal est négatif.

Si n est compris entre ω et ε, il y a certaines valeurs de μ pour lesquelles le coefficient de x^2, dans l'équation (E), change de signe; la section droite du cône peut donc devenir hyperbolique.

Soit le cristal *positif* $\varepsilon > n > \omega$. Le cône ordinaire reste toujours réel. Le coefficient de y^2, dans l'équation (E), est négatif. Le coefficient de x^2 s'annule pour les valeurs μ' de μ satisfaisant à l'équation

$$\varepsilon^2\cos^2\mu+\omega^2\sin^2\mu-n^2=0$$

ou

$$\sin\mu'=\pm\sqrt{\frac{n^2-\omega^2}{\varepsilon^2-\omega^2}}.$$

Lorsque $\mu<\mu'$, le cône extraordinaire est elliptique. Lorsque $\mu=\mu'$, le cône se transforme en deux plans passant par l'axe des x, également inclinés sur l'axe des z et ayant pour équation

$$\frac{z}{y}=\pm\sqrt{\frac{n^2-\varepsilon^2}{\varepsilon^2}}.$$

La trace du cône extraordinaire sur un plan parallèle au plan limite se compose alors de deux droites perpendiculaires à l'axe des y et tangentes au cercle du cône ordinaire.

Lorsque $\mu<\mu'$, le cône extraordinaire est hyperbolique; sa trace sur un plan parallèle au plan limite est une hyperbole dont l'axe transverse est l'axe des y.

Soit le cristal *négatif* $\omega > n > \varepsilon$. Le cône ordinaire s'évanouit. Le coefficient de y^2 dans (E) est négatif; le coefficient de x^2 s'annule pour une valeur de μ donnée par

$$\sin\mu' = \pm\sqrt{\frac{\omega^2 - n^2}{\omega^2 - \varepsilon^2}}.$$

Lorsque $\mu < \mu'$, le coefficient de x^2 est positif et la section droite du cône extraordinaire est une hyperbole dont l'axe transverse est l'axe des x.

Lorsque $\mu = \mu'$, le cône extraordinaire s'évanouit comme le cône ordinaire; il n'y a plus de réflexion totale.

Lorsque $n = \omega$, le cône extraordinaire se transforme en deux plans passant par l'axe des y, également inclinés sur l'axe des z et ayant pour équation

$$\frac{x}{z} = \pm\sqrt{\frac{\varepsilon^2 \cos^2\mu + \omega^2 \sin^2\mu}{(\omega^2 - \varepsilon^2)\cos^2\mu}}.$$

Lorsqu'on observe avec une lunette la réflexion totale sur une face cristalline, on place l'axe de la lunette de manière qu'il coïncide avec l'axe des génératrices du cône de la réflexion totale commençante. Le plan du réticule étant perpendiculaire à cet axe, la courbe de séparation d'ombre et de lumière qui se dessine sur ce plan n'est pas la section droite du cône de la réflexion totale, mais l'intersection de ce cône par un plan normal à une génératrice.

En se servant d'un oculaire dans lequel le réticule peut recevoir des mouvements angulaires mesurés, on peut observer l'angle χ que fait, au croisement des fils, la tangente à la courbe avec la trace du plan d'incidence. On trouve que cet angle χ est donné par la formule

$$\cos\chi = \frac{n(\varepsilon^2 - \omega^2)\sin^2\mu \sin\delta\cos\delta}{\sqrt{\varepsilon^4[n^2 - (\varepsilon^2\cos^2\mu + \omega^2\sin^2\mu)]\cos^2\delta + (n^2 - \varepsilon^2)(\varepsilon^2\cos^2\mu + \omega^2\sin^2\mu)^2\sin^2\delta}}.$$

La différence entre 90° et χ est maximum, pour un même plan limite, lorsque l'orientation du plan d'incidence est telle que l'angle δ satisfait à la relation

$$\tang^4\delta = \frac{n^2\varepsilon^2[n^2 - (\varepsilon^2\cos^2\mu + \omega^2\sin^2\mu)]}{(n^2 - \varepsilon^2)(\varepsilon^2\cos^2\mu + \omega^2\sin^2\mu)^2}.$$

Cristaux biaxes.

Pour les cristaux biaxes, le problème n'est complètement résoluble que dans deux cas :

1° Lorsque le plan limite est un plan de symétrie optique, parce qu'alors le rayon et la direction de propagation normale se confondent en général;

2° Lorsque le plan d'incidence est un plan de symétrie optique (ce qui implique que le plan limite comprend un axe de symétrie optique perpendiculaire au plan d'incidence), parce qu'alors la surface des indices est coupée par le plan d'incidence suivant un cercle et une ellipse.

1° *Le plan limite est un plan principal.* — La position du plan d'incidence est alors définie par l'angle δ qu'il fait avec l'une des sections principales du plan limite, c'est-à-dire avec l'un des axes de l'ellipsoïde optique.

Supposons, par exemple, que le plan limite passe par les axes α et γ et que δ soit l'angle du plan d'incidence avec γ. L'équation de l'ellipse découpée par le plan limite dans la surface des indices se décompose en un cercle de rayon β et une ellipse dont l'équation, rapportée à ses axes, est

$$\rho^2\left(\frac{\cos^2 m}{\gamma^2}+\frac{\sin^2 m}{\alpha^2}\right)=1.$$

On aura donc, en général, pour les deux angles i et i' de réflexion totale commençante, correspondant à un plan d'incidence faisant un angle δ avec l'axe principal γ,

$$n\sin i=\beta,\qquad n^2\sin^2 i'=\frac{\alpha^2\gamma^2}{\alpha^2\cos^2\delta+\gamma^2\sin^2\delta}.$$

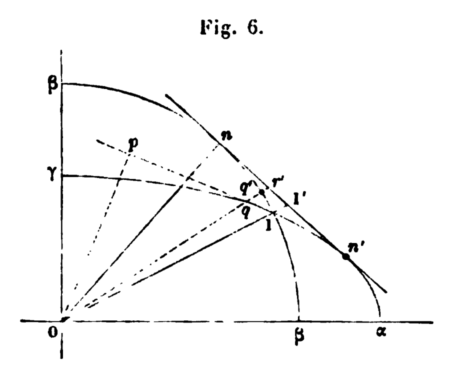
Il est intéressant d'étudier les phénomènes singuliers qui se produisent lorsque la trace du plan d'incidence est voisine de l'axe optique situé dans le plan limite, et qui est l'intersection de l'ellipse et du cercle.

Supposons d'abord que *la trace du plan d'incidence est l'axe optique* OI (*fig.* 6); lorsqu'on a $n\sin i=\mathrm{OI}=\beta$, la vitesse normale du rayon réfracté est dirigée suivant l'axe optique, et les

rayons réfractés correspondant aux diverses vibrations transmises par le rayon incident se réfractent suivant un cône ayant pour section circulaire un cercle normal au plan limite, et dont la longueur Ip, comprise entre I et le pied de la normale à la tangente à l'ellipse en I, est un diamètre. Il y a réflexion totale pour les deux vibrations dont les rayons sont compris dans le plan limite, c'est-à-dire la vibration Ip et la vibration perpendiculaire en I au plan limite.

Lorsque $n \sin i > \mathrm{OI} < \mathrm{OI}'$ (I′ étant le point où OI rencontre la tangente nn' commune au cercle et à l'ellipse), il n'y a plus de réflexion totale pour aucune vibration.

Fig. 6.



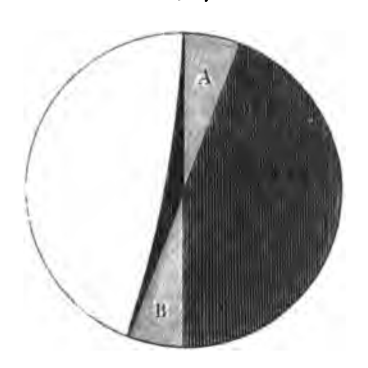
Lorsque $n \sin i = \mathrm{OI}'$, la perpendiculaire menée en I′ au plan limite touche la surface des indices en deux points. Ces deux points sont sur le cercle de contact de la surface des indices avec le plan mené par nn' perpendiculairement au plan limite, cercle dont nn' est un diamètre.

Les deux points de tangence déterminent deux directions de propagation normale transmettant des vibrations perpendiculaires entre elles et qui correspondent à un rayon perpendiculaire à nn'. Lorsque $n \sin i = \mathrm{OI}'$ les deux vibrations principales perpendiculaires entre elles, et par conséquent toutes les autres, éprouvent la réflexion totale. Il en est de même pour tous les angles d'incidence tels que $n \sin i > \mathrm{OI}'$.

Si *la trace du plan d'incidence est comprise dans l'angle* $n\mathrm{O}n'$ et coïncide par exemple avec Oz, cette trace rencontre successivement en q et q' les deux nappes de la surface et en z le

plan nn'. Lorsque $n \sin i = Oq$, une certaine vibration commence à éprouver la réflexion totale; lorsque $n \sin i$ est compris entre Oq et Oq', une vibration éprouve la réflexion totale; lorsque $n \sin i$ est compris entre Oq' et Oz, la normale menée par l'extrémité de la longueur $n \sin i$ rencontre la surface des indices en quatre points : il n'y a donc plus aucune vibration éprouvant la réflexion totale; lorsque $n \sin i = Oz$, deux vibrations principales et par conséquent toutes les vibrations commencent à éprouver la réflexion totale; enfin lorsque $n \sin i > Oz$, toutes les vibrations éprouvent la réflexion totale.

Fig. 7.



Lorsque l'on observe, sans nicol, la réflexion totale et que le plan d'incidence passe par un axe optique, l'image vue dans le plan du réticule présente donc l'apparence de la *fig.* 7, qui a été observée par M. W. Kohlrausch sur des lames d'acide tartrique (¹). Avec un nicol convenablement orienté, on rend A tout à fait sombre, et B tout à fait clair; l'inverse a lieu pour une autre orientation de nicol.

Il va sans dire que toutes ces déductions ne sont vraies que lorsque $n > \alpha$. Les rayons qui commencent à éprouver la réflexion totale forment alors les génératrices de trois cônes qui s'obtiennent en joignant le point d'incidence aux trois courbes d'intersection de la sphère de rayon n avec chacun des cylindres ayant respectivement pour sections droites l'ellipse $\alpha\beta$ et le cercle de

---

(¹) *Wied. Ann.*, t. VI, p. 86; 1879.

rayon β, et avec la portion de plan, normal au plan limite et mené par nn', qui est comprise entre les perpendiculaires menées en n et n'.

Lorsque $n = \alpha$, le cône correspondant à l'ellipse $\alpha\gamma$ se réduit à deux plans passant par l'axe γ de l'ellipsoïde inverse.

Si n est compris entre α et γ, la section droite de ce cône devient une hyperbole dont l'axe transverse est dirigé parallèlement à l'axe α de l'ellipsoïde principal.

L'inclinaison, sur le plan d'incidence, de la courbe qui dans le plan réticulaire correspond à l'ellipse $\alpha\gamma$ de la *fig.* 6, est

$$\cos\chi = \frac{n(\alpha^2-\gamma^2)\sin\delta\cos\delta}{\sqrt{\alpha^2(n^2-\gamma^2)\cos^2\delta+\gamma^2(n^2-\alpha^2)\sin^2\delta}}.$$

Pour la courbe qui correspond au cercle de rayon β, cette inclinaison est évidemment de 90°.

2° *Le plan d'incidence est un plan principal.* — Lorsque, le plan limite étant parallèle à l'un des axes de l'ellipsoïde, le plan d'incidence coïncide avec un des plans principaux de cet ellipsoïde, celui-ci coupe la surface des indices suivant un cercle et une ellipse. Supposons, par exemple, que le plan d'incidence passe par les axes α et γ, le cercle a pour rayon β et l'ellipse a l'équation donnée plus haut. L'intersection du plan limite et du plan d'incidence fait avec l'axe γ l'angle μ; la longueur Od interceptée sur cette droite entre le centre et la tangente à l'ellipse qui lui est perpendiculaire a, d'après le théorème que nous avons démontré plus haut, l'expression

$$\overline{Od}^2 = \gamma^2\sin^2\mu + \alpha^2\cos^2\mu = \gamma^2 + (\alpha^2-\gamma^2)\cos^2\mu;$$

d'où

$$n\sin i = \beta, \qquad n^2\sin^2 i' = \gamma^2 + (\alpha^2-\gamma^2)\cos^2\mu.$$

Si l'on appelle U l'angle que fait avec l'axe γ l'axe de réfraction extérieure, on a

$$\cos^2 U = \frac{\beta^2-\gamma^2}{\alpha^2-\gamma^2}$$

et

$$\gamma^2 + (\alpha^2-\gamma^2)\cos^2 U = \beta^2.$$

Lors donc que l'on aura $\mu < U$, ce sera i' qui correspondra à la vibration du plus petit indice et réciproquement.

Lorsque $\mu = U$, les deux vibrations principales donnent la même réflexion totale $n \sin i = \beta$.

L'inspection de la figure montre clairement ces diverses conséquences.

M. Joh. Danker (¹) a vérifié les formules établies par M. Kohlrausch. Ces vérifications, qui ont porté aussi sur les formules qui donnent la valeur de l'angle χ, sont très satisfaisantes.

MÉTHODE POUR MESURER, EN LONGUEURS D'ONDE, DE PETITES ÉPAISSEURS;

PAR M. J. MACÉ DE LÉPINAY.

La longueur d'onde d'une radiation déterminée fournit un étalon de longueur absolument invariable (du moins dans le vide) et que tout laboratoire de Physique se trouve avoir à sa portée. Il est donc important de trouver une méthode d'une grande exactitude pour mesurer, en fonction de la longueur d'onde d'une radiation déterminée, l'épaisseur d'une lame réfringente quelconque (quartz dans le cas actuel). De pareilles mesures présentent un intérêt particulier par leur application à la détermination rapide et précise du pas de la vis d'un sphéromètre (²).

Toutefois cette méthode optique ne pourra conduire à des mesures absolues qu'à la condition de connaître avec précision la valeur absolue de la longueur d'onde qui sert ainsi d'étalon provisoire. Tel a été le but de recherches dont les résultats seront prochainement publiés en détail (³).

(¹) *Neues Jahrb. für Min.*, t. II, p. 241; 1885.

(²) Cette application a été faite effectivement par M. R. Benoît, à la vis d'un sphéromètre récemment construit par MM. Brunner frères, pour le Bureau international des Poids et Mesures. Partant des données numériques que je lui ai fournies, relatives aux trois dimensions (1 centimètre environ) d'un cube de quartz, il a obtenu pour le pas de la vis de cet instrument, à 5°, les trois valeurs concordantes

$$0^{cm},049917\ 7, \quad 0^{cm},049918\ 2, \quad 0^{cm},049917\ 0.$$

(³) Voir *Comptes rendus*, 24 mai 1886.

M. Mouton (¹) a donné une solution élégante, fondée sur l'observation des franges de Fizeau et Foucault, du premier de ces deux problèmes.

Cette méthode ne peut malheureusement conduire à une précision supérieure à $\frac{1}{1000}$, par suite de l'insuffisance des données numériques qui servent de point de départ. Il en est autrement de la suivante, fondée sur l'observation des franges de Talbot.

On sait (²) que ces franges prennent naissance lorsque, sur le trajet de l'une des moitiés du faisceau de lumière qui sort du collimateur d'un spectroscope, on interpose une lame réfringente à faces planes et parallèles, normales à l'axe optique du collimateur. Si nous désignons par Λ la longueur d'onde, dans le vide, du milieu de l'une de ces franges, par N_t et V_t les indices correspondants, à la température t de l'expérience et par rapport au vide, de la lame et de l'air, par μ le coefficient moyen de o à t de la lame, dans la direction normale aux faces, par e_0 son épaisseur à o°, on a la relation

$$(1) \qquad 2\frac{N_t - V_t}{\Lambda}(1 + \mu t)e_0 = p,$$

p étant un *nombre entier impair* (numéro d'ordre de la frange), qui croît de deux unités en passant d'une frange à la suivante, du rouge au violet.

L'emploi de la formule (1) serait en général peu commode. On lui a substitué avantageusement (dans le cas du quartz) la formule approchée

$$(2) \qquad \frac{1}{0,99973}\,\frac{2(n-1)}{\lambda}e = Ye = p,$$

dans laquelle λ est la longueur d'onde dans l'air à o° sous la pression normale, n l'indice du quartz (indices ordinaires, seuls employés), par rapport à l'air à 20°. Après avoir calculé par cette formule l'épaisseur approchée e de la lame, il suffit, pour obtenir l'épaisseur e_0 à o°, de multiplier la première par l'un des deux

(¹) *Journal de Physique*, [1], t. VIII, p. 393; 1879.

(²) *Journal de Physique*, [1], t. I, p. 177: 1872, et *Annales de l'École Normale supérieure*, [2], t. VI, p. 26; 1877.

facteurs [1] :

$$(3)\quad \begin{cases} a = 1{,}00008(1 - 3{,}95 \times 10^{-6}t) \text{(lames parallèles à l'axe)}, \\ \text{ou} \\ b = 1{,}00008(1 + 2{,}29 \times 10^{-6}t) \text{ (lames perpendiculaires à l'axe)}. \end{cases}$$

On a adopté, pour les longueurs d'onde correspondant aux raies C, D_2, b_1, F (seules régions utilisées du spectre solaire), les moyennes des mesures concordantes effectuées par MM. Mascart [2], van der Willigen [3] et Ångström [4], toutes ramenées au centimètre de Fraunhofer [5]. Les indices ordinaires des lames de quartz employées ont été directement mesurés au moyen d'un prisme tiré du même morceau [6].

Dans ce qui suit, nous considérerons la quantité Y, définie par l'équation (2), comme une fonction continue de la longueur d'onde. Il en sera de même de p, pour une lame donnée, à une température donnée. Pour mesurer l'épaisseur à 0° d'une lame de quartz donnée, nous nous proposerons de déterminer par l'expérience les valeurs de p correspondant aux quatre raies C, D_2, b_1 et F. Des formules (2) et (3), nous déduirons quatre valeurs de l'épaisseur cherchée, dont nous prendrons la moyenne. Cette épaisseur se trouve ainsi exprimée en centimètres de Fraunhofer. Pour obtenir sa valeur, en fonction de la longueur d'onde, dans le vide, de la radiation D_2, il suffit de diviser le nombre obtenu par $5{,}8897 \times 10^{-5}$.

Pour pouvoir séparer convenablement les franges, il est nécessaire d'employer un spectre très étalé; on y est parvenu par l'emploi d'un réseau au $\frac{1}{200}$ de millimètre, placé sur la plate-forme

(1) D'après les données numériques publiées par M. Dufet (*Journal de Physique*, [2], t. III; 1884).

(2) *Annales de l'École Normale supérieure*, [1], t. IV, p. 7; 1867.

(3) *Archives du Musée Teyler*, t. I. Harlem, 1866.

(4) *Recherches sur le spectre solaire*. Upsal, 1868.

(5) Défini par la condition que la longueur d'onde de la raie D_2, dans l'air à 0°, sous la pression normale soit exprimée par le nombre $5{,}8880 \times 10^{-5}$ cent.

(6) Prisme à faces parfaitement planes, taillées et vérifiées par M. Laurent, au moyen des appareils imaginés par lui. *Voir*, pour les précautions prises, le travail de M. Cornu (*Annales de l'École Normale supérieure*, [2], t. IX; 1880).

d'un goniomètre de Brünner. On observait, pour la raie C, le deuxième; pour les autres, le troisième spectre de diffraction. La lumière éclairante était la lumière solaire. Malgré l'énorme dispersion ainsi obtenue, il est difficile de mesurer directement des épaisseurs notablement supérieures à 2^{mm}. Encore fut-il indispensable, pour éviter toute hésitation possible dans le calcul des numéros d'ordre des franges, de contrôler au préalable, par des mesures effectuées avec une lame plus mince (1^{mm} environ), et pour les quatre régions utilisées du spectre, les valeurs correspondantes de la fonction

$$Y = \frac{1}{0,99973} \frac{2(n-1)}{\lambda},$$

qui doivent servir de base au calcul de toutes les expériences.

La marche suivie dans ces recherches préliminaires, aussi bien pour les expériences que pour les calculs, est identique à celle adoptée dans tous les cas; je la décrirai donc à ce sujet.

La lame employée (perpendiculaire à l'axe) fut mesurée tout d'abord au sphéromètre ([1]). L'épaisseur approchée en fut trouvée égale à

0,0998 cent. de Fraunhofer.

De cette épaisseur et des valeurs admises pour n et λ, on déduit les valeurs suivantes approchées, de p, pour les quatre raies C, D_2, b_1 et F :

Raies.	p.	Différences.
C	1649,01	
		196,36
D_2	1845,37	
		264,52
b_1	2109,89	
		148,22
F	2258,11	

Ces valeurs de p ne peuvent être considérées comme exactes à plus de $\frac{1}{1000}$ près; mais leurs différences sont connues avec une exactitude suffisante pour permettre l'emploi de la méthode suivante d'approximations successives, qui a pour principal avantage de simplifier notablement les expériences. A cet effet, cette même lame étant mise en place, on a, pour chacune des raies indiquées,

([1]) Dont le pas avait été mesuré par la méthode de M. Mouton.

pointé, d'une part, la raie et, de l'autre, les deux franges noires les plus voisines qui la comprennent. On a obtenu de la sorte, par interpolation, les valeurs suivantes de p (moyennes de quatre séries de mesures) :

Raies.	p.
C.	$x + 1,14$
D_2.	$y + 1,68$
b_1	$z + 0,44$
F.	$t + 0,83$

Dans ce Tableau, chacune des quantités x, y, z, t est le numéro d'ordre (nombre entier impair) d'une frange voisine de la raie correspondante, et moins réfrangible qu'elle. Ce sont quatre inconnues qu'il s'agit de déterminer.

A cet effet, comparons les deux Tableaux qui précèdent. De l'identification des valeurs de p qui y sont inscrites, résultent immédiatement les relations (¹)

$$\begin{aligned} y &= x + 196, \\ z &= y + 266 = x + 462, \\ t &= z + 148 = x + 610, \end{aligned}$$

de sorte que nous n'avons plus qu'une inconnue à déterminer, x, que nous trouvons de même être un nombre entier impair voisin de 1647,87.

Pour déterminer cette inconnue, nous supposerons successivement $x = 1647$, $x = 1649$, $x = 1651$, et, dans chacune de ces hypothèses, nous effectuerons les calculs des épaisseurs. Nous trouverons ainsi :

Épaisseurs calculées.

Raies.	$x = 1647$.	$x = 1649$.	$x = 1651$.	Valeur de p ($x = 1646$.)
C.	$\overset{\circ}{0}$,099747	$\overset{\circ}{0}$,099869	$\overset{\circ}{0}$,099990	1650,14
D_2.	0,099762	0,099870	0,999979	1846,68
b_1.	0,099779	0,099873	0,099968	2111,44
F.	0,099788	0,099876	0,099965	2259,83

Il suffit de jeter un coup d'œil sur ce Tableau, pour se con-

(¹) $y - x$, $z - y$, $t - z$ sont des nombres entiers pairs.

vaincre que la seule valeur admissible pour x est $x = 1649$ (¹). L'épaisseur moyenne (non corrigée) est donc

$$e = 0{,}099872 \text{ cent. de Fraunhofer.}$$

L'écart moyen de la moyenne n'atteint que le $\frac{1}{17000}$ de la valeur de cette dernière. Faute de pouvoir appliquer correctement à l'ensemble de quatre nombres seulement les règles connues du Calcul des probabilités, nous considérerons ce nombre $\frac{1}{17000}$ comme indiquant une limite supérieure de l'erreur que l'on peut commettre par l'emploi des franges de Talbot.

Les écarts que présentent les nombres inscrits dans la troisième colonne du Tableau sont en majeure partie attribuables à l'inexactitude des valeurs de la fonction Y admises pour les calculer. On les retrouve en effet, de même sens et de même ordre de grandeur, dans toutes les mesures que j'ai eu l'occasion d'effectuer, lorsqu'on prend pour point de départ les données numériques qui ont été admises jusqu'ici.

Les résultats obtenus nous permettent d'ailleurs de calculer de nouvelles valeurs de Y pour les quatre raies étudiées, plus exactes en valeurs relatives (but de ces expériences). Il suffit à cet effet, dans la formule $p = Ye$, de remplacer p par les valeurs trouvées (dernière colonne du Tableau) et e par l'épaisseur moyenne 0,099872. On trouve ainsi :

Valeurs de log Y.

C........................	4,2180772
D_2........................	4,2669479
b_1........................	4,3251351
F........................	4,3546321

Ce sont les valeurs de log Y ainsi calculées dont j'ai fait exclusivement usage dans la suite.

J'aurai l'occasion, dans un prochain travail, d'indiquer de nombreuses mesures effectuées par cette même méthode au moyen des données numériques ainsi corrigées. Je citerai uniquement les

(¹) Dans cette hypothèse, en effet, les quatre épaisseurs calculées sont sensiblement égales, et dans les deux autres, elles varient régulièrement avec la longueur d'onde.

suivantes, afin de mettre en évidence la possibilité de mesurer directement et *avec sécurité* des lames de 2^{mm} d'épaisseur :

C.............	$e = 0,200801$
D_2.............	0,200798
b_1.............	0,200798
F.............	0,200800
Moyenne.....	$e = 0,200799$ à $16°,3$

$e_0 = 0,200802$ cent. de Fraunhofer.

DÉTERMINATION DE LA VALEUR ABSOLUE DE LA LONGUEUR D'ONDE DE LA RAIE D_2;

PAR M. J. MACÉ DE LÉPINAY.

Les mesures des longueurs d'onde des principales raies du spectre solaire, effectuées par MM. Mascart (1), Ditschreiner (2), Van der Willigen (3) et Ångström (4) sont d'une très grande concordance, du moins en valeurs relatives; mais il n'en est plus de même en valeurs absolues. Les nombres suivants, obtenus par la même méthode (réseaux), représenteraient, en effet, tous les quatre la longueur d'onde de la raie D_2 dans l'air, à la température ordinaire :

$5,8880 \times 10^{-5}$ cent. [Fraunhofer (5), nombre adopté par M. Mascart],
$5,8989 \times 10^{-5}$ » (Ditschreiner),
$5,8922 \times 10^{-5}$ » (Van der Willigen),
$5,8891 \times 10^{-5}$ » (Ångström).

En présence de pareilles divergences et quoique le dernier de ces nombres présentât des garanties particulières d'exactitude, il était nécessaire de procéder à une nouvelle détermination de cette

(1) *Annales de l'École Normale supérieure*, [1], t. IV, p. 7; 1867.
(2) *Académie des Sciences de Vienne*, oct. et déc. 1864.
(3) *Archives du Musée Teyler*, t. I. Harlem, 1866.
(4) *Recherches sur le spectre solaire*. Upsal, 1868.
(5) *Gilbert's Annalen*, t. LXXIV; 1823.

même longueur d'onde par une méthode absolument différente, susceptible d'une grande précision.

J'ai fait usage à cet effet du plus sensible et du plus précis de tous les appareils de mesure, la balance. Imaginons un solide géométrique défini, dont on puisse déterminer optiquement les dimensions principales en fonction de la longueur d'onde de la raie D_2 prise pour unité. On pourra déduire de ces mesures son volume u, en fonction de celui d'un cube qui aurait cette longueur d'onde comme côté. Déterminons, d'autre part, la valeur absolue, en grammes, de la perte de poids de ce même solide immergé dans l'eau distillée et privée d'air; nous en conclurons son volume en millilitres, V. La longueur d'onde cherchée sera donnée par

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{V}{u}}.$$

Cette longueur d'onde sera exprimée, il est vrai, non en centimètres, mais en fonction d'une unité peu différente, bien définie, qui est le côté du cube qui, rempli d'eau distillée à 4°, en contiendrait un gramme (millilitre).

La matière adoptée pour constituer ce solide est le quartz, pour lequel les données numériques nécessaires pour les corrections de température sont connues. La forme est celle d'un parallélépipède rectangle, de 1^{cm} environ de côté dans les trois directions. Il a été taillé avec une rare perfection, tant au point de vue de la planéité que de la rectangularité des faces par M. Laurent, grâce aux appareils de contrôle imaginés par lui.

I. Les mesures optiques (dimensions du cube en fonction de la longueur d'onde de la raie D_2) ont été effectuées par la méthode des franges de Talbot, étudiée en détail dans le travail précédent; je crois par suite inutile d'y revenir. Je rappellerai seulement que l'on ne peut prudemment, par cette méthode, mesurer directement des épaisseurs supérieures à 2^{mm}. On a tourné cette difficulté par l'emploi de trois lames auxiliaires de quartz, de 2^{mm}, 4^{mm} et 6^{mm} environ d'épaisseur (nous les désignerons par les symboles L2, L4, L6). La série des opérations fut à cet effet : 1° mesure directe de L2; 2° mesure de la différence d'épaisseur L4 — L2; 3° mesure de la différence d'épaisseur L6 — L4; 4° mesure de la

différence entre l'une quelconque des dimensions du cube et l'épaisseur totale des lames L6 et L2 superposées.

Les lames étudiées étaient chaque fois, par la méthode connue d'autocollimations, amenées à être normales, à deux ou trois minutes près, au faisceau de lumière qui les traversait. Pour atténuer le plus possible l'influence des défauts de forme du cube, on a mesuré, en quatre régions différentes, la distance de chaque couple de faces, à savoir dans les quatre régions qui correspondent aux milieux des quatre faces latérales (en tout douze mesures d'épaisseur).

Les trois dimensions moyennes ainsi obtenues ne peuvent toutefois être considérées *a priori* comme exactes. Le travail du polissage donne en effet presque toujours naissance à des surfaces légèrement convexes. Comme la méthode des franges de Talbot ne permet de mesurer que les épaisseurs au voisinage immédiat des bords, les nombres obtenus seront tous en réalité plus faibles que les épaisseurs moyennes correspondantes.

Sans entrer dans le détail des recherches entreprises à ce sujet (étude de la forme des surfaces du cube par les franges de Newton), je me contenterai, pour montrer la petitesse de ces corrections (en réalité illusoires), de donner tout à la fois dans le Tableau suivant les épaisseurs moyennes, brutes et corrigées.

	Brute.	Corrigée.
E_0(1-6)..........	0,994077	0,994077
E_0(2-5)..........	0,993768	0,993771
E_0(3-4)..........	0,993662	0,993666

Les nombres inscrits dans ce Tableau sont les épaisseurs moyennes à 0°, en fonction du centimètre de Fraunhofer,

$$\lambda_{D_2} = 5,8880 \times 10^{-5} \text{ dans l'air à } 0°.$$

Les chiffres entre parenthèses désignent les faces du cube dont on a mesuré les distances, faces que l'on a supposées numérotées comme le sont celles d'un dé à jouer. Les faces 1 et 6 sont normales à l'axe optique.

On a jugé utile en second lieu de mesurer directement les divers angles dièdres du cube. Deux seulement d'entre eux étant erro-

nés de 20″ et tous les autres de moins de 10″, les corrections provenant de ce chef sont également illusoires.

On admettra donc, pour le volume u du cube, exprimé en fonction de celui d'un cube qui aurait pour côté *la longueur d'onde de la raie* D_2 *dans le vide*, la valeur

$$u = \frac{0,994077 \times 0,993771 \times 0,993666}{5,8897} \times 10^{15}.$$

II. Pour déterminer le volume, en millilitres, du cube de quartz, on en a mesuré : 1° le poids absolu; 2° la densité.

La balance employée est à cavaliers (Becker's sons, de Rotterdam); l'observation des cavaliers donne immédiatement les $0^{mg},1$; elle est assez sensible pour permettre des pesées exactes à $0^{mg},02$ près. La boîte de poids, fournie par Deleuil, est loin d'être d'une parfaite exactitude. Tous les poids qui la composent ont été soigneusement comparés les uns aux autres avant et après chaque série de pesées (¹). L'étalon de poids était un morceau de quartz ($9^{gr},82109$) qui a été pesé par M. Thiesen, adjoint au Bureau international des Poids et Mesures. L'emploi d'un étalon en quartz a l'avantage de faire disparaître toutes les corrections dues à la poussée de l'air. A cet effet une opération complète comprenait les pesées suivantes : 1° quartz étalon à droite; 2° quartz étalon à gauche; 3° cube à droite; 4° cube à gauche; 5° cube à droite; 6° étalon à gauche; 7° étalon à droite. La méthode de double pesée employée est donc celle de transposition, due à Gauss.

Les moyennes des pesées effectuées ont été :

Avant les mesures optiques	(4 pesées)........	$2^{gr},60475$
Après »	(3 pesées)........	$2^{gr},60463$

L'un et l'autre de ces poids doit être corrigé de celui des quelques écailles que présentaient les arêtes et les angles (il est à noter que, durant les opérations optiques, deux nouvelles écailles avaient pris naissance), qui furent passées en revue et mesurées au moyen du microscope d'une machine à diviser. Ces poids ainsi corrigés deviennent *accidentellement* identiques et égaux à

$$2^{gr},60481.$$

(¹) Ces poids étant en laiton sont en effet susceptibles de s'altérer peu à peu.

Ce dernier nombre est certainement exact à $0^{mg},02$ ou $0^{mg},03$ près.

III. La densité du quartz fut mesurée, par la méthode hydrostatique, sur un échantillon plus lourd (13^{gr} environ), mais *tiré du même morceau que le cube*. Je renverrai à un article spécial l'étude des difficultés propres aux pesées hydrostatiques (dues aux phénomènes capillaires qui prennent naissance au point où le fil de suspension pénètre dans l'eau).

L'eau employée fut de l'eau distillée qui le fut à nouveau immédiatement avant chaque opération dans le verre; elle était privée d'air. Le quartz était placé sur un petit plateau de platine assez lourd ($13^{gr},3$) pour tendre, même sans surcharge, le fil fin de platine ($0^{mm},1$ de diamètre) qui le soutenait.

La marche des opérations était : 1° pesée du quartz et du plateau dans l'eau; 2° pesée du plateau seul dans l'eau; 3° pesée du quartz dans l'air.

Soient

P le poids apparent du quartz dans l'air;
P' dans l'eau;
d le poids du millilitre d'air;
e_t celui de l'eau dans les conditions de l'expérience;
$\psi(t)$ la dilatation cubique du quartz (¹).

La densité cherchée est donnée par

$$\frac{d_0 - a}{e_t[1 + \psi(t)] - a} = \frac{P}{P - P'}.$$

La moyenne de trois mesures ainsi conduites a été

$$d_0 = 2,65085,$$

nombre qui paraît exact à 5 unités près du cinquième ordre décimal (²).

(¹) *Voir*, à ce sujet, *Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures*, t. III, p. D. 88 et 89; 1884.

(²) Les mesures les plus précises avaient donné

$d_0 = 2,651223$ (Dr J. Herr) et $d_0 = 2,65074$ (Marek).

Ces divergences semblent indiquer nettement que divers échantillons de quartz n'ont pas les mêmes propriétés physiques.

Résultat. — Le résultat général de cette étude est que la longueur d'onde *dans le vide* de la radiation D_2 est

$$\Lambda = 5,8917 \times 10^{-5} (\text{millilitres})^{\frac{1}{3}}$$

et dans l'air, à 0°, sous la pression normale,

$$\lambda = 5,8900 \times 10^{-5} (\text{millilitres})^{\frac{1}{3}}.$$

Ces deux nombres, qui paraissent exacts à moins de deux unités près du dernier chiffre conservé, pourront être transformés en centimètres aussitôt que de nouvelles déterminations auront permis de connaître le rapport exact du litre au décimètre cube ([1]).

NOTE SUR LES DIFFICULTÉS PROPRES AUX PESÉES HYDROSTATIQUES;

PAR M. J. MACÉ DE LÉPINAY.

Dans le travail précédent, et au sujet de la détermination par la méthode hydrostatique de la densité d'un quartz, j'ai été amené à signaler les difficultés spéciales que présentent les pesées hydrostatiques. Je crois d'autant plus utile de les étudier en détail, qu'elles ne l'ont pas été jusqu'ici, à ma connaissance, et que la méthode que j'ai employée pour les surmonter permet d'accroître dans une notable proportion le degré d'exactitude que comportent ces mesures.

Imaginons que, lors d'une pesée hydrostatique (effectuée au moyen d'une balance à cavaliers), on ait établi l'équilibre à quelques dixièmes de milligramme près, puis qu'on cherche à déplacer progressivement l'un des cavaliers de manière à déterminer

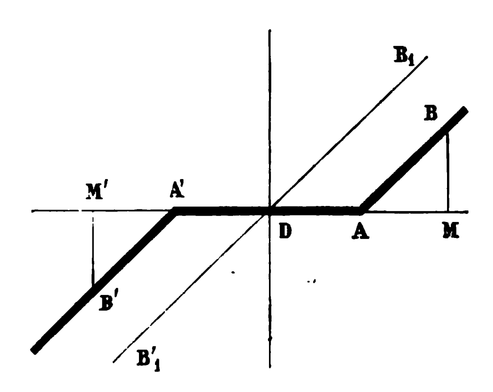
---

([1]) Le litre est le volume qui, rempli d'eau distillée privée d'air à 4°, en contient 1^{kg} (Commission internationale du Mètre, réunion des membres français, 1873-1874, *Procès-Verbaux*). Si l'on admet provisoirement avec M. Broch que le kilogramme des Archives soit trop lourd de 120^{mg}, ces mêmes longueurs d'onde deviennent

$$\Lambda = 5,8919 \times 10^{-5} \text{ cent.} \quad \text{et} \quad \lambda = 5,8902 \times 10^{-5} \text{ cent.}$$

la position exacte de ce dernier qui correspond à l'équilibre de la balance : si l'on a soin d'abaisser très doucement la fourchette, de manière à *ne communiquer aucune impulsion au fléau*, l'aiguille s'arrête presque sans oscillation, et ses indications sont bien régulières; mais la balance semble avoir perdu beaucoup de sa sensibilité. Dans les conditions où je me suis placé (poids apparent dans l'eau $12^{gr},4$ ou $20^{gr},4$), on peut faire parcourir au cavalier près de dix divisions, correspondant à 1^{mg}, sans que l'aiguille indicatrice se déplace d'une manière appréciable. Il semble donc impossible d'effectuer une pareille pesée à plus de $0^{mg},5$ près.

Fig. 1.



Ces faits semblent indiquer qu'au point où le fil pénètre dans le liquide, il se produit, par suite des phénomènes capillaires, une sorte de frottement. Pour en étudier théoriquement les effets, nous supposerons que cette force de frottement est constante : soit φ sa valeur estimée en $0^{mg},1$, c'est-à-dire en fonction de la valeur d'une division du cavalier.

Supposons tout d'abord le cavalier placé sur la division D qui correspond à l'équilibre, et supposons qu'on le transporte à la division d, dans le sens qui correspond à une surcharge du plateau situé du même côté ($d > D$). Tant que la surcharge introduite, $d - D$, sera plus petite que φ, le fléau restera immobile. Si elle lui est supérieure, l'effet sera seulement celui qui correspond à la force $d - D - \varphi$, et si n représente la division à laquelle s'arrête

l'aiguille indicatrice, on pourra poser

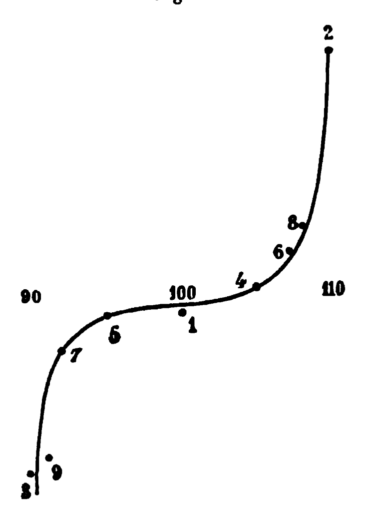
$$n = k(d - D - \varphi),$$

k étant une constante.

Prenons pour abscisses les valeurs de d, pour ordonnées celles de n. La courbe représentative des indications de l'aiguille se composera de deux segments de droite, DA(DA $= \varphi$) et AB (*fig.* 1), l'équation de cette dernière étant

$$n = k(d - D - \varphi).$$

Fig. 2.



Cette droite est parallèle à la droite B'_1OB_1 qui représenterait cette même fonction si le frottement n'existait pas.

Si nous supposons en second lieu $d < D$, nous trouverons de même que la courbe représentative se compose de deux segments de droite, DA'(DA' $= \varphi$) et A'B', l'équation de cette dernière étant

$$n = k(d - D + \varphi).$$

On voit, en résumé, que dans l'hypothèse $\varphi =$ const., la balance n'a pas en réalité perdu sa sensibilité, car cette dernière peut être considérée comme mesurée par la valeur de la constante k. Pour trouver avec exactitude, malgré les phénomènes capillaires, la po-

sition du cavalier qui correspond à l'équilibre, il suffira dès lors de construire point par point, au moyen d'un nombre suffisant d'expériences, la courbe B'A'AB qui, selon toute vraisemblance, différera de la courbe discontinue théorique, *quelle qu'elle soit; si nous remarquons qu'elle doit être symétrique par rapport au point* D *cherché, nous voyons que l'abscisse de ce dernier point est la moyenne des abscisses des points de la courbe, tels que* B *et* B', *qui correspondent à des ordonnées égales et de signes contraires.*

C'est ainsi que la première des pesées effectuées par cette méthode a conduit à la construction de la courbe ci-contre (*fig.* 2) (¹).

La courbe obtenue est régulière et bien déterminée. D'après les points dont les ordonnées sont ± 1, on trouve

$$D = 99,8;$$

d'après ceux dont les ordonnées sont ± 2,

$$D = 99,9.$$

L'erreur que l'on peut commettre dans chaque pesée ne dépasse pas $0^{mg},5$ et le poids apparent d'un corps dans l'eau (déduit des résultats de deux pesées analogues) peut être déterminé à $0^{mg},1$ près.

SUR LA THÉORIE DE LA GAMME;

PAR M. PAUL ROBIN.

Je suis d'abord obligé de rappeler l'origine de la gamme.

Les anciens avaient déjà déterminé les rapports $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ des longueurs des tuyaux donnant des sons à des distances d'octave, de quinte et de quarte. Le P. Mersenne soupçonna que ces rapports

(¹) Les chiffres inscrits sur la figure indiquent l'ordre dans lequel les points marqués ont été déterminés. On voit qu'on a eu soin de placer le cavalier alternativement de part et d'autre de la position d'équilibre. On avait pour but d'éviter ainsi l'effet possible d'une variation continue de la force de frottement, qui aurait pu se produire, toujours dans le même sens, si le cavalier avait été déplacé toujours dans la même direction.

indiquaient les nombres relatifs des vibrations sonores et eut la première idée des harmoniques.

Sauveur (1701) étudia ces harmoniques et commença la théorie actuelle de la gamme complétée en 1826 par Delezenne dans le *Recueil de la Société des sciences de Lille*.

D'après cette théorie les notes de la gamme se forment en ramenant les *cinq* premiers harmoniques dans une même octave par des multiplications ou divisions par une puissance convenable de 2, et en agissant de même sur les harmoniques de ces sons considérés comme fondamentaux.

C'est la gamme qu'ont adoptée tous les Traités de Physique. Les notes y sont représentées par les rapports de vibrations

$$1,\quad \frac{9}{8},\quad \frac{5}{4},\quad \frac{4}{3},\quad \frac{3}{2},\quad \frac{5}{3},\quad \frac{15}{8},\quad 2.$$

Les rapports de deux de ces rapports voisins confondus avec leurs logarithmes sous le nom d'*intervalles* sont de trois sortes bizarrement appelés *ton majeur, ton mineur,* et *demi-ton*, lequel n'est moitié du premier ni du second.

Depuis plus de quarante ans, Émile Chevé, dont plusieurs de nous ont suivi les admirables leçons, et ses disciples démontrent dans leurs cours, à l'aide de deux expériences fort simples :

1° Que la gamme, telle que la chantent ceux que le *consensus populi* déclare chanter juste, ne contient que deux sortes d'intervalles, la seconde majeure et la seconde mineure;

2° Que cette dernière est plus petite que la moitié de la première.

Ces deux faits sont en contradiction avec la théorie généralement admise.

Beaucoup des élèves de M. Chevé ont cherché et trouvé sans peine la rectification nécessaire à la théorie, mais c'est Ritter qui l'a, le premier, parfaitement développée dans le tome VIII des *Mémoires de l'Institut genevois*.

Dans son travail il refait la théorie de la gamme en n'employant que les trois (ou quatre) premiers harmoniques et négligeant le cinquième qui fournit un *mi* trop bas. La superposition des quintes et la réduction d'une partie de leur série dans une même octave

donne la vraie gamme, celle des musiciens, telle que l'enseigne l'école nouvelle.

Les nombres de vibrations, longueurs de cordes, etc., calculés d'après ces données, diffèrent de la gamme des Traités de Physique pour les notes *mi, la, si.*

Nous verrons tout à l'heure si les différences parfois considérées comme négligeables le sont réellement.

Faisons d'abord quelques remarques sur le *mi* trop bas donné par le cinquième harmonique.

Comme l'établit Ritter, ce *mi*, très faible par rapport aux harmoniques précédents, et surtout au son fondamental, est dans de mauvaises conditions pour leur être comparé. De plus, si le *mi* est donné par une corde vibrante, celle-ci formant, pour donner les harmoniques précédents, une courbe à double courbure assez compliquée, est plus tendue que si elle était droite et son *mi* est plus rapproché, peut-être l'égal du vrai *mi.*

Le cinquième harmonique est nettement employé par la classe des instruments à piston; mais d'abord il est certain que ces instruments n'obéissent pas rigoureusement à la loi simple des vibrations dans les tuyaux courts relativement à leurs diamètres; on sait que l'instrumentiste peut par un certain pincement de lèvres modifier dans de petites limites la hauteur des sons, qu'avec ces instruments, prétendus à sons fixes, il y a des gens qui jouent faux, tandis que ceux qui sont réellement musiciens et n'attendent pas de leur instrument la traduction plus ou moins fidèle de la musique écrite, lisent d'abord celle-ci, savent ce que l'instrument doit donner et s'habituent à corriger ses imperfections naturelles.

C'est surtout avec les dièses et les bémols que la pratique de tous les musiciens et les indications de la théorie de Delezenne atteignent des différences telles qu'elles frappent l'oreille la moins sensible.

Rappelons d'abord les définitions si clairement données pour la première fois, en 1844, par E. Chevé, dans sa théorie musicale et généralement répétées sans indications d'origine par les solfèges publiés sans date depuis cette époque.

On appelle *dièse* d'une note son remplaçant aigu, faisant avec la note supérieure le même air que le *si* avec l'*ut*, *bémol* le remplaçant grave faisant avec la note inférieure le même effet que le *fa* avec le *mi.*

Partant de ces définitions, on trouve que les notes dites altérées sont très différentes dans les deux gammes : dans celle des physiciens, le bémol d'une note est plus haut que le dièse de l'inférieure; dans la gamme réelle, c'est le contraire.

La méthode de Chevé contient un exercice qui conduit les élèves à chanter juste : *ut*, *ré*^{b}, *ut*^{d}, *ré*, *mi*^{b}, etc., et l'on sent parfaitement cette série ascendante. Depuis que l'éminent théoricien et professeur a attiré l'attention sur ce point, les Traités musicaux nouveaux donnent à peu près tous le bémol plus bas que le dièse.

Mais ce n'est pas tout. D'autres physiciens, avec P. Desains, trouvent le dièse non en prenant pour point d'appui la note supérieure, le bémol non en prenant pour point d'appui la note inférieure, mais en multipliant ou divisant par $\frac{25}{24}$ le nombre des vibrations de la note à altérer, pour transformer, disent-ils, le demi-ton en ton mineur. Cela donne pour *ut*^{d}, *ré*^{b}, *fa*^{d}, *sol*^{b}, *la*^{d}, *si*^{b}, des valeurs très différentes de celles qu'obtiennent les physiciens suivant Delezenne.

La gamme diatonique des musiciens est produite par 7 quintes superposées et contient 5 secondes majeures, 2 mineures. La période de la succession peut être exprimée par le symbole $M_2 m$, $M_3 m$.

Les gammes chromatiques sont produites par 12 quintes superposées et contiennent 5 secondes chromatiques et 7 mineures. Ces intervalles se succèdent dans le même ordre dans les gammes par dièses et par bémols qui ne diffèrent que par les points de départ. La période de cette succession peut être exprimée par le symbole $(cm)_2 m (cm)_3 m$.

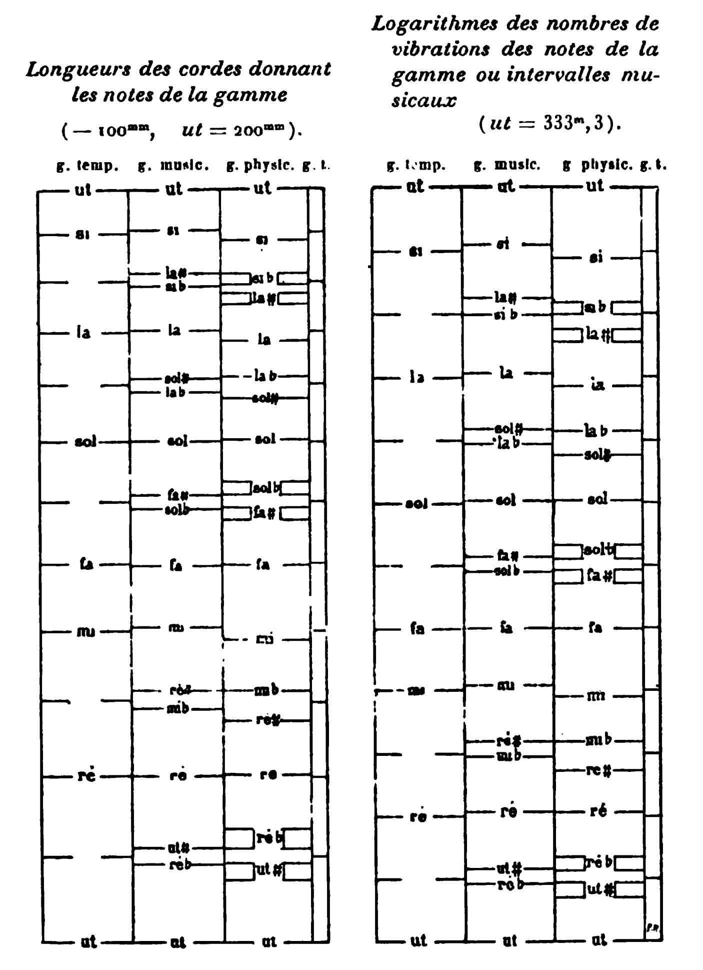
La gamme enharmonique est produite par 17 quintes superposées et contient 12 secondes mineures et 5 secondes enharmoniques (je me garde d'employer le mot *comma* auquel on a donné trop de sens différents). La période de cette succession peut être exprimée par le symbole $m(emm)_2 m(emm)_3$.

Si l'on voulait, comme dans certains Traités, prendre plus de 17 quintes, afin d'obtenir les *mi*^{d}, *si*^{d}, *ut*^{b} et *fa*^{b}, on introduirait de nouveaux intervalles, et l'analogie obligerait à introduire tous les semblables, ce qui produirait une série nouvelle beaucoup plus complexe, sans application pratique actuelle et inutile à étudier ici.

Rien de pareil à cette simplicité dans la gamme des physiciens

où chaque gamme contient un enchevêtrement de 3 à 5 intervalles différents sans intérêt à dénombrer et à classer. Et c'est cependant la simplicité des rapports qui avait séduit ses créateurs et qui charme ceux qui l'admettent encore!

J'ai, dans un Tableau numérique, complété pour la gamme tempérée et pour celles des musiciens et des physiciens les nombres des vibrations, les longueurs de cordes et les logarithmes des nombres de vibrations, qui sont les vrais intervalles musicaux. J'ai reporté ces derniers, ainsi que les longueurs de cordes, sur le diagramme ci-joint.



Comparaison des diverses gammes.

	GAMME TEMPÉRÉE.			GAMME DES MUSICIENS.					GAMME DES PHYSICIENS.					
	Nombres de vibrations	Logarithmes des vibrations ou intervalles.	Longueurs des cordes.	Nombres de vibrations.			Logarithmes des vibrations ou intervalles.	Longueurs des cordes.	Nombres de vibrations.			Logarithmes des vibrations ou intervalles.	Longueurs des cordes.	
Ut	20000	30103	50000	2	2	20000	30103	50000	2	2	20000	30103	50000	*Ut*
Si	18877	27595	52973	$\frac{3^5}{2^7}$	$\frac{243}{128}$	18984	27839	52675	$\frac{3.5}{2^3}$	$\frac{15}{8}$	18750	27300	53333	*Si*
									$\frac{3^2}{3}$	$\frac{9}{5}$	18000	25527	55556	*Si*♭
				$\frac{3^{10}}{2^{15}}$	$\frac{59049}{32768}$	18020	25576	55493						
									$\frac{2^4}{3^2}$	$\frac{16}{9}$	17778	24988	56250	
La♯ *Si*♭	17818	25087	56123											
				$\frac{2^4}{3^2}$	$\frac{16}{9}$	17778	24988	56250						
									$\frac{3^2.5^2}{2^7}$	$\frac{225}{128}$	17578	24497	56889	*La*♯
									$\frac{5^3}{3^2.2^3}$	$\frac{125}{72}$	17361	23957	57600	
La	16818	22578	59460	$\frac{3^3}{2^4}$	$\frac{27}{16}$	16875	22724	59259	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{3}$	16667	22186	60000	*La*
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

				$\frac{3^6}{2^9}$	$\frac{729}{512}$	14238	15345	70233	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	*Sol*^{b}
Fa^d *Sol*^{b}	14142	15051	70710						$\frac{2^6}{3^2.5}$	$\frac{64}{45}$	14222	15293	70313	
									$\frac{3^2.5}{2^5}$	$\frac{45}{32}$	14063	14808	71111	*Fa*^{d}
				$\frac{2^{10}}{3^6}$	$\frac{1024}{729}$	14047	14758	71182	$\frac{5^2}{2.3^2}$	$\frac{25}{18}$	13889	14267	72000	
Fa	13348	12543	74915	$\frac{2^2}{3}$	$\frac{4}{3}$	13333	12493	75000	$\frac{2^2}{3}$	$\frac{4}{3}$	13333	12493	75000	*Fa*
Mi	12599	10034	79370	$\frac{3^4}{2^6}$	$\frac{81}{64}$	12656	10230	79012	$\frac{5}{2^2}$	$\frac{5}{4}$	12500	09791	80000	*Mi*
				$\frac{3^9}{2^{14}}$	$\frac{19683}{16384}$	12014	07969	83280	$\frac{2.3}{5}$	$\frac{6}{5}$	12000	07918	83333	*Mi*^{b}
Ré^d *Mi*^{b}	11892	07526	84090	$\frac{2^5}{3^3}$	$\frac{32}{27}$	11852	07379	84375	$\frac{3.5^2}{2^6}$	$\frac{75}{64}$	11719	06889	85333	*Ré*^{d}
Ré	11225	05017	89090	$\frac{3^2}{2^3}$	$\frac{9}{8}$	11250	05115	88889	$\frac{3^2}{2^3}$	$\frac{9}{8}$	11250	05115	88889	*Ré*
									$\frac{3^3}{5^2}$	$\frac{27}{25}$	10800	03342	92593	
				$\frac{3^7}{2^{11}}$	$\frac{2187}{2048}$	10679	02852	93644	$\frac{2^4}{3.5}$	$\frac{16}{15}$	10667	02800	93750	*Ré*^{b}
Ut^d *Ré*^{b}	10595	02509	94387						$\frac{3^3.5}{2^7}$	$\frac{135}{128}$	10547	02313	94815	
				$\frac{2^8}{3^5}$	$\frac{256}{243}$	10535	02263	94922	$\frac{5^2}{2^3.3}$	$\frac{25}{24}$	10417	01774	96000	*Ut*^{d}
Ut	10000	00000	100000	1	1	10000	00000	100000	1	1	10000	00000	100000	*Ut*

Dans le Tableau logarithmique des intervalles j'ai pris pour unité 333^{m},3. La corde entière pour le Tableau des longueurs est $\frac{1}{5}$ de mètre.

Voici les remarques auxquelles donne lieu le simple examen de l'un ou de l'autre de ces Tableaux :

1° La gamme tempérée, dont la pratique est imposée par les instruments à sons fixes, diffère beaucoup moins de la gamme des musiciens que de celle des physiciens.

2° Les différences entre les gammes des physiciens et celle des musiciens, très notables pour *mi, la, si*, et pour presque toutes les notes altérées, s'exagèrent surtout pour *ré^{d}, sol^{d}, la^{d}* et atteignent presque un demi-ton.

Les vérifications expérimentales de la justesse de la seule gamme des musiciens n'ont pas manqué. Ritter cite les expériences faites en 1857 par le Dr Möhring et le violoniste Meyer. Le physicien marquait sur la touche du violon les places où le virtuose mettait ses doigts. Les mesures prises *ensuite* donnent à moins d'un demi-centième les longueurs indiquées par la théorie nouvelle.

MM. Mercadier et Cornu ont transmis les vibrations du violon de Léonard à un appareil inscripteur et sont arrivés sensiblement pour la mélodie aux nombres donnés par la théorie.

Je regrette qu'ils soient arrivés pour l'harmonie à des conclusions différentes; il doit y avoir eu quelque erreur d'opération. L'harmonie est en effet produite par des mélodies simultanées et je ne puis comprendre que des chanteurs, des violonistes produisant juste leur partie isolée, la modifient quand leurs partenaires chantent ou jouent avec eux.

Ce dernier point réservé et à revoir selon moi, ces deux séries d'expériences précédentes sont excellentes, en ce qu'elles écartent tout préjugé de l'opérateur. J'ai pensé cependant qu'une vérification *a posteriori* accessible à tous serait bienvenue.

J'ai construit un appareil contenant 18 fils métalliques de même diamètre (n° 26), de même longueur (333^{mm},3), tendus par le même poids arbitraire (684^{gr}). Ils donnent évidemment le même son. Deux sillets mobiles peuvent être placés au-dessous et réduisent les longueurs vibrantes des fils, l'un aux dimensions données par

l'ancienne théorie, l'autre aux dimensions données par la nouvelle. On a ainsi une petite harpe dont l'accord reste constant et indépendant des erreurs individuelles. Chacun peut en jouer avec l'un ou l'autre sillet et comparer les effets musicaux produits.

J'ajouterai, pour terminer, quelques mots sur les gammes approchées.

La gamme tempérée, à tempérament égal, produite par l'intercalation de 11 moyens géométriques entre 1 et 2, donne généralement une très bonne approximation, excepté pour *ré*^{d} et *la*^{d}.

Aimé Paris professait dans ses cours que la seconde majeure valait $2\frac{1}{2}$ secondes mineures et faisait une expérience qui le démontrait avec assez d'approximation. M. Vignon, l'un de ses élèves, publia vers 1860 le calcul complet, d'après cette hypothèse, d'une gamme approchée formée par l'intercalation de 28 moyens géométriques entre 1 et 2.

Si l'on calcule les réduites successives du rapport $\frac{5115}{2263}$ de la seconde majeure à la mineure, on trouve

$$2, \quad \frac{7}{3}, \quad \frac{9}{4}, \quad \ldots$$

Sans que l'origine en ait été précédemment indiquée à ma connaissance, la gamme approchée donnée par cette dernière réduite, qui répond aux oreilles les plus exigeantes, est adoptée par un grand nombre de musiciens. M. Pauraux, inspecteur du chant de la Ville de Paris, en a fait le point de départ d'un appareil ingénieux que l'on peut voir au Musée pédagogique et qui matérialise parfaitement la théorie des gammes des divers tons.

F. KOHLRAUSCH. — Ueber das Leitungsvermögen einiger Electrolyte in äusserst verdünnter wässeriger Lösung (Sur la conductibilité de quelques électrolytes en dissolution aqueuse extrêmement étendue); *Wied. Ann.*, t. XXVI, 161; 1885.

1. M. F. Kohlrausch place au début de cet important Mémoire un historique très complet de la question qu'il veut élucider. Il rappelle d'abord ses travaux en commun avec M. Nippoldt sur l'emploi des courants alternatifs à la mesure de la résistance des électrolytes, et avec M. Grotrian sur l'application de cette mé-

thode à un grand nombre d'électrolytes en dissolution plus ou moins concentrée [1]. Le principal résultat de ces études avait été d'amener M. Kohlrausch à considérer les deux ions qui constituent un électrolyte comme se déplaçant d'une manière indépendante (*Unabhängige Wanderung der Ionen*) avec une vitesse propre caractéristique que le même ion possède dans toutes ses combinaisons [2].

En 1878, M. R. Lenz [3] publia un Mémoire *Sur la résistance des dissolutions étendues des combinaisons du potassium, du sodium, de l'ammonium et de l'hydrogène* dans lequel la dilution d'un grand nombre de ces combinaisons fut poussée jusqu'à $\frac{1}{100}$ d'équivalent. Les conductibilités données par M. Lenz sont en moyenne de 2 pour 100 plus faibles que ne l'indiquent les mesures de M. Kohlrausch et croissent un peu moins vite avec la dilution.

Mes recherches sur les dissolutions étendues ont été publiées de janvier à juillet 1884 dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* et plus tard réunies dans un Mémoire des *Annales de Chimie et de Physique* [4]. Vers la même époque, MM. Arrhenius [5] et Ostwald [6] étaient conduits à s'occuper des mêmes

---

(1) KOHLRAUSCH et NIPPOLDT, *Pogg. Ann.*, t. CXXXVIII, p. 280, 370; 1879. KOHLRAUSCH et GROTRIAN, *Pogg. Ann.*, CLIV, p. 1, 215; 1875. F. KOHLRAUSCH, *Göttingen Nachrichten*, p. 405, 1874; p. 213, 1876; p. 181, 1877; *Münch. Sitzungsberichte*. p. 284, 1875; *Pogg. Ann.*, CLIX, p. 233, 1876; *Wied. Ann.*, t. VI, p. 145; 1879.

(2) Je dois signaler une erreur que j'ai commise en discutant le Mémoire de M. Kohlrausch de 1879 (*Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. III. p. 455).

D'après l'auteur, la résistance moléculaire ρ d'un sel se calcule au moyen de deux coefficients u et v caractéristiques de l'acide et de la base par la formule

$$\rho = u + v,$$

à laquelle j'ai substitué par mégarde $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$. Les nombres de M. Kohlrausch se rapprochent plus des miens que ne l'indique ce calcul fautif.

(3) LENZ, *Mémoires de l'Académie de Saint-Pétersbourg*, t. XVII; 1878.

(4) BOUTY, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XCVII, p. 140, 362, 918; t. XCVIII, p. 30, 1884; *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 325, 1884: *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. III, p. 433; 1884.

(5) ARRHENIUS, *Bihang Svenska Vet. Akad. Handl.* t. VIII, n° 13. Stockholm. 1884.

(6) OSTWALD, *Journal für praktischen Chemie*, t. XXX, p. 226; 1884.

sujets. Enfin, M. Vicentini (¹), cherchant à étendre aux solutions alcooliques la loi d'équivalents que j'avais énoncée, reprit plusieurs points de mon travail sur les solutions étendues, et poussa ses investigations jusqu'à des dilutions de $0^{éq},001$. Tous ces travaux, à l'exception des miens, ont été réalisés par la méthode des courants alternatifs, et par conséquent n'échappent pas aux critiques que M. Foussereau et moi (²), nous avons formulées dans notre étude à ce sujet.

2. M. Kohlrausch a pour objet de contrôler les résultats des expériences de MM. Lenz, Arrhenius, Ostwald, Vicentini, ainsi que de mes expériences de 1884, et d'éclairer les points demeurés en litige. A cet effet, il opère par les méthodes qu'il a précédemment indiquées, mais avec des dilutions excessives, atteignant $0^{éq},00001$ en grammes par litre. Ces liqueurs ne conduisent guère mieux que l'eau distillée commune, et mille fois moins que l'eau de la ville de Würzburg. Des expériences de cette espèce soulèvent une multitude de difficultés théoriques et pratiques que M. Kohlrausch signale avec une entière bonne foi, s'il ne parvient pas toujours à les résoudre d'une manière décisive.

En premier lieu, viennent les difficultés créées par l'emploi des courants alternatifs et du téléphone. M. Kohlrausch a rencontré les phénomènes d'induction que M. Foussereau et moi avons signalés et qui rendent le minimum de bruit si incertain, en même temps qu'ils faussent la mesure; mais, d'après l'auteur, ces causes d'erreur sont négligeables, pourvu que les résistances métalliques ne dépassent pas 2000 unités Siemens, et à la condition de ne pas entourer d'un bain réfrigérant la résistance liquide à mesurer.

M. Kohlrausch a aussi constaté des perturbations qu'il attribue à une absorption exercée par les électrodes de platine platiné : les liqueurs les plus diluées s'appauvrissent autour de ces électrodes. Quant à la polarisation, M. Kohlrausch pense qu'elle est absolument évitée.

(¹) VICENTINI, *Atti del R. Istituto Veneto*, 6ᵉ série, t. II, 1884; *Atti della R. Accademia di Torino*, t. XX, avril 1885.

(²) BOUTY et FOUSSEREAU, *Comptes rendus de l'Academie des Sciences*, t. CI, p. 373; 1885.

Des difficultés peut-être encore plus graves se rapportent à l'usage de l'eau distillée, et celles-ci se présenteront toujours, quelque méthode que l'on emploie, quand on voudra pousser la dilution aux limites extrêmes. D'abord il est bien difficile de se procurer une eau distillée de composition constante. M. Kohlrausch se sert d'eau de pluie qu'il distille dans un alambic d'étain avec réfrigérant d'argent et qu'il conserve dans de grands flacons de verre. La conductibilité de cette eau serait de 1,1 à 1,5. 10^{-10}, en prenant pour unité la conductibilité du mercure, et diminuerait plutôt qu'elle n'augmenterait par son séjour dans les flacons.

Admettons que cette conductibilité soit parfaitement connue. Quand on ajoute à l'eau distillée une trace de matière saline, sa conductibilité augmente. M. Kohlrausch admet que *la conductibilité du sel et celle de l'eau s'ajoutent purement et simplement;* et comme cette règle, appliquée aux sels neutres, leur assigne une conductibilité moléculaire sensiblement constante en dissolution très étendue, il admet qu'elle est suffisamment justifiée par l'expérience. M. Kohlrausch reconnaît cependant que la plus forte part de la conductibilité attribuée à l'eau distillée appartient aux substances étrangères, sels neutres, acides ou bases, dont elle est souillée : quand on ajoute à cette eau quelques particules salines, on a donc affaire à un mélange dont on connaît un seul élément, celui qu'on ajoute, la nature et la proportion des autres demeurant inconnues; la conductibilité qu'on veut mesurer peut être modifiée par ces éléments étrangers, d'une manière arbitraire et variable d'un sel à un autre. Et par le fait, le mode de calcul employé par M. Kohlrausch le conduit, dans le cas des acides et des bases, à des résultats que lui-même déclare inacceptables, et qu'il rejette sans hésitation. Il y a donc là une cause d'erreurs des plus graves, suffisante pour rendre illusoires toutes les mesures relatives à des dissolutions dont la conductibilité est comparable à celle de l'eau distillée. C'est pourquoi, dans mon premier travail, j'avais systématiquement écarté ces dilutions extrêmes, auxquelles on a aujourd'hui recours pour en discuter les conclusions.

3. Malgré ces critiques, dont on ne peut dissimuler la gravité, le travail de M. Kohlrausch est des plus remarquables, et ses conclusions méritent d'être rapportées avec détail. Pour pouvoir com-

parer ses résultats aux miens, il étudie spécialement la conductibilité du chlorure de potassium à laquelle j'ai rapporté toutes les autres, et il considère aussi toute une série de sels alcalins, alcalino-terreux et métalliques en dissolutions très étendues. Toutes les mesures sont ramenées à une température invariable de 18°. Dans le Tableau suivant, que je donne à titre d'exemple, m représente le nombre d'équivalents en grammes par litre de la dissolution; les nombres inscrits dans les colonnes relatives aux différents sels sont les valeurs de la conductibilité moléculaire $\frac{k}{m}$, multipliées par 10^8 et rapportées à la conductibilité du mercure prise pour unité; elles devraient être les mêmes pour tous les sels, si la loi d'équivalents que j'ai énoncée était rigoureuse. J'ai séparé par un trait les nombres relatifs aux dilutions excessives ($m = 0,00001$ à $0,0006$) pour lesquelles les matières contenues dans l'eau distillée peuvent exercer une influence appréciable.

m.	KCl.	AzH^4Cl.	NaCl.	LiCl.	$\frac{1}{2}(BaCl^2)$.	$\frac{1}{2}(ZnCl^2)$.	KI.
0,00001 .	1216	1205	1024	965	1142	1036	1207
0,00002 .	1217	1209	1028	955	1144	1035	1216
0,00006 .	1212	1215	1027	945	1133	1031	1216
0,0001 ..	1209	1209	1029	943	1126	1029	1216
0,0002 ..	1209	1204	1018	938	1118	1020	1214
0,0006 ..	1199	1197	1014	926 .	1102	1004	1209
0,001 ...	1193	1190	1008	921	1092	994	1203
0,002 ...	1185	1180	998	911	1074	979	1197
0,006 ...	1162	1157	976	889	1031	939	1176
0,01	1147	1142	962	875	1006	915	1161
0,03	1107	1101	»	834	939	851	1123
0,05	1083	1078	897	811	904	817	1102
0,1	1047	1035	865	775	861	768	1069
0,5	958	948	757	661	725	601	997
1,0	919	907	695	591	658	514	968
3,0	827	825	528	421	487	280	900
5,0	»	752	398	303	»	180	770
10,0	»	»	»	106	»	60	»

On remarquera que M. Kohlrausch n'admet pas la distinction des sels neutres en sels normaux et anormaux, que j'ai établie en me fondant sur l'inégalité des nombres relatifs aux transports des ions. Si l'on considère seulement les sels anhydres normaux, les

limites admises par M. Kohlrausch ($m = 0,00001$) sont les suivantes :

AzH^4Cl	1205
KCl	1216
$KAzO^3$	1215
$\frac{1}{2}K^2SO^4$	1275
$KClO^3$	1141
KI	1207
$AgAzO^3$	1080

Pour les sels de potasse et d'ammoniaque ces limites sont sensiblement égales, bien que le sulfate de potasse donne un nombre un peu fort, le chlorate de potasse un nombre un peu faible. Ce résultat, qui avait été, à mon insu, annoncé par M. R. Lenz en 1879, n'est aujourd'hui contesté par personne ; il ne s'agit plus que de savoir si ces limites doivent être considérées comme *rigoureusement* ou comme *approximativement* égales. En ce qui concerne le nitrate d'argent que j'ai rangé parmi les sels normaux, on sait que ce sel est rarement bien neutre, et le résultat observé par M. Kohlrausch peut tenir soit à une décomposition partielle, soit à l'action de matières organiques apportées par l'eau distillée.

L'action propre des matières contenues dans l'eau est en tout cas rendue bien évidente pour le carbonate de potasse (qui est un sel normal), par la marche que suivent les nombres de M. Kohlrausch. La conductibilité moléculaire $\frac{k}{m} \cdot 10^7$ est seulement de 169 pour $m = 1$; elle croît jusqu'à 1128, *c'est-à-dire presque jusqu'à la valeur normale* pour $m = 0,0006$ pour décroître ensuite à 825 quand $m = 0,00001$, c'est-à-dire quand la réaction des matières apportées par l'eau distillée devient prépondérante.

En somme, M. Kohlrausch croit pouvoir énoncer les conclusions suivantes :

1° *Pour un sel neutre donné, la conductibilité moléculaire tend vers une limite déterminée, quand la dilution croît indéfiniment ;*

2° *Pour les divers sels neutres, cette limite est toujours du même ordre de grandeur.* Les valeurs extrêmes de $\frac{k}{m}$ 10^7 sont 128 pour le sulfate de potasse et 94 pour l'acétate de potasse (sel anormal) ;

3° *Cette limite dépend de chacun des ions;* ils se groupent dans l'ordre des conductibilités décroissantes, comme l'indique le Tableau suivant :

Kation.	Anion.
Potassium	Acide sulfurique
Ammonium	Iode
Baryum	Chlore
Argent	Acide azotique
Cuivre	Acide chlorique
Magnésium	Acide acétique
Zinc	
Sodium	
Lithium	

Le potassium et l'ammonium d'une part; le magnésium, le cuivre et le zinc d'autre part, forment des groupes correspondants. Les différences entre SO^4, I, Cl et AzO^6 sont insensibles pour les grandes dilutions, ce qui a été établi pour la première fois par M. R. Lenz : d'après le physicien russe, *le kation seul influerait sur la conductibilité en dissolution étendue,* ce que M. Kohlrausch se refuse à admettre comme rigoureux.

4° *Pour des concentrations croissantes, la conductibilité moléculaire décroît toujours,* et d'une manière fort inégale, pour les différents sels. Pour représenter commodément aux yeux cette variation, M. Kohlrausch a eu l'idée de construire des courbes en prenant pour abscisses les valeurs de $m^{\frac{1}{3}}$ et pour ordonnées les conductibilités moléculaires. Ces diverses courbes présentent des allures notablement différentes, mais j'observe qu'elles se rapprochent toutes plus ou moins d'une ordonnée commune pour $m = 0$. Cette particularité est surtout bien nette pour les sels normaux, si l'on fait abstraction de la portion de courbe, souvent un peu infléchie, qui correspond à $m < 0,006$; c'est-à-dire si l'on prolonge de sentiment la partie sensiblement rectiligne qui précède.

5° *Pour les sels des acides monobasiques, en dissolution étendue, la conductibilité moléculaire est approximativement représentée par la formule*

$$\frac{k}{m} = A - Bm^{\frac{1}{3}},$$

exprimant que cette conductibilité diffère d'une constante A par un terme en raison inverse de la distance moyenne de deux molécules salines. Mes dernières recherches m'ont conduit à un résultat analogue (¹).

En ce qui concerne les dissolutions acides ou alcalines, le résultat brut des observations de M. Kohlrausch est de leur attribuer une conductibilité moléculaire qui croît d'abord avec la dilution jusqu'à un maximum correspondant à des valeurs de $m < 0{,}006$, pour décroître ensuite d'une manière très rapide. D'accord avec MM. Arrhenius et Ostwald, qui ont aussi observé ce phénomène, M. Kohlrausch en attribue la production aux impuretés de l'eau distillée; celles-ci agissent probablement en ramenant les acides ou les bases à l'état de sels neutres moins conducteurs.

Négligeant donc la diminution de conductibilité qui suit le maximum, l'auteur adopte pour les limites probables de la conductibilité moléculaire des bases et des acides les plus communs à la température de 18° les valeurs suivantes :

Substances.	$\frac{k}{m} \cdot 10^7$.
$\frac{1}{2}H^2SO^4$	370
HCl	350
$HAzO^3$	350
$\frac{1}{3}H^3PhO^4$	110
KOH	220
NaOH	200

La conductibilité limite des acides sulfurique, chlorhydrique et azotique est sensiblement triple de celle des sels neutres normaux, ainsi que je l'avais précédemment indiqué. L'acide sulfurique présente d'ailleurs des singularités qui, à elles seules, exigeraient une monographie.

Arrivant à l'interprétation du fait capital de l'accroissement de conductibilité moléculaire de tous les sels en dissolution étendue, M. Kohlrausch pense qu'il faut l'attribuer à *une conductibilité spéciale que l'eau acquiert quand elle contient d'autres corps*

(¹) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CII, p. 1375.

en dissolution (1) et qui est trop faible pour se faire sentir dans les dissolutions concentrées. De très petites quantités de matière étrangère pourraient communiquer à l'eau l'état de dissociation que M. Clausius considère comme l'origine du transport des ions sous l'influence des forces électriques, *et alors une portion notable du courant pourrait se dériver dans la masse de l'eau; celle-ci prendrait, par elle-même, part à l'électrolyse.* Cette hypothèse, que M. Kohlrausch se refuse à préciser davantage (2), pourrait être interprétée comme la négation même du principe qu'il applique pour calculer la conductibilité moléculaire; car, pour l'obtenir, il a déjà soustrait de la conductibilité brute celle qui appartenait à l'eau distillée plus ou moins impure, et *par conséquent douée déjà de la conductibilité spéciale dont il s'agit;* à moins que celle-ci ne change avec la nature et la proportion du sel dissous, et alors ce résultat signifie qu'il se forme des hydrates et que *la conductibilité de la dissolution n'est pas égale à la somme de la conductibilité propre du sel et de celle du dissolvant :* les nombres calculés sur lesquels porte la discussion perdent dès lors toute signification définie.

Je reviendrai sur ces points délicats dans un prochain Mémoire *Sur la conductibilité des dissolutions de concentration moyenne.* E. Bouty.

---

(1) So liegt ja die Möglichkeit vor... dass das Wasser durch die Auflösung eines Körpers ein eigenes Leitungsvermögen bekommen könne.... Es könnten sehr geringe Mengen eines gelösten Körpers dem Wasser den Zustand der Dissociation geben, welchen Clausius sich überhaupt als die Ursache der Wanderung der Ionen unter dem Einflusse der electrischen Kräfte denkt... Mir scheinen diese Versuche zu beweisen, dass in sehr verdünnter Lösung nicht nur der gelöste Electrolyt, sondern dass unter Umständen auch das Wasser zersetzt wird.

(2) In welcher Weise das Wasser sich betheiligt, ob selbständig, ob nach Bildung irgend welcher Hydrate mit dem Salze, darüber will ich mich nicht in Hypothesen verlieren.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXII; août 1886.

W. SUTHERLAND. — *Loi de l'attraction des molécules d'un gaz*, p. 81.

R. SHIDA. — *Nouvel instrument pour relever d'une manière continue l'intensité et la direction d'un courant électrique variable*, p. 96.

W. OSTWALD. — *Recherches électrochimiques*, p. 104.

O. HEAVISIDE. — *Sur la self-induction des fils*, p. 118.

H. CUNYNGHAME. — *Nouvel hyperbolographe*, p. 138.

A.-B. BASSET. — *Note sur l'induction des courants électriques, dans une lame plane infinie tournant dans un champ magnétique*, p. 140.

W. EMMOT et W. ACKROYD. — *Indicateur du grisou à la lumière électrique*, p. 145.

S.-P. LANGLEY. — *Sur des longueurs d'onde non observées jusqu'ici*, p. 149.

LORD RAYLEIGH. — *Notes sur le magnétisme.* — I. *Sur l'énergie du fer aimanté*, p. 175.

J. AITKEN. — *Sur la rosée*, p. 208.

A.-P. LAURIE. — *Force électromotrice des piles voltaïques ayant pour l'une de leurs électrodes une plaque d'aluminium*, p. 213.

S.-P. THOMPSON. — *Note sur un mode d'entretien électrique des diapasons*, p. 216.

DE L'INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE SUR L'AIMANTATION;

PAR M. G. BERSON.

Un assez grand nombre de physiciens se sont déjà occupés à des points de vue divers des changements qu'éprouvent les propriétés magnétiques de certains métaux quand on les porte à des températures différentes. Je citerai parmi ces expérimentateurs : Kuppfer, Dufour de Genève, MM. Rowland, Gaugain, G. Poloni, Trowbridge et Mc Rae, Barus et Strouhal (1).

Voici le problème que je me suis proposé : Un barreau d'un métal magnétique, dans des conditions de trempe constantes, est successivement porté dans le même champ magnétique à des températures différentes; déterminer d'abord l'aimantation totale qu'il prend dans chaque cas, puis l'aimantation permanente qui lui reste, à la même température, dès que la force magnétisante a été supprimée. Je déduis de là par différence l'aimantation temporaire.

J'ai divisé mon travail en deux Parties. Dans la première, je donnerai les résultats de mes recherches sur les variations des moments magnétiques d'un barreau de fer, de nickel, de cobalt ou d'acier trempé, dans les conditions que je viens d'indiquer. Dans la deuxième Partie, j'exposerai l'étude que j'ai faite des variations de la quantité et de la distribution du magnétisme dans de longues aiguilles de nickel avec la température.

PREMIÈRE PARTIE.

MOMENTS MAGNÉTIQUES.

I. — Méthode et appareil.

Méthode. — On a employé, pour la détermination directe du moment magnétique d'un barreau, diverses méthodes dont la première en date est la méthode des oscillations de Coulomb; la méthode de Gauss a été utilisée par un grand nombre d'expérimentateurs avec

(1) Les Mémoires de MM. Trowbridge et Mc Rae et de MM. Barus et Strouha ont été publiés postérieurement aux recherches que j'expose ici.

quelques différences de détail dans la disposition; enfin M. Bouty a exposé une méthode élégante, mais qui ne semble s'appliquer facilement qu'aux aimants permanents.

J'ai adopté la méthode de Gauss, qui présente toute la commodité désirable quand on veut faire varier la température de l'aimant, et, des deux positions que Gauss donne au barreau déviant, j'ai choisi naturellement celle qui donne la déviation la plus grande, c'est-à-dire que j'ai placé ce barreau dans un plan horizontal passant par le milieu de l'aiguille déviée et perpendiculaire au plan du méridien magnétique.

Le champ magnétique employé est la portion centrale d'une bobine dont la longueur a toujours été égale au moins au double, souvent au triple de la longueur du barreau soumis à son influence.

Appareil. — L'appareil qui a servi à mes expériences comprend essentiellement :

1° Une pile de 6 à 10 bunsens, destinée à donner un courant dont l'intensité, qui doit rester constante, est réglée au moyen d'un rhéostat à charbon et d'un galvanomètre placé sur une faible dérivation;

2° Une cage en cuivre rouge contenant, suspendue à un fil de cocon, une aiguille de déclinaison dont les déviations seront lues par la méthode de Poggendorff;

3° Une bobine destinée à recevoir le barreau en expérience et plongée dans un bain dont on peut déterminer la température.

Construction de la bobine. — La construction de la bobine m'a présenté beaucoup de difficultés. Aux températures élevées auxquelles j'opère, la soie en effet se carbonise, lors même que la bobine est plongée dans un bain de paraffine, de sorte que les spires voisines sont isolées imparfaitement les unes des autres, et que le courant, au lieu de suivre uniquement l'hélice, parcourt partiellement la bobine en ligne droite. Si encore la fraction du courant qui circule hélicoïdalement restait constante pendant une série d'expériences, il n'y aurait là d'autres inconvénients que la perte d'une certaine partie du courant de la pile. Mais il n'en est pas ainsi : l'imperfection de l'isolement des spires voisines est elle-

même variable, quoique la déviation galvanométrique soit ramenée constamment à la même valeur.

J'ai essayé d'obvier à cette cause capitale d'erreur en construisant une bobine d'une seule couche de spires, le pas de l'hélice étant plus grand que le diamètre du fil. Cette précaution n'est pas suffisante, parce que la soie, en se carbonisant, projette de chaque côté de la spire des filaments qui atteignent les spires voisines.

J'ai été amené en définitive à construire ma bobine de la façon suivante. Un tube de verre, dont le diamètre intérieur est un peu plus grand que le diamètre du barreau, porte à chaque extrémité un bourrelet et une petite borne. Sur ce tube j'enroule en hélice un fil de cuivre qui n'est recouvert ni de soie ni d'aucune autre substance isolante, et je donne au pas une valeur notablement plus grande que l'épaisseur du fil. Les petites bornes de verre servent à fixer les extrémités de la bobine, de façon à l'empêcher de se dérouler. Les bourrelets en verre permettent de placer cette bobine dans l'intérieur d'un cylindre métallique, sans qu'il y ait contact du cylindre avec le fil de l'hélice.

Il y avait lieu de craindre que, en raison de la différence entre les dilatations du cuivre et du verre, les spires de la bobine ne vinssent à se déjeter et à se toucher pendant l'échauffement. J'ai constaté qu'il n'y a rien à craindre de ce côté quand la bobine a été construite en tendant fortement le fil recuit, si le pas de l'hélice est assez grand. Du reste, pour plus de sécurité encore, j'ai coulé du plâtre entre les spires.

Tout d'abord, je plongeais la bobine dans un bain de paraffine. Mais la paraffine portée à haute température se carbonise et devient conductrice, ce qui introduit une nouvelle cause d'erreur très appréciable. J'ai donc placé la bobine à l'intérieur d'un cylindre en cuivre rouge; ce cylindre est fixé dans l'axe d'une cuve cylindrique pleine de paraffine que je chauffe à la flamme du gaz.

Mesure de la température. — Une bonne détermination de la température a été une des opérations qui m'ont arrêté le plus longtemps pendant le cours de mes expériences préliminaires.

En effet, même avec une seule couche de spires séparées, la bobine peut s'échauffer très vite bien au-dessus de la température du bain, par suite du passage du courant. J'ai été amené ainsi à placer

le thermomètre à l'intérieur de la bobine elle-même, au contact du barreau dont je veux déterminer la température.

Marche d'une opération. — L'aimantation que prend un barreau, sous l'influence d'une force magnétisante donnée, peut se décomposer en deux parties : 1° l'*aimantation temporaire,* qui disparaît dès qu'on a supprimé la force; 2° l'*aimantation permanente ou résiduelle,* qui persiste quand la force magnétisante cesse d'agir. Leur somme forme l'aimantation totale. Je détermine successivement les éléments nécessaires pour calculer ces trois quantités. Il est bien entendu, d'ailleurs, que je ne m'attache à l'aimantation permanente qu'au moment où l'aimantation temporaire disparaît, sans m'occuper des variations postérieures qu'elle subira sous l'influence des trépidations du sol ou de toute autre cause.

Soit β la déviation produite par la bobine vide quand elle est parcourue par le courant. Ce nombre étant déterminé une fois pour toutes, j'introduis le barreau dans une position fixe à l'intérieur de la bobine, et je fais passer un courant

$+$ I,	je note une déviation	D	dans un sens
O	»	d	»
$-$ I	»	D′	en sens contraire
O	»	d'	»

J'ai toujours employé des forces magnétisantes suffisantes pour que l'aimantation soit voisine de la saturation et que, par suite, au moment où je renverse le courant, j'obtienne un moment magnétique égal et de sens contraire au premier. Le moment magnétique pourra donc être représenté,

Pour l'aimantation totale, par............ $\dfrac{D+D'}{2}-\beta,$

» permanente, par...... $\dfrac{d+d'}{2},$

» temporaire, par....... $\dfrac{D+D'}{2}-\dfrac{d+d'}{2}-\beta.$

En réalité, ce que je détermine directement, ce sont les quatre positions d'équilibre : la première et la troisième me donnent $D+D'$, la deuxième et la quatrième $d+d'$. Chaque position

d'équilibre est calculée d'après la lecture de trois élongations successives de l'aiguille oscillante. Comme la décroissance n'est pas rapide, on peut admettre qu'en appelant x_1, x_2, x_3 les divisions de l'échelle correspondant à ces élongations, la division x correspondant à l'équilibre sera donnée par

$$x = \frac{1}{2}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{x_2 + x_3}{2}\right) = \frac{x_1 + 2x_2 + x_3}{4}.$$

La durée des lectures ne dépasse pas une demi-minute et la température ne varie pas en général de plus de 1°.

II. — Fer.

J'ai expérimenté sur deux cylindres de fer dont les dimensions sont :

	Longueur.	Diamètre.
Pour le premier	$7^{cm},58$	$0^{cm},535$
Pour le deuxième...	$8^{cm},90$	$0^{cm},965$

Les résultats ne sont intéressants que pour l'aimantation totale, les erreurs de lecture pouvant être une fraction notable de l'aimantation permanente qui est très faible. Voici deux Tableaux relatifs l'un au premier barreau, l'autre au deuxième :

Température.	Moment magnétique total.	Température.	Moment magnétique total.
37°........	35,55	30°........	49,45
132........	35,55	127........	49,50
192........	35,75	192........	49,55
212........	35,80	322........	49,70
292........	36,10		
341........	35,95		

L'aimantation totale du fer est donc sensiblement indépendante de la température, au moins dans les limites entre lesquelles j'ai opéré. Elle semble toutefois croître très légèrement d'abord et présenter un maximum vers 300°.

III. — Nickel.

Le nickel montre des variations beaucoup plus marquées que le fer.

J'ai expérimenté d'abord sur deux barreaux cylindriques : le premier légèrement caverneux, taillé dans de la fonte de nickel, avait une longueur de $7^{cm},60$ et un diamètre égal à $0^{cm},54$; le deuxième, bien homogène, avait $15^{cm},06$ de longueur sur $0^{cm},57$ de diamètre. J'ai employé ensuite une véritable aiguille taillée dans une lame de nickel; sa section carrée avait $0^{cm},2$ de côté et sa longueur était de 18^{cm}.

Les champs magnétiques employés dans les diverses expériences ont été très variés sans avoir jamais dépassé 40 C.G.S. Les résultats généraux ont été les mêmes dans tous les cas.

1° Le moment magnétique total d'un barreau cylindrique de nickel va en croissant avec la température jusqu'aux environs de 200°, puis décroît constamment; à partir de 290°, la décroissance devient très rapide, de telle sorte que ce moment magnétique est nul pour une température inférieure à 340°.

2° Le moment magnétique résiduel va constamment en décroissant quand on chauffe de plus en plus, jusqu'à devenir nul vers 330°.

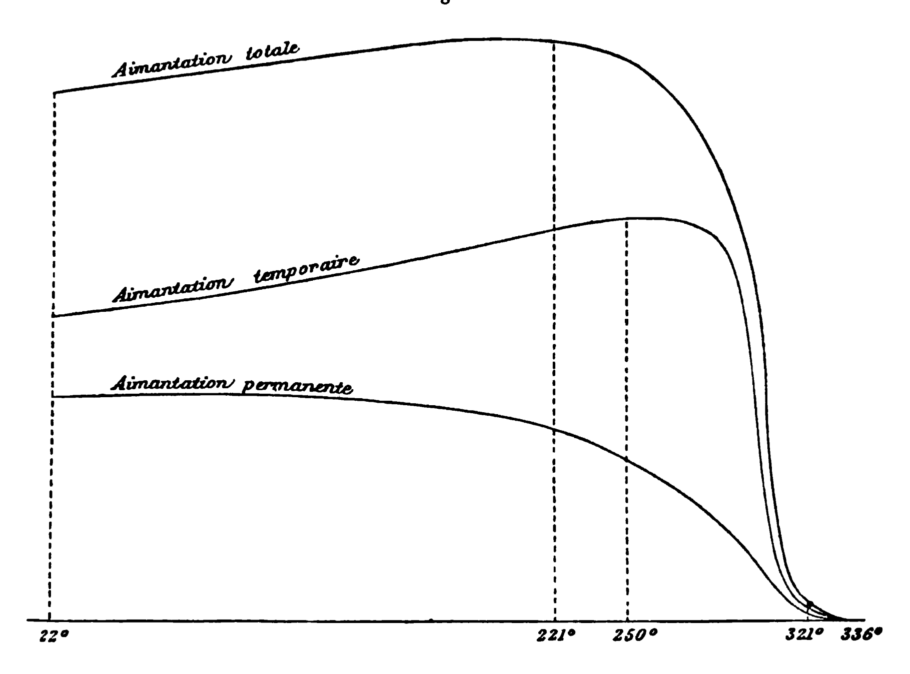
3° Le moment magnétique temporaire commence par croître pour présenter un maximum vers 250° ou 260° et s'annule ensuite.

Le petit barreau en fonte de nickel garde un moment résiduel très faible à la température ordinaire, il n'est pas $\frac{1}{7}$ du moment total. Dans le barreau en nickel fondu et tréfilé, la force coercitive est devenue plus grande et le moment résiduel à 20° est égal aux $\frac{2}{3}$ du moment total. Enfin dans l'aiguille à section carrée, taillée dans une plaque de nickel laminé, le magnétisme résiduel est supérieur au magnétisme temporaire jusqu'aux environs de 260°.

La *fig.* 1 donne les courbes représentatives de ces trois aimantations pour le deuxième barreau avec une intensité de champ égale à 38 C.G.S. environ. L'axe horizontal est l'axe des températures; sur l'axe vertical j'ai porté les moments magnétiques correspondants, indiqués dans le Tableau suivant :

Température.	Aimantation totale.	temporaire.	permanente.
22°	34,90	20,05	14,85
98	36,50	21,75	14,75
195	38,45	24,85	13,60
221	38,40	25,90	12,50
250	37,10	26,45	10,65
274,5..............	33,15	26,25	7,90
298,5..............	23,45	18,95	4,50
321	0,90	0,65	0,25
336	0,00	0,00	0,00

Fig. 1.

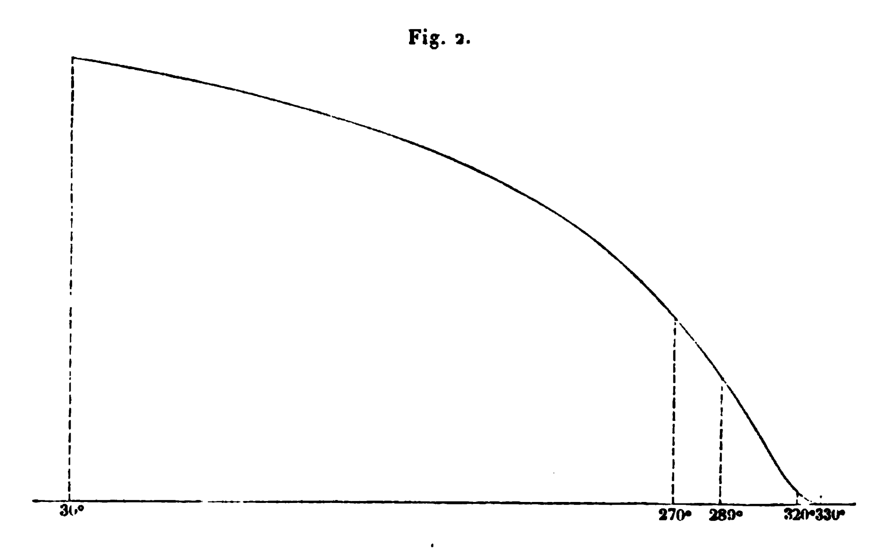


Lorsqu'on aimante un barreau de nickel à une température quelconque (30°, 220°, 280°) et qu'on le chauffe ensuite graduellement, le moment magnétique résiduel obtenu diminue constamment jusqu'à s'annuler vers 330° (*fig.* 2).

Si l'aimantation à température élevée a été suivie d'un refroidissement lent, le moment magnétique va d'abord en croissant

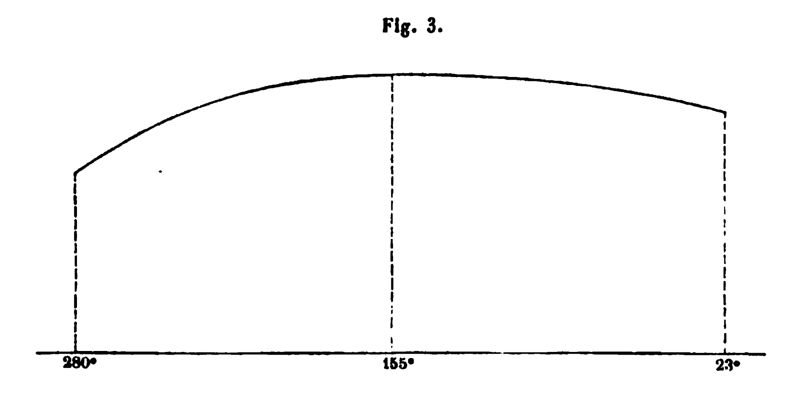
pour décroître ensuite et conserver finalement à la température ordinaire une valeur plus élevée que sa valeur initiale (*fig.* 3).

Fig. 2.



Lorsqu'on fait osciller la température d'un barreau de nickel aimanté entre sa température d'aimantation et une autre limite fixe, son moment magnétique oscille en prenant deux séries de

Fig. 3.



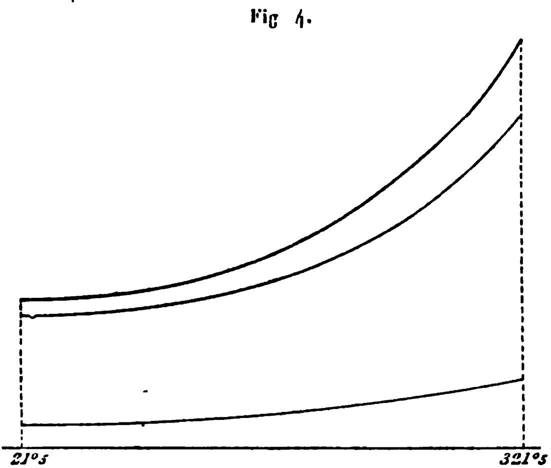
valeurs décroissantes, le moment à température basse étant toujours supérieur aux deux moments voisins à température élevée; et, lorsque l'aimantation a eu lieu à froid, les termes de ces deux séries tendent rapidement vers des limites fixes et distinctes.

IV. — Cobalt.

Mes expériences ont porté uniquement sur un petit barreau taillé dans de la fonte de cobalt et dont les dimensions sont $7^{cm},60$ de longueur et $0^{cm},57$ de diamètre.

La *fig.* 4 représente les variations des trois moments magnétiques de ce barreau pour des températures comprises entre 21°,5 et 321°,5 avec une intensité de champ égale à 33,4 C.G.S. environ.

Fig 4.



On voit qu'ils vont tous en croissant de la température ordinaire jusqu'au delà de 320°.

Un barreau de cobalt aimanté à une température donnée garde un moment magnétique résiduel qui va en décroissant, soit qu'on élève, soit qu'on abaisse la température.

L'effet des oscillations de température est le même que pour le nickel; il s'en distingue cependant en ce que, aimanté à chaud (332°), le cobalt prend un moment plus grand que celui qu'il aura à la température basse suivante (17°), mais à partir de là les moments à 17° seront tous supérieurs aux moments à 332°.

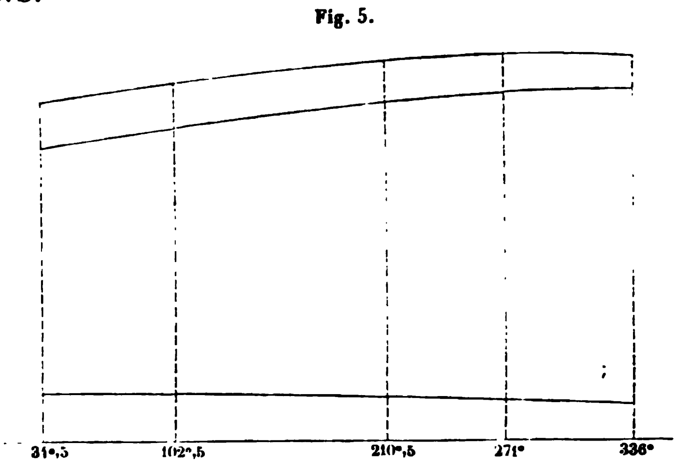
V. — Acier trempé.

J'ai opéré ici avec des barreaux de toutes dimensions en ayant soin de les recuire préalablement à une température supérieure à la

plus élevée qui doive être atteinte dans le cours des expériences.

La *fig.* 5 est relative à un barreau de 11^{cm} de longueur et de $0^{cm},61$ de diamètre, avec une force magnétisante d'environ 30 C.G.S.

Fig. 5.



Il résulte de l'examen de ces courbes ou des tableaux dont elles sont la traduction que :

1° Les moments magnétiques total et temporaire d'un barreau d'acier trempé vont en croissant avec la température au moins jusqu'à 335°;

2° Le moment magnétique résiduel décroît constamment entre les mêmes limites.

J'ai vérifié, en employant le champ magnétique qui s'étend entre les pôles des électro-aimants de Faraday, que l'acier n'est plus magnétique au rouge-cerise : à ces températures élevées, il ne peut ni garder ni même acquérir temporairement du magnétisme.

Variation de température pendant l'aimantation. — Si on laisse la température s'élever notablement pendant l'action de la force magnétisante, les moments magnétiques observés à la température finale sont beaucoup plus forts que ceux qu'on produit à cette température fixe :

Aimantation.	Moments.		
A 290°	28,45	23,40	5,05
De 240° à 290°	35,90	27,80	8,10

Pour étudier l'influence de la température sur l'aimantation, il faut donc faire en sorte que la variation de température soit aussi faible que possible pendant une opération. Dans mes expériences elle n'a généralement pas dépassé 1°.

Retrempe au moment de l'aimantation. — Si un barreau d'acier a été trempé fortement et si, sans le recuire, on l'aimante, avec une force magnétisante donnée, à des températures croissantes, le moment magnétique résiduel va en augmentant jusqu'au moins 240°. Je me suis demandé si, en le retrempant aussitôt après l'aimantation à 240°, je ne lui ferais pas conserver un moment magnétique plus grand que celui qu'il prendrait à la température ordinaire dans le même champ magnétique. Cette vue me semblait conforme aux idées que nous nous faisons des effets moléculaires de la trempe, et elle s'est trouvée vérifiée par l'expérience.

Je commence par aimanter le barreau vers 30° et je mesure son moment magnétique permanent; puis, l'ayant porté à 240°, je l'aimante de nouveau et je laisse tomber dans un seau d'eau froide avant de mesurer son moment magnétique. Voici les résultats de trois séries d'expériences dans lesquelles j'ai employé des forces magnétisantes différentes (exprimées en unités arbitraires).

Force magnétisante.	Moment à 35°.	Moment à 240° avec retrempe.	Rapport du deuxième au premier.
8,90	21,95	27,35	1,247
6,90	13,30	21,10	1,586
5,80	10,55	19,50	1,848

Le rapport du deuxième moment magnétique au premier est toujours notablement plus grand que l'unité. Il n'est pas le même dans toutes les expériences, et il est d'autant moindre que la force magnétisante est plus considérable, c'est-à-dire que l'aimantation est plus proche de la saturation.

En effectuant la retrempe pendant l'aimantation à chaud, j'ai obtenu un moment magnétique plus grand encore. Un barreau d'acier, trempé au rouge et aimanté à froid, a pris un moment égal à 25,40; placé à chaud dans le même champ magnétique et retrempé en même temps, il possédait un moment presque double,

égal à 49,45. Dans une deuxième expérience à 17° et à 240°, j'ai trouvé les nombres 18,35 et 43,35.

Il semble que le refroidissement brusque qui constitue la trempe agisse sur les particules magnétiques pour les maintenir dans une orientation favorable, qu'elles auraient perdue par un refroidissement lent; ce serait une sorte d'action dérobée, tout à fait analogue à celle qui maintient écartée les molécules des solides trempés.

Remarque générale. — Il résulte de mes expériences et des faits antérieurement acquis ([1]) que les aimantations totales du fer, du nickel, du cobalt et de l'acier, se comportent d'une façon générale de la même manière vis-à-vis de la température. Ces différents métaux prendraient d'abord un moment magnétique croissant avec la température, passant par un maximum et s'annulant ensuite. Il n'y aurait de différence que dans la valeur de la température correspondant au maximum (environ 220° pour le nickel) et de la température pour laquelle la propriété magnétique disparaît, 340° pour le nickel, le rouge-cerise pour le fer et l'acier, le point de fusion du cuivre pour le cobalt. Il reste à étudier ce qui se passe aux basses températures.

DEUXIÈME PARTIE.

DISTRIBUTION DU MAGNÉTISME DANS UNE AIGUILLE DE NICKEL.

Position du problème. — Parmi les métaux que j'ai étudiés, celui qui est le plus curieux, au moins dans les limites de températures entre lesquelles je suis resté, c'est sans contredit le nickel. Il serait intéressant de connaître pour les diverses températures la valeur du *coefficient k d'aimantation induite* que l'on appelle aussi *coefficient de Neumann* ou, avec sir W. Thomson, *susceptibilité magnétique,* soit du *coefficient* ν *d'induction magnétique* que sir W. Thomson désigne sous le nom de *perméabilité magnétique*. L'une de ces quantités se déduit en effet immédiate-

([1]) On sait que le cobalt n'est plus magnétique à la température de la fusion du cuivre.

ment de l'autre par la relation

$$\nu = 1 + 4\pi k;$$

ce qui permet de calculer la valeur du coefficient

$$h = \frac{\nu - 1}{\nu + 2},$$

ou coefficient de Poisson, qui joue un si grand rôle dans la théorie de Poisson.

Toutefois cette détermination n'a une réelle valeur que pour un échantillon de nickel déterminé dans des conditions physiques déterminées. Nous avons vu en effet que le nickel a des propriétés magnétiques différentes suivant qu'il a été simplement fondu, ou fondu et tréfilé, ou laminé. D'autre part, les nickels du commerce sont toujours alliés à des proportions variables de cuivre, de fer, de charbon, qui peuvent avoir une influence considérable sur la valeur absolue des coefficients d'aimantation.

Les aiguilles sur lesquelles j'ai expérimenté m'ont été fournies par M. Gaiffe; j'y constate la présence de 0,011 de fer; il y a en outre une petite quantité de charbon et de cuivre jusqu'à concurrence d'environ 2 pour 100 d'impuretés.

La détermination du coefficient k peut s'effectuer rigoureusement quand on peut produire sur un morceau du métal une aimantation uniforme. On peut obtenir ce résultat en plaçant dans un champ magnétique uniforme une sphère homogène ou un ellipsoïde homogène dont l'un des axes est dirigé parallèlement aux forces du champ. Pour un tore homogène dans le champ d'une bobine enroulée sur ce tore lui-même, toutes les sections sont dans le même état magnétique par raison de symétrie, et l'on peut encore obtenir une valeur moyenne du coefficient k pour les différents points d'une section. Enfin, si l'on place une aiguille suffisamment longue dans l'axe d'une longue bobine cylindrique, on constate qu'au voisinage de la partie centrale de l'aiguille il n'y a pas de magnétisme libre et que, par suite, l'aimantation y est uniforme; la mesure du flux d'induction qui traverse une section droite d'une pareille aiguille au voisinage du milieu pourra donc fournir encore les données nécessaires au calcul du coefficient d'aimantation induite.

Méthode. — C'est ainsi que j'ai pu déterminer non pas les valeurs absolues du coefficient k aux diverses températures, mais des nombres proportionnels.

Si, en effet, j'appelle F le flux d'induction qui traverse une section centrale du barreau, I l'intensité électromagnétique du courant de la bobine, S la section du barreau, n le nombre des spires par unité de longueur, j'ai la relation

$$F = 16\pi^2 knIS.$$

Donc, pour un barreau placé dans une bobine déterminée et parcourue par un courant d'intensité donnée, le coefficient k est proportionnel au flux d'induction qui est mesuré expérimentalement.

Pour compléter cette étude, j'ai déterminé la distribution du magnétisme libre tout le long de l'aiguille de nickel. Les différentes méthodes employées donnent simplement la composante normale de la force aux divers points d'une même droite parallèle à une génératrice de l'aimant et très voisine de cette génératrice. On considère généralement cette composante normale comme approximativement proportionnelle à la quantité du magnétisme libre qui se trouve au point correspondant de l'aimant.

J'ai employé pour ces recherches la méthode de van Reese, qui se prête à l'étude des aimantations totale et résiduelle, quand on fait varier la température.

Appareil. — Le toron destiné à mesurer le flux d'induction était composé d'une douzaine de spires sur une longueur de 1^{cm}; cette spirale était noyée dans une légère couche de plâtre et ses extrémités en communication avec les bornes d'un galvanomètre balistique que j'observe par le procédé de Poggendorff.

Le barreau conserve une position fixe par rapport à la bobine magnétisante dans l'axe de l'étuve que j'ai décrite précédemment. C'est le toron que je déplace de centimètre en centimètre tout le long d'une moitié du barreau sans qu'il déborde jamais l'extrémité.

Marche d'une opération. — Je détermine d'abord le flux d'induction dû à la bobine seule : il devra être retranché du flux mesuré dans la suite.

Le courant qui passe dans la bobine et le galvanomètre balistique étant en équilibre, j'interromps le courant et je mesure une impulsion α, je rétablis le courant en sens contraire et j'ai une impulsion β. En appelant T, t et p les flux correspondant aux magnétismes total, temporaire et permanent, j'ai les relations

$$\alpha = T - p,$$
$$\beta = T + p,$$

d'où je tire

$$2T = \beta + \alpha,$$
$$2p = \beta - \alpha,$$
$$2t = 2\alpha.$$

Chaque impulsion est calculée d'après la lecture de la première et de la troisième élongation; on sait que, si l'amortissement est faible, on a approximativement

$$\alpha = \alpha_1 + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{4}.$$

Calcul de la distribution d'après les données expérimentales. — Si j'appelle u le flux d'induction mesuré par la spirale entière dont le milieu est situé à une distance x du milieu du barreau et Y le flux qui traverse une section du barreau, j'aurai sensiblement, à un facteur près,

$$u = \int_{x-\frac{1}{2}}^{x+\frac{1}{2}} Y\,dx,$$

puisque la spirale a 1^{cm} de longueur. On conçoit donc que, si l'on connaît u en fonction de x, on puisse calculer l'expression de Y. La densité magnétique par unité de longueur sera alors

$$y = -\frac{dY}{dx}.$$

Dans les cas de l'aimantation temporaire et de l'aimantation résiduelle du nickel, j'ai pu représenter u en fonction de x par la formule de Biot

$$u = a - b(\mu^x + \mu^{-x}),$$

en prenant pour origine le milieu du barreau ou le point où commence à se manifester du magnétisme libre. Il est facile de voir

que Y est alors de la même forme, car on peut identifier

$$\int_{x-\frac{1}{2}}^{x+\frac{1}{2}} [a' - b'(\mu^x + \mu^{-x})]\, dx \qquad \text{avec} \qquad a - b(\mu^x + \mu^{-x}).$$

De l'identification on tire

$$a' = a, \qquad b' = \frac{b\,\mathrm{L}\mu}{\mu^{\frac{1}{2}} - \mu^{-\frac{1}{2}}}.$$

On déduit de là

$$y = \mathrm{A}(\mu^x - \mu^{-x}),$$

en posant

$$\mathrm{A} = b'\mathrm{L}\mu.$$

Dans certains cas, la formule de Biot peut se réduire aux deux premiers termes de son développement

$$u = p - qx^2.$$

On obtient alors

$$y = 2qx.$$

Remarquons d'ailleurs que la courbe dont l'ordonnée est y ne représente la distribution du magnétisme que sur la surface latérale de l'aiguille. Si dans l'expression de Y on donne à x une valeur égale à la demi-longueur de l'aiguille, on obtient le magnétisme qui s'étale sur la base terminale.

Opérations préliminaires. — Je me suis fait couper dans une lame de nickel trois aiguilles de longueurs diverses. Elles ont toutes pour section un carré de $0^{cm},2$ de côté, leurs longueurs sont de 9^{cm}, 18^{cm} et 27^{cm}. Pour la plus petite la longueur est donc égale à 45 fois le côté de la section.

J'ai commencé par constater que, à partir des extrémités, la distribution est la même dans ces trois aiguilles. J'ai, par suite, continué à opérer sur l'aiguille de 18^{cm} seule.

La masse magnétique qui réside dans une moitié de cette aiguille a été déterminée à des températures diverses dans un champ d'une intensité d'environ 27 C. G. S. Les nombres qui suivent sont proportionnels aux coefficients d'aimantation :

	46°.	198°,5.	219°.	249°.	272°.	312°.	339°.
Aimantation totale.......	14,70	14,75	14,30	13,95	13,15	9,80	0,00
» permanente.	10,00	9,55	8,95	8,55	7,85	5,60	0,00
» temporaire..	4,70	5,20	5,35	5,40	5,30	4,20	0,00

Dans l'étude de la distribution, on peut procéder de deux manières. J'ai d'abord mesuré, à des températures fixes, les flux d'induction en sept points d'une moitié de l'aiguille, afin de déterminer avec précision la forme de la courbe figurant la distribution, J'ai employé ensuite une autre méthode qui consiste à placer le toron en une position invariable et à chauffer progressivement depuis la température ambiante jusqu'à 340°, en effectuant des mesures à un grand nombre de températures; je construis ensuite, sur ces données expérimentales, une courbe figurant par ses ordonnées les flux d'induction qui traversent cette section de l'aiguille et je puis déterminer sur cette courbe les valeurs du flux correspondant à des températures de 50°, 100°, 150°, 200°, 225°, 250°, 275°, 300° et 325°; les mêmes opérations répétées pour les sections du barreau situées à $3^{cm},5$, à 6^{cm} et à $8^{cm},5$ du milieu me permettent de calculer la forme de la courbe de distribution latérale.

Aimantation permanente. — On ne trouve de magnétisme permanent qu'à partir d'une certaine distance, $d = 3^{cm},5$, du milieu de l'aiguille.

Je ne donne ici que les valeurs de Y pour $x = 3,5$ et $x = 9$ dans un champ d'intensité 30 C. G. S. environ.

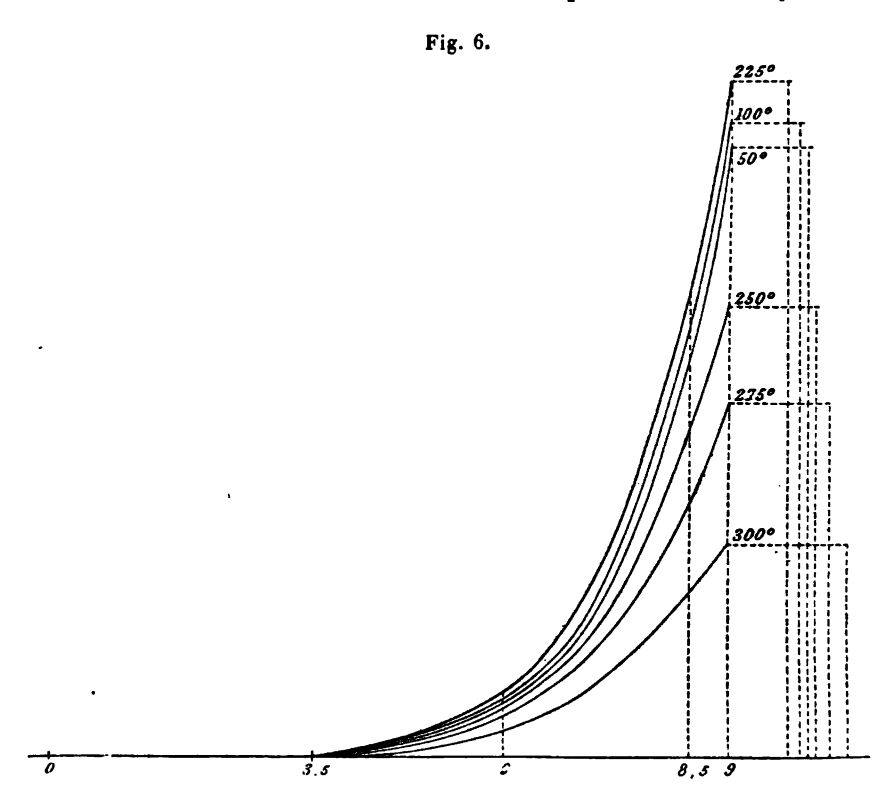
	Températures.						
	50°.	100°.	225°.	250°.	275°.	300°.	340°.
$Y_{3,5}$.....	5,94	5,90	5,85	5,00	4,10	2,85	0,00
Y_9......	2,89	2,74	2,38	2,37	5,14	1,53	0,00

La *fig.* 6 représente la distribution; les valeurs de Y_9, c'est-à-dire du magnétisme des bases, sont les aires de rectangles dont l'un des côtés est la valeur de y pour $x = 9$.

On voit que la quantité de magnétisme va constamment en diminuant jusqu'à la température à laquelle elle s'annule. La portion de cette masse qui est répartie sur les faces latérales va en croissant

d'abord pour diminuer ensuite graduellement. Quant au magnétisme des bases, il décroît d'une façon continue à mesure que la température s'élève; il est à peu près égal au magnétisme latéral, et, comme il réside sur une surface de 4^{mmq}, tandis que l'autre s'étale sur une aire de 440^{mmq}, on voit que la densité moyenne

Fig. 6.



sur chaque base est très grande par rapport à la densité latérale; si nous admettons qu'il y a continuité quand on passe de la surface latérale à la base terminale, la densité magnétique irait en croissant très rapidement du bord de cette base au centre.

Aimantation temporaire. — Le magnétisme temporaire est rejeté sur les trois derniers centimètres aux extrémités. La distribution y est sensiblement linéaire, au moins entre les abscisses 6^{cm} et $8^{cm},5$.

	Températures.								
	50°.	100°.	150°.	200°.	225°.	250°.	275°.	300°.	340°.
Y_6......	2,45	2,85	3,10	3,35	3,50	3,55	3,55	3,25	0,00
Y_9......	1,69	1,86	2,02	2,20	2,44	3,07	3,28	2,91	0,00

La quantité du magnétisme, tant sur les faces latérales que sur les bases terminales, va en croissant jusqu'aux environs de 260° pour devenir nulle vers 340°.

Aimantation totale. — C'est la somme des aimantations permanente et temporaire :

	Températures.								
•	50°.	100°.	150°.	200°.	225°.	250°.	275°.	300°.	340°.
$Y_{3,5}$.....	8,41	8,76	8,95	9,21	9,16	8,55	7,65	6,10	0,00
Y_9......	3,17	3,41	3,51	3,63	3,65	2,24	1,71	1,04	0,00

Si l'on veut représenter par des courbes les quantités de magnétisme permanent, temporaire et total ainsi mesurées, on tombe sur des courbes qui ont la même forme que celles de la *fig.* 1.

Calcul des moments magnétiques. — La connaissance de la distribution du magnétisme à la surface d'un barreau aimanté permet de calculer son moment magnétique. Il sera intéressant de comparer les nombres ainsi obtenus avec ceux qui ont été déterminés directement par la méthode de Gauss dans la première partie de cette étude.

En général, si m représente la quantité de magnétisme qui se trouve, par unité de longueur, à une distance x du centre d'une aiguille de longueur $2l$, et si x_0 est l'abscisse du point où commence le magnétisme, le moment magnétique sera

$$M = 2\int_{x_0}^{l} mx\,dx,$$

cette intégrale devant être étendue à la face terminale aussi bien qu'aux faces latérales. Donc, l'indice l ou x_0 indiquant que la lettre qui en est affectée a la valeur que prend cette variable pour $x = l$ ou $x = x_0$, le moment magnétique sera

$$M = 2\int_{x_0}^{l} xy\,dx + 2lY_l.$$

Dans le cas de la formule de Biot, on a

$$\int_0^x xy\,dx = x(a - Y_x) - \frac{y_x}{L^2\mu},$$

d'où

$$\frac{M}{2} = a(l - x_0) + x_0 Y_{x_0} - \frac{y_l}{L^2\mu}.$$

Dans le cas de la formule parabolique $Y = p - qx^2$, on trouve

$$\frac{M}{2} = px_0 + \tfrac{1}{3}l(2p + Y_l).$$

Dans le cas présent, les formules employées ont donc été

$$\frac{M}{2} = 5{,}5a + 3{,}5Y_{x_0} - \frac{y_9}{L^2\mu}$$

et

$$\frac{M}{2} = 12p + 3Y_9,$$

et elles ont donné des nombres présentant une concordance remarquable avec les résultats obtenus par la méthode de Gauss.

EXPÉRIENCE CONCERNANT LES PROPRIÉTÉS DE LA SURFACE D'UN LIQUIDE;

PAR M. R. BLONDLOT.

Dans un verre contenant de l'eau, on immerge un morceau de papier, puis on dépose sur l'eau, à l'aide d'une baguette, une goutte d'huile qui prend la forme d'une lentille.

Cela fait, à l'aide d'une pince, on retire progressivement le papier; on constate alors que, au fur et à mesure que le papier sort de l'eau, la goutte d'huile augmente de diamètre en s'étalant de plus en plus. Vient-on, au contraire, à enfoncer de nouveau le papier, la goutte se rétrécit peu à peu en se rapprochant de la forme sphérique, et, au moment où la totalité du papier est de nouveau immergée, elle a repris son diamètre primitif. Ainsi le diamètre de la goutte dépend de l'étendue de la surface de papier immergée.

L'explication de ce phénomène réside dans les propriétés de la

surface d'un liquide. Les phénomènes capillaires ont montré que les liquides se comportent comme si leur surface était revêtue d'une membrane élastique tendant constamment à diminuer d'étendue en se contractant sur elle-même. En poursuivant l'étude des propriétés de cette couche superficielle, MM. Plateau, Marangoni, Oberbeck ont trouvé qu'elles se rapprochent de celles d'une membrane *solide*, par exemple d'une feuille de caoutchouc; autrement dit, la couche superficielle présente une *viscosité* manifeste. Ainsi, une traction exercée sur une portion de la surface se transmet aux autres portions, ce qui n'aurait pas lieu si la couche était constituée par un liquide parfait, puisqu'un tel corps ne peut transmettre une traction. L'existence de la viscosité superficielle peut être mise en évidence en répandant sur de l'eau contenue dans un verre quelques grains de poussière de bois et en enfonçant et retirant alternativement une baguette de verre plongée dans le liquide : les déplacements des grains de poussière indiquent clairement l'existence d'une solidarité entre les différentes portions de la surface.

Cela posé, voici comment s'explique l'expérience de la goutte d'huile : lorsqu'on retire le papier, la surface eau-air s'accroît de toute l'étendue des deux faces du papier; en vertu de la viscosité, cette extension se fait aux dépens de *toutes* les portions de la surface de l'eau et, par suite, la goutte d'huile la subit aussi : de là son élargissement. Inversement, lorsqu'on enfonce le papier, la tension diminue en tous les points de la surface de l'eau, d'où le rétrécissement de la goutte d'huile en contact avec elle.

CONSTRUCTION D'UN ÉLECTROMÈTRE ABSOLU PERMETTANT DE MESURER DES POTENTIELS TRÈS ÉLEVÉS;

PAR MM. E. BICHAT ET R. BLONDLOT.

Nous avons décrit récemment (¹) un électromètre absolu à indications continues, fondé sur l'attraction de deux cylindres con-

---

(¹) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 29 mars 1886; *Journal de Physique*, p. 325 de ce Volume.

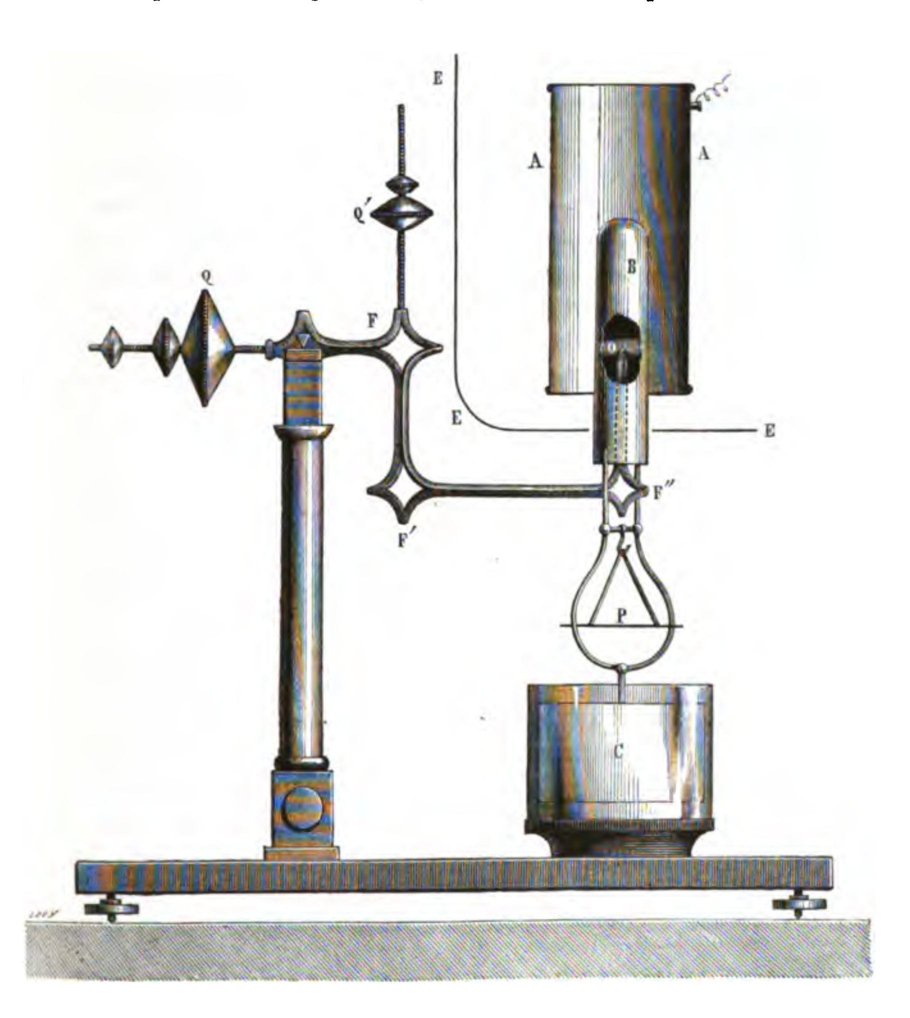
centriques. Cet instrument permet de mesurer avec exactitude des potentiels allant jusqu'à cinquante-six unités électrostatiques C.G.S., ce qui correspond à une distance explosive d'environ 5^{mm}. Si l'on dépasse ce potentiel, il se produit, dans le fonctionnement de l'appareil, des perturbations provenant de ce que le cylindre mobile, suspendu à l'extrémité d'une longue tige, éprouve des attractions latérales par suite desquelles les axes des deux cylindres n'ont plus le parallélisme supposé dans la théorie de l'instrument.

Dans le nouveau modèle que nous présentons aujourd'hui, le cylindre mobile B, au lieu d'être suspendu à l'extrémité d'une longue tige, est soutenu vers le milieu de sa longueur. A cet effet, il porte dans son intérieur un couteau présentant une échancrure arrondie, lequel repose sur un autre couteau également échancré, disposé en croix avec le premier et fixé à l'extrémité du fléau de la balance. Ce fléau est coudé aux points F, F', F'', de façon que les arêtes des couteaux de suspension du cylindre mobile et du fléau soient sur un même plan horizontal. Deux contrepoids Q et Q' permettent d'équilibrer le fléau et de modifier la hauteur de son centre de gravité. A sa partie inférieure, le cylindre B porte deux tiges entre lesquelles passe le fléau, et qui se réunissent ensuite pour soutenir un cylindre C formé d'une enveloppe de papier tendu sur une carcasse métallique. Le cylindre C sert à amortir les oscillations de la balance : à cet effet, il est contenu dans un vase cylindrique d'un diamètre un peu plus grand, muni d'un couvercle percé d'un trou pour laisser passer la tige de suspension. Un plateau P suspendu au cylindre B sert à recevoir des poids destinés à mesurer l'attraction exercée par le cylindre A sur le cylindre B. Un écran recourbé EEE, percé d'une ouverture, laisse passer le cylindre mobile.

Au point de vue électrique, la théorie de l'instrument que nous décrivons aujourd'hui est identiquement la même que celle du premier modèle, l'écran EEE servant non seulement à protéger le fléau contre les attractions du cylindre A, mais remplaçant encore le troisième cylindre du modèle primitif.

Au point de vue mécanique, les avantages de la nouvelle disposition sont les suivants : le point de suspension du cylindre mo-

bile étant placé dans sa portion moyenne, il en résulte que les moments des attractions latérales, d'une part, sont très faibles et, d'autre part, se compensent partiellement; la perturbation si-



gnalée plus haut est ainsi presque annulée. En outre, l'amortisseur C étant placé très bas, et ayant un assez grand poids, tend à maintenir vertical le cylindre mobile.

La formule qui exprime la valeur absolue du carré du potentiel

en fonction du poids p nécessaire pour équilibrer l'attraction des cylindres est, comme pour le premier modèle,

$$V^2 = 4pgL\frac{R}{r},$$

R et r désignant les rayons des deux cylindres, et g l'accélération de la pesanteur.

Un modèle de cet instrument a été construit avec une grande perfection par M. D. Gaiffe, de Nancy, qui a su concilier la légèreté avec une grande solidité; le rapport des rayons a été déterminé de telle façon que le facteur par lequel il faut multiplier le poids p exprimé en grammes pour avoir le carré du potentiel est exactement 4000. Le support du cylindre A, qui n'est pas représenté sur la figure, permet de centrer ce cylindre et de le rendre vertical.

Avec ce nouvel électromètre, on peut mesurer avec la plus grande facilité les potentiels correspondant à des distances explosives qui peuvent varier de 1^{mm} jusqu'à une distance un peu inférieure à la différence de rayons des deux cylindres. Grâce à la forme arrondie de toutes les pièces de l'appareil, il ne se produit pas d'aigrettes.

Nous avons appliqué notre instrument à la mesure de potentiels correspondant à des distances explosives variant de 1^{mm} à 22^{mm} entre deux boules de 1^{cm} de diamètre. Les résultats de ces mesures sont consignés dans le Tableau suivant. En regard de nos nombres, nous avons donné les nombres correspondants que M. Baille a obtenus [1], au moyen d'un électromètre à anneau de garde de Thomson, pour des distances explosives comprises entre 1^{mm} et 10^{mm}.

---

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XXV, p. 531.

Distances explosives.	Potentiels en unités électrostatiques. Bichat et Blondlot.	Baille.
cm		
0,1	16,1	15,25
0,2	27,5	26,82
0,3	38,2	37,32
0,4	47,7	47,62
0,5	56,3	54,66
0,6	64,9	65,23
0,7	71,6	72,28
0,8	77,0	77,61
0,9	81,6	80,13
1,0	84,7	83,05
1,1	88,7	»
1,2	91,3	»
1,3	93,8	»
1,4	95,8	»
1,5	97,8	»
1,6	99,2	»
1,7	100,8	»
1,8	101,8	»
1,9	103,2	»
2,0	104,5	»
2,1	105,4	»
2,2	106,4	»

Pour la partie commune aux expériences de M. Baille et aux nôtres, les nombres présentent toute la concordance que l'on peut attendre de mesures de cette nature, eu égard à l'altération de la surface des boules de l'excitateur, due à l'étincelle elle-même. Si l'on porte en abscisses les distances explosives et en ordonnées les potentiels correspondants que nous avons obtenus, on obtient une courbe d'une régularité parfaite.

HYGROMÈTRE;

PAR M. A. NODON.

La *gélatine* est une substance douée de propriétés hygroscopiques fort curieuses. Chacun sait que, plongée dans l'eau, elle

augmente beaucoup de volume; mais ce qu'on a moins remarqué, c'est qu'abandonnée dans l'air elle en absorbe l'humidité en se dilatant; de telle sorte que, si l'état hygrométrique de l'air vient à être modifié, la gélatine subit une variation de volume *proportionnelle*. J'ai pu constater, en outre, que le phénomène restait absolument constant pour toutes les températures comprises entre 10° et 35° C.

La gélatine peut, du reste, être rendue complètement inaltérable par l'addition d'une petite quantité d'acide salicylique, sans que pour cela ses remarquables propriétés hygroscopiques soient modifiées.

Voici de quelle façon j'ai pu utiliser cette propriété de la gélatine à la construction d'un nouvel *hygromètre*.

Principe. — Je recouvre d'une couche de gélatine une *hélice* en bristol, dont j'ai garanti la partie interne à l'aide d'un vernis non hygroscopique, tel que le bitume de Judée. J'obtiens ainsi un ensemble déformable sous les variations de l'état hygrométrique de l'atmosphère, analogue quant au fonctionnement à l'hélice du thermomètre métallique de Bréguet. Quand le degré hygrométrique augmente, la gélatine se dilate et la spirale s'enroule sur elle-même. Quand l'air se dessèche, la gélatine se contracte et la spirale se déroule [1].

Hygromètre enregistreur. — Le modèle d'hygromètre enregistreur, qui a été présenté à l'Académie des Sciences par M. Lippmann, le 15 juin 1886, se compose de quatre hélices en papier-gélatine, groupées par paires sur un même socle. L'une des extrémités de chacune des hélices est maintenue fixe au moyen d'une pince, tandis que l'extrémité libre agit directement sur une poulie légère. Ces quatre spirales constituent un ensemble solidaire dont les actions mécaniques s'ajoutent. Sur les deux poulies, disposées

[1] On obtient du reste des résultats analogues avec d'autres substances hygroscopiques, telles que la gomme adragante, la gomme arabique, la dextrine, etc., qu'on peut déposer en couches minces sur un support quelconque autre que le papier, tel, par exemple, que le celluloïd, l'ébonite, etc. Mais, entre tous ces bilames, j'ai pu constater que celui formé par la gélatine et le papier fournissait les meilleurs résultats. Aussi me suis-je arrêté à ce dernier type, dont la construction est d'ailleurs des plus simples.

suivant une même verticale, s'enroule un fil de soie. A ce fil est attaché un petit curseur très léger, mobile entre deux guides. C'est sur ce curseur qu'est disposé le style graveur. Le tout a été équilibré au moyen d'un léger contrepoids sur le brin postérieur du fil.

On possède ainsi un ensemble mobile dans le sens vertical et pouvant obéir aux moindres mouvements d'enroulement ou de déroulement des hélices.

Le style vient s'appuyer contre une bande de papier divisé, se déroulant sur un premier rouleau pour s'enrouler sur un second, entraîné lui-même d'un mouvement lent de rotation de 2^{cm} à l'heure à la circonférence.

La bande de papier s'avance dans une direction normale au mouvement du style et de ces deux mouvements combinés résulte une courbe, tracée à l'encre par le style, et représentative des états hygrométriques de l'air.

En faisant choix d'un papier divisé suffisamment mince, on peut facilement en enrouler une longueur assez grande pour permettre à l'appareil de fonctionner pendant dix jours consécutifs et l'on peut admettre que les longueurs de la bande de papier, déroulées pendant l'espace d'une heure, sont toujours les mêmes.

Le mouvement d'horlogerie actionnant le rouleau est enfermé dans le socle de l'appareil.

La feuille de papier, les rouleaux et le style sont mis à l'abri derrière une glace transparente qu'on peut ouvrir à volonté.

Les quatre hélices baignent librement dans l'atmosphère ambiante et peuvent, du reste, être protégées contre les chocs, la pluie, le soleil, etc., au moyen de toiles métalliques ou d'étuis perforés de trous sur toute leur surface, de façon à permettre à l'air de circuler librement autour des spirales.

Graduation. — Pour graduer cet hygromètre, l'instrument est disposé dans une caisse close, fermée sur sa face antérieure par une glace transparente et mobile. On dispose une cuvette contenant de l'eau et de l'acide sulfurique dans le fond de l'enceinte, et l'on suspend à l'intérieur de cette enceinte un hygromètre d'Alluard et un thermomètre. Lorsque, après quelques heures, l'état hygrométrique est devenu parfaitement uniforme dans l'enceinte, on en détermine le degré hygrométrique exact

avec l'hygromètre d'Alluard. On note la température et on lit le degré correspondant indiqué par l'hygromètre à graduer. On renouvelle la même série d'observations en augmentant progressivement le degré hygrométrique de l'enceinte; à cet effet, on ajoute de temps en temps un peu d'eau à la solution sulfurique. Enfin, on fait une dernière série d'observations à des températures différentes, obtenues au moyen du bain de sable qu'on chauffe modérément.

Cela fait, je construis une courbe en prenant pour abscisses les états hygrométriques de l'enceinte, et pour ordonnées les valeurs correspondantes données par l'hygromètre à graduer. Je constate que c'est une *droite* et que cette droite est invariable pour toutes les températures observées entre 10° et 35° C.

Ce résultat indique que les enroulements des hélices sont proportionnels aux états hygrométriques et indépendants de la température, au moins dans les limites où j'ai observé le phénomène.

Rien n'est plus simple alors que de graduer l'instrument, de façon que chacune des divisions de la graduation corresponde à 1° hygrométrique (o étant la sécheresse absolue et 100° l'humidité absolue).

Il suffit de déterminer exactement les états hygrométriques correspondant à deux positions quelconques du style et de diviser l'espace compris entre ces deux points en quantités proportionnelles aux états hygrométriques et égales entre elles.

Résultats. — Voici, du reste, les résultats que j'ai pu déduire à la suite de nombreuses observations :

1° Les angles dont s'enroulent les spirales sont proportionnels aux états hygrométriques de l'air.

2° La température entre les limites de 10° à 35°C. est sans influence sensible sur les indications de l'hygromètre.

3° L'instrument paraît rester constant dans ses indications.

4° Il se met en quelques instants en équilibre hygroscopique avec l'atmosphère ambiante.

5° La sensibilité est proportionnelle au nombre des spires de l'hélice et peut être rendue aussi grande qu'on le désire.

L'hélice en papier-gélatine jouit en effet de cette propriété curieuse de se mettre presque instantanément en équilibre hygro-

scopique avec l'atmosphère ambiante; de telle façon que, si l'on augmente brusquement l'humidité de l'air en approchant simplement de l'hélice la main légèrement moite, on voit aussitôt le style se déplacer rapidement, s'arrêter à une position fixe et revenir aussitôt à sa station primitive dès que la main a été éloignée.

Hygromètre à cadran. — M. Ducretet a construit, d'après mes indications, un modèle d'hygromètre à cadran, d'un emploi commode et d'une construction très simple. On fixe l'extrémité extérieure d'une spirale plate en papier-gélatine à l'intérieur d'une petite boîte ronde en métal et l'on fixe l'extrémité interne à une aiguille mobile sur un cadran divisé. Par son aspect extérieur, l'instrument rappelle les baromètres anéroïdes.

J'avais déjà eu occasion d'en construire un modèle analogue au mois d'avril 1885. Je l'avais abandonné jusqu'en juin 1886 dans un laboratoire. Je contrôlai à cette époque ses indications avec celles d'un hygromètre d'Alluard, et je pus constater qu'elles étaient restées parfaitement constantes.

La spirale n'avait donc subi, pendant cet espace de temps, aucune altération dans ses propriétés hygroscopiques.

Dans un autre modèle muni d'une hélice à spires très nombreuses, la sensibilité était telle que les variations continuelles de l'état hygrométrique de l'air suffisaient pour maintenir l'aiguille dans un état permanent d'agitation.

G. ADLER. — Ueber die Energie magnetisch polarisirter Körper, nebst Anwendung der bezüglichen Formeln auf Quincke's Methode zur Bestimmung der Magnetisirungszahl (Énergie des corps polarisés magnétiquement, et application des formules à la méthode de Quincke pour la détermination des constantes magnétiques); *Wied. Ann.*, t. XXVIII, p. 509; 1886.

I. Ce travail comprend, comme le titre l'indique, deux Parties. Dans la première, partant de la théorie de l'induction magnétique de Poisson, l'auteur calcule l'énergie d'un système polarisé magnétiquement par des forces magnétisantes invariables.

Cette énergie est considérée comme la totalité du travail qui doit être accompli dans le système pour faire naître en tous ses points, à partir de l'état non magnétique initial, le magnétisme final. Ce

travail est considéré comme la somme de deux parties. La première partie Q est le travail qui doit être effectué à l'encontre des forces magnétisantes initiales, supposées invariables, pour produire la polarisation magnétique. La deuxième partie P est le travail qui doit être effectué à l'encontre des forces provoquées par le magnétisme déjà induit. L'énergie totale est

$$E = P + Q.$$

Le calcul de P et de Q met en évidence des relations très simples entre E, P, Q, relations que Helmholtz (¹) a établies le premier, et que plus tard M. Stefan (²) a retrouvées par une tout autre voie.

Ces relations sont

$$Q = -2P, \qquad E = -P = \frac{Q}{2}.$$

De là des théorèmes faciles à énoncer.

L'expression trouvée pour l'énergie est identique, pour les substances faiblement magnétiques, à celle de Maxwell (³)

$$E = -\iiint \frac{k}{2} J^2 \, dx \, dy \, dz,$$

où J désigne la force magnétisante initiale au point (x, y, z), et où k est la constante magnétique, l'intégrale étant étendue à tout le système polarisé magnétiquement.

II. Dans la seconde Partie de ce travail M. G. Adler applique le calcul aux phénomènes que M. Quincke (⁴) a observés sur les liquides faiblement magnétiques placés dans des champs magnétiques puissants.

Ces expériences (⁵) ayant été décrites à plusieurs reprises dans le *Journal de Physique*, rappelons seulement que, pour un liquide placé dans un champ magnétique J, il se produit dans ce liquide

(¹) Von Helmholtz, *Gesammelte Abhandlungen*, t. I, p. 59-61.

(²) Stefan, *Wien. Ber.*, t. LXIV, p. 222-224; 1871.

(³) Maxwell, *Traité d'Électricité et de Magnétisme*, § 440.

(⁴) Quincke, *Wied. Ann.*, t. XXIV, p. 347; 1885.

(⁵) Voir *Journal de Physique*, [2], t. IV, p. 40, 1885, et t. V, p. 180; 1886.

une augmentation de pression s'il est magnétique, une diminution de pression s'il est diamagnétique. L'application du principe des déplacements virtuels a permis à M. Adler de retrouver d'une façon très simple et sans nouvelle hypothèse, en partant de l'expression de l'énergie de Maxwell, la loi de cette variation de pression

$$p = \frac{k}{2} J^2,$$

loi trouvée expérimentalement par M. Quincke, retrouvée théoriquement par Kirchhoff ([1]) et qui permet de calculer la constante magnétique k quand on connaît p et J. E. MATHIAS.

E. WARBURG. — **Bemerkungen über den Druck des gesättigten Dampfes (Remarques sur la pression de la vapeur saturée)**; *Wied. Ann.*, t. XXVIII, p. 394; 1886.

Sir W. Thomson a démontré ([2]) que la pression de la vapeur à la surface d'un liquide dépend de sa courbure. Le raisonnement de l'illustre physicien s'appuie sur la remarque que, quand un tube capillaire plonge dans un liquide situé dans le vide, il doit se produire un état d'équilibre entre le liquide et la vapeur, et non un mouvement perpétuel. On a, d'après lui,

$$p - p_0 = \frac{\lambda}{\gamma - \lambda} T \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right),$$

où p_0 est la pression de la vapeur pour une surface de liquide plane, T la tension superficielle du liquide au contact de sa vapeur, λ et γ les volumes spécifiques du liquide et de sa vapeur, r et r' les rayons de courbure principaux aux points de la surface où la pression de la vapeur est p.

M. E. Warburg a démontré ([3]), il y a quelque temps, pour le cas de la sphère, d'une façon toute différente, la proposition de Thomson. Il imagine deux sphères liquides de rayons différents,

---

([1]) KIRCHHOFF, *Wied. Ann.*, t. XXV, p. 606, formule (6); 1885.
([2]) Sir W. THOMSON, *Phil. Mag.*, [4], t. XL, p. 448; 1871.
([3]) E. WARBURG, *Tageblatt*, p. 358-359; 1885.

et il agrandit la première sphère aux dépens de la seconde à température constante par deux opérations réversibles différentes : d'abord, sans formation de vapeur, de façon que le travail soit effectué par les seules forces capillaires; en second lieu, avec évaporation de la deuxième sphère et condensation sur la première. Pour obtenir la proposition de Thomson, il suffit d'écrire que le travail fourni dans les deux cas est le même.

En appliquant ce même mode de raisonnement à un cas un peu différent, l'auteur retrouve un théorème démontré par M. Blondlot dans le *Journal de Physique* (¹) et qui consiste en ce que la pression de la vapeur saturée à la surface d'un liquide est diminuée par l'électrisation d'une quantité qui est, d'après M. Blondlot,

$$\frac{\lambda}{\gamma} 2\pi h^2;$$

d'après M. E. Warburg,

$$\frac{\lambda}{\gamma - \lambda} 2\pi h^2,$$

h étant la densité électrique à la surface du liquide.

Enfin, Sir W. Thomson a fait remarquer que la tension superficielle d'une lamelle liquide n'est indépendante de son épaisseur que jusqu'à une certaine épaisseur limite très petite x_0, et qu'elle doit diminuer ensuite en même temps que l'épaisseur.

Le mode de raisonnement de M. E. Warburg permet de démontrer facilement qu'à partir de l'épaisseur limite x_0 la pression de la vapeur saturée doit augmenter lorsque l'épaisseur diminue, résultat qui était contenu dans des recherches précédentes (²).

(¹) Blondlot, *Journ. de Phys.*, [2], t. III, p. 442; 1884.

(²) E. Warburg und Th. Ihmori, *Wied. Ann.*, t. XXVII, p. 482; 1886.

.... Steinsalz zeigte einen viele Milliontel Millimeter dicken Wasserbeschlag bei Temperaturen, für welche der Dampfdruck über gesättigter Chlornatriumlösung grösser war, als der Dampfdruck im Versuchraum.

E. Mathias.

CLAYDEN. — On the determination of the volume of mercury in a thermometer (Détermination du volume du mercure contenu dans un thermomètre); *Proceedings of the Physical Society of London*, t. VII, p. 367; 1886.

Soient

V_1 le volume du mercure;
S_1 son poids spécifique;
V le volume du thermomètre;
S son poids spécifique;
S_2 le poids spécifique du verre.

V_1 est donné par la formule

$$V_1 = \frac{V(S - S_2)}{S_1 - S_2},$$

qui n'est exacte que si le réservoir et le tube sont entièrement remplis de mercure, comme cela a lieu à une température légèrement supérieure à la température maximum que peut indiquer le thermomètre. A cette température, V_1 devient $V_1(1 + \beta t)$, en appelant β le coefficient de dilatation absolue du mercure; V devient $V(1 + \alpha t)$, α désignant le coefficient de dilatation cubique du verre; S devient $\frac{S}{1+\alpha t}$; S_1 devient $\frac{S_1}{1+\beta t}$ et S_2 devient $\frac{S_2}{1+\alpha t}$; en portant ces valeurs dans l'équation précédente, on obtient la formule exacte

$$V_1(1+\beta t) = \frac{V(1+\alpha t)\left(\frac{S}{1+\alpha t} - \frac{S_2}{1+\alpha t}\right)}{\frac{S_1}{1+\beta t} - \frac{S_2}{1+\alpha t}},$$

qui devient, après simplification,

$$V_1 = \frac{V(S - S_2)}{S_1 - \frac{S_2(1+\beta t)}{1+\alpha t}}.$$

A. BOITEL.

PHILOSOPHICAL MAGAZINE.

5e série. — Tome XX; 2e semestre 1885.

A. GROSHANS. — Nouvelle loi analogue à celles d'Avogadro ou de Dulong et Petit, 19-31; 191-204.

On appellera *nombres-densité* certains nombres affectés aux éléments chimiques, par exemple, 1 pour C, H, O, 3 pour B, Az, Ph, ... Si n est la somme des nombres-densité des éléments entrant dans un composé (par exemple $n = 7$ pour AzO^3H) et d sa densité, on rencontre des groupes assez nombreux de corps pour lesquels le rapport $\frac{n}{d}$ est constant pour un groupe.

Dans les cas des vapeurs, si D est la densité de vapeur d'un liquide bouillant à la température $T = 273 + s$ et à la pression ordinaire, a son poids moléculaire, on a, d'après la loi de Gay-Lussac,

$$\frac{D}{D'} = \frac{aT'}{a'T}$$

et, d'après la nouvelle loi,

$$\frac{D}{D'} = \frac{n}{n'};$$

d'où

$$\frac{T \times n}{a} = \text{const}.$$

Cette constante, dépendant du groupe considéré, serait d'autre part égale à $27,8\sqrt{x}$, x étant un nombre lié à celui des atomes d'hydrogène qui entrent dans les composés du groupe.

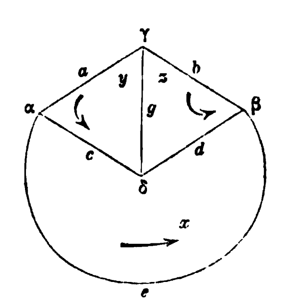
A. FLEMING. — Problèmes sur la distribution des courants dans un réseau, traité par la méthode de Maxwell, p. 221-259.

La méthode de Maxwell fournit des équations très symétriques que je crois utile de rappeler dans ce journal, en considérant comme cas particulier le pont de Wheatstone, pour abréger et faciliter l'exposition.

Si les lignes joignent p points, on obtient $K = l - p + 1$ cir-

cuits fermés, que l'on supposera parcourus par des courants fictifs, tous de même sens.

Dans l'exemple choisi, il y a $l = 6$ conducteurs de résistances a, b, c, d, e, g; $p = 4$ points α, β, γ, δ et trois circuits dont les intensités des courants fictifs sont x, y et z. Les courants réels des conducteurs communs à deux circuits seront la différence



des courants fictifs ($x - y$ en $\alpha\delta$, y en $\alpha\gamma$, ...). Cela posé, on forme la fonction dissipatrice ($\Sigma r i^2$) qui représente la chaleur dégagée dans les fils, soit, dans notre cas,

$$2\text{H} = ay^2 + bz^2 + cz^2 + g(y-z)^2 + e(y-x)^2 + d(z-x)^2.$$

Si les courants sont permanents, les dérivées de la fonction H en x, y, z sont égales aux forces électromotrices existant dans les circuits correspondants.

Si les courants sont variables, on formera la somme des carrés et des doubles produits des intensités multipliés respectivement par les coefficients de self-induction et d'induction mutuelle. C'est la fonction électrocinétique de Maxwell; ce sera ici

$$2\text{F} = \text{A}x^2 + \text{B}y^2 + \text{E}z^2 + 2\text{A}_l xy + 2\text{A}_c x(y-x) + \ldots.$$

On écrira alors pour chaque circuit une équation de la même forme que celles de Lagrange, soit

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{d\text{F}}{dx}\right) + \frac{d\text{H}}{dx} = \Sigma(\text{F.E.M.})$$

pour le circuit x.

Voici encore une règle très simple pour obtenir la résistance d'un réseau de conducteurs aboutissant à deux sommets α et β, et

dont le lecteur peut trouver facilement la démonstration : on supprime toutes les forces électromotrices, sauf dans un conducteur fictif joignant les points considérés. On cherche l'intensité du courant dans ce conducteur en fonction des résistances; l'inverse de cette fonction, dans laquelle on égalera à zéro la résistance du conducteur fictif et à l'unité sa force électromotrice, sera la résistance du réseau.

J. NICOL. — Sursaturation des solutions salines, p. 295.

Une solution sursaturée d'un sel hydraté serait une solution saturée ou non d'un sel anhydre, dont un germe ou un choc mécanique provoquerait l'hydratation et par suite la précipitation.

V. WOOD. — L'éther lumineux, 389-417.

L'auteur part de l'idée assez audacieuse d'assimiler l'éther à un gaz pesant, soumis à la théorie cinétique, la loi de Mariotte, etc., et pour lequel on connaîtrait la vitesse de propagation des ondes transversales, ainsi que la quantité d'énergie qu'il nous apporte en une seconde. Naturellement les autres constantes déduites sont représentées par des nombres exceptionnels. Ainsi 40 fois le volume de la Terre ne pèserait que 1^{kg}. Son élasticité serait de 3.10^{10} atmosphères et sa chaleur spécifique, 46.10^{11} fois celle de l'eau. Le mouvement de la Terre ne serait pas gêné d'une façon appréciable par ce milieu. Pourtant, à la surface du globe, le nombre de ses atomes par litre ainsi que leurs chemins moléculaires seraient comparables à ceux de l'air.

LARMOR. — Théorie moléculaire de la polarisation galvanique, 423-435.

Cette théorie est présentée d'une façon un peu différente de celle adoptée généralement et accompagnée d'une déduction nouvelle.

Considérons la région de contact de l'eau et du mercure comme un condensateur dont les surfaces et l'épaisseur sont S et ε et dont la capacité par unité de surface est par conséquent $C = \frac{1}{4}\pi\varepsilon$. Soient Q et — Q les quantités d'électricité des armatures, V leur

différence de potentiel; l'énergie de cet appareil par unité superficielle est

$$E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{CS}$$

et, par suite, la tension superficielle résultante

$$T = \frac{dE}{dS} = -\frac{E}{S},$$

laquelle est à retrancher de la tension capillaire ordinaire. Au lieu d'admettre une quantité Q d'électricité déterminée, supposons qu'une pile maintienne entre les armatures une différence V de potentiel constante; l'énergie peut s'exprimer par

$$E = \frac{1}{2}CSV^2$$

et la tension par

$$T = \frac{dE}{dS} = +\frac{E}{S} = \frac{V^2}{8\pi\varepsilon}.$$

La pile fournit ainsi deux quantités d'énergie égales entre elles, consommées, l'une dans la déformation du ménisque, l'autre dans la charge du condensateur. C'est une application d'un théorème de Thomson. L'auteur retrouve encore la même expression de la tension par le calcul direct de l'action du condensateur sur l'unité de masse en un point des armatures, et remarque que c'est précisément la tension perpendiculaire aux lignes de force que Maxwell a montrée devoir exister dans un diélectrique.

Ces vues adoptées et en partant de la valeur $\varepsilon = 3.10^{-8}$ centimètres de l'épaisseur de la double couche que M. Lippmann en a déduite (*Journal de Physique*, p. 113; 1883), il est possible d'obtenir une estimation des distances moléculaires ε' de l'électrolyte. En effet, si e est la charge électrique d'un de ses atomes, l'équivalent électrochimique de 1^{cc} sera

$$\frac{e}{\varepsilon'^3},$$

soit pour l'eau

$$\frac{10^5}{9}\ 3.10^9\ (\text{C.G.S électrost.})$$

et la densité superficielle sur une armature du condensateur

$$\frac{e}{\varepsilon'^2} \text{ ou } \frac{V}{4\pi\varepsilon}.$$

En prenant V égal à $1^{volt} = \frac{10^8}{3.10^{10}}$ (C.G.S électr.) et $\varepsilon = 3.10^{-8}$, on obtient par l'élimination de e

$$\varepsilon' = \frac{4}{15} 10^{-8} \text{ centimètres,}$$

valeur intermédiaire entre les limites assignées par Thomson aux distances moléculaires.

W. CLARK. — Influence de la pression sur un électrolyte, p. 435-439.

Lorsqu'on décompose l'eau acidulée en vase clos par une force électromotrice pouvant aller jusqu'à 30 volts, la résistance augmente jusqu'à presque annuler le courant.

J. HOOD. — Influence de la température sur la vitesse des réactions chimiques, p. 323-328. — Retards dans les réactions chimiques apportées par la présence de certains corps, p. 445-46.

Vérification, pour l'oxydation des sels de fer, de la relation

$$\frac{dy}{d\tau} = a\alpha^{\theta} F(y)$$

entre la vitesse de réaction d'un corps de poids y et la température θ.

H. WILDE. — Vitesse d'écoulement de l'air dans le vide ou dans un récipient où la pression est moindre, p. 531-544.

Les capacités des récipients étaient d'environ 150^{lit} et 10^{lit}; les pressions qui y régnaient ont varié de zéro à 9^{atm}. La vitesse d'écoulement dans le vide diffère d'autant plus de celle indiquée par la théorie que la pression est plus faible. Mais le fait le plus singulier est que, pour une différence de pression des récipients, supérieure à 2^{atm}, le récipient récepteur se comporte absolument comme s'il était vide. B. ÉLIE.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6ᵉ série, t. VIII, août 1886.

BERSON. — *De l'influence de la température sur l'aimantation*, p. 433.

E. DUCLAUX. — *Nouveau moyen d'éprouver la pureté des corps volatils*, p. 542.

T. IX, septembre 1886.

M. BERTHELOT. — *La Chimie des Égyptiens, d'après les papyrus de Leide*, p. 5.

A. RIGHI. — *Recherches expérimentales sur la lumière polarisée réfléchie par le pôle d'un aimant*, p. 65.

Philosophical Magazine.

5ᵉ série, t. XXII; septembre 1886.

H. HENNESSY. — *Sur la structure physique de la Terre*, p. 233.

SH. BIDWELL. — *Torsion magnétique des fils de fer et de nickel*, p. 251.

PLINY EARLE CHASE. — *Physique de l'éther, d'après Herschel*, p. 255.

C. CHREE. — *Barres et fils d'élasticité variable*, p. 259.

CH. TOMLINSON. — *Nouvelles remarques sur la théorie de la rosée de M. Aitken*, p. 270

O. HEAVISIDE. — *Sur la self-induction des fils* (2ᵉ Partie), p. 273.

S.-P. THOMPSON. — *Nouvelles Notes sur les formules de l'électro-aimant et les équations de la machine dynamo-électrique*, p. 288.

H.-M. BOSANQUET. — *Électro-aimants*. V. *Loi des électro-aimants semblables, saturation, etc.*, p. 298.

Wiedemann's Annalen.

Tome XXVIII; nº 8, 1886.

G. QUINCKE. — *Recherches électriques*, p. 529.

L. SOHNCKE. — *Électrisation de la glace par le frottement de l'eau*, p. 550.

E. EDLUND. — *Recherches sur la force électromotrice de l'arc électrique*, p. 560.

W. DONLE. — *Contributions à la connaissance des propriétés thermo-électriques des électrolytes*, p. 574.

F. Auerbach. — *Sur la conductibilité électrique des poudres métalliques*, p. 604.

R. Krüger. — *Nouvelle méthode pour évaluer l'intensité verticale d'un champ magnétique*, p. 613.

R. Maurer. — *Rapport de la contraction transversale à la dilatation longitudinale dans des tiges de colle forte*, p. 628.

M. Hamburger. — *Recherches sur la durée du choc de cylindres et de sphères*, p. 653.

K. Noak. — *Sur la fluidité de l'acide acétique absolu et étendu*. p. 666.

W. Muller-Erzbach. — *Variation de la force d'absorption avec la distance*, p. 684.

Tome XXIX; n° 9, 1886.

W. Hallwachs. — *Recherches électrométriques*, p. 1.

F. Kohlrausch. — *Variomètre local simple pour l'intensité horizontale du magnétisme terrestre*, p. 47.

H. Sack. — *Constantes spécifiques d'induction des aimants, dans des champs magnétiques d'intensité différente*, p. 53.

A. Winkelmann. — *Nouvelles recherches sur la loi de variation de la conductibilité calorifique des gaz avec la température*, p. 68.

F. Meissner. — *Dégagement de chaleur par l'imbibition de corps pulvérulents*, p. 114.

V. v. Lang. — *Évaluation de la hauteur du son d'un diapason, au moyen du chronoscope de Hipp*, p. 132.

K. Fuchs. — *Sur l'angle de raccordement de deux liquides en contact*, p. 140.

B.-W. Stankewitsch. — *Sur la théorie dynamique des gaz*, p. 153.

WIEDEMANN'S ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

Tomes XXIV, XXV, XXVI; 1885.

I. — Mécanique et Physique moléculaire.

E. MACH et J. WENTZEL. — Contribution à la mécanique des explosions, t. XXVI, p. 628-640.

On sait que certains corps explosifs, tels que l'argent fulminant, la dynamite, etc., percent ou brisent les corps solides placés au-dessous, alors même qu'il n'y a pas d'obstacle apparent au-dessus. C'est principalement en vue d'interpréter ce phénomène qu'ont été entreprises les expériences de MM. Mach et Wenzel; elles ont été effectuées avec de l'argent fulminant.

1. En premier lieu, la présence de l'air au-dessus de la charge explosive n'est pas indispensable pour que le phénomène se produise : dans le vide, comme dans l'air, une carte de visite est percée par l'explosion d'une très petite charge d'argent fulminant placé au-dessus.

2. La vitesse de propagation de l'inflammation dans les corps explosifs brisants est extrêmement considérable. Si l'on fait, sur une feuille de papier, une traînée de poudre au milieu de laquelle on dépose quelques grains de fulminate, les traces de la combustion laissent très bien reconnaître le sens dans lequel elle s'est propagée à travers la poudre, tandis que chaque petit amas de fulminate est marqué par un cercle d'où partent des stries divergentes également marquées dans toutes les directions : la combustion de ces amas n'a donc pas duré un temps appréciable.

3. Pour mesurer la vitesse de propagation dont il s'agit, les auteurs font sur une bande de papier deux traînées parallèles de fulminate et les allument simultanément par leurs bouts opposés, à l'aide d'une bouteille de Leyde. Sur une plaque de verre enfu-

mée, placée au-dessus des traînées, on observe une bande oblique d'interférence, faisant avec la direction des traînées un angle α. Soit c la vitesse du son, qui avec des amplitudes de vibrations aussi fortes ne doit pas être inférieure à 400^m par seconde, on a

$$\sin\alpha = \frac{c}{v},$$

d'où l'on tire, pour la vitesse v cherchée, une valeur comprise entre 1700^m et 2000^m par seconde.

4. Un pendule balistique est fixé par sa partie supérieure à un fléau horizontal dont les deux bras portent à leurs extrémités des cartes de visite. Sur l'une de celles-ci on place une petite charge de fulminate que l'on fait éclater : la carte est percée sous la charge, mais le pendule n'éprouve aucune impulsion. La vitesse de propagation de l'onde explosive est trop grande pour que le mouvement puisse se communiquer à la masse de la carte et l'entraîner.

5. Mais, si l'on remplace les cartes par de petites coupes hémisphériques de laiton, le métal n'est pas percé par l'explosion du fulminate, et le pendule reçoit une forte impulsion. Si l'on admet que, dans cette expérience, la quantité de mouvement correspondant à la moitié inférieure de l'onde a été communiquée au pendule, on peut déterminer cette quantité de mouvement par l'impulsion reçue et en déduire une valeur approchée de la vitesse précédemment mesurée. Le nombre ainsi obtenu est trop fort; il semble donc probable que l'onde est réfléchie sans affaiblissement par le métal; la quantité de mouvement communiquée est alors double de celle de la demi-onde, et la vitesse calculée doit être réduite à moitié, ce qui donne 1750^m.

6. Les trous de balle, les trous produits par l'explosion du fulminate sont évasés en entonnoir. Les vitesses énormes auxquelles on a affaire dans les deux cas se propagent donc latéralement au delà du point frappé directement par la balle (ou en dehors du centre d'explosion) avec assez d'intensité pour produire l'arrachement des particules solides et agrandir le trou.

Nous sommes habitués à ne considérer pratiquement, en Méca-

nique, que des vitesses de quelques mètres par seconde. Les effets singuliers que nous constatons ici sont liés à la production de vitesses égales ou supérieures à celle de la propagation du son. Les auteurs du Mémoire estiment qu'il y aurait le plus grand intérêt à étudier de plus près ces phénomènes, au point de vue théorique aussi bien qu'au point de vue expérimental.

G. KÖTSCHAU. — Études sur les mouvements des fluides, t. XXVI, p. 530-547.

Une cuve rectangulaire A est traversée à sa base par l'orifice d'un tube *b* muni d'un robinet et communiquant avec un réservoir latéral R. La cuve A est remplie d'eau, le réservoir R d'eau colorée en rouge par de l'aniline. L'appareil étant bien en équilibre de température avec le laboratoire, on ouvre le robinet et l'on produit un jet rouge au sein du liquide incolore. On peut, en modifiant l'orifice (simple ou multiple) et plaçant au sein du liquide des obstacles de forme différente, obtenir des phénomènes très variés, observés pour la première fois par M. Oberbeck (1) à l'aide d'un appareil analogue à celui de M. Kötschau.

Par exemple, si le jet vertical vient frapper en son centre un disque taillé en forme de polygone régulier, le jet réfléchi se divise en autant de lames liquides qu'il y a de côtés au polygone. Ces lames s'infléchissent d'abord en dehors, puis se recourbent en volutes très élégantes (*Wirbelköpfe*) dirigées vers l'intérieur du polygone. Nous renverrons le lecteur à la Planche qui accompagne le Mémoire original, pour les autres cas, fort nombreux, étudiés expérimentalement par l'auteur.

O. LEHMANN. — Changements de forme spontanés de corps solides cristallisés, produits par des forces intérieures, t. XXV, p. 173-188.

Ces changements de forme ont été observés au microscope sur trois substances : l'éther chinohydrodicarbonique, l'acide protocatéchique et le chlorhydrate d'ammoniaque.

Par exemple, la première de ces substances, dissoute à chaud

(1) OBERBECK, *Wied. Ann.*, II, p. 14; 1877.

dans l'aniline épaissie avec un peu de colophane, cristallise en feuillets qui sont des parallélogrammes d'un angle de 44°. Quand on abaisse progressivement la température, ces cristaux se changent en d'autres de couleur vert pâle et dont l'angle est de 60°. Ce changement peut commencer en diverses zones d'un même feuillet : celui-ci se replie alors en zigzag; les extrémités du cristal se meuvent avec assez de force pour déplacer les corpuscules qu'ils rencontrent ou même pour mettre tout le cristal en mouvement.

Les deux autres substances offrent des phénomènes analogues.

O. LEHMANN. — Sur le point de fusion de deux corps en contact et sur l'électrolyse de l'iodure d'argent solide, t. XXIV, p. 1-27.

I. On sait que les alliages ont en général un point de fusion inférieur au point de fusion du plus fusible de leurs éléments. Si l'on considérait un alliage comme un simple mélange physique, on arriverait à cette conclusion que la surface de contact de deux métaux, là où les molécules d'espèces diverses se rencontrent en vertu du mouvement moléculaire, doit présenter un point de fusion propre inférieur à celui des deux métaux, et que, si ces métaux sont solubles dans le liquide formé, la fusion doit progressivement atteindre la masse entière.

M. Lehmann substitue aux métaux des substances transparentes sans action chimique connue, et, pour observer la fusion, il a recours à l'emploi du microscope : une lame mi-partie de chlorure, mi-partie d'iodure d'argent, est placée sur le porte-objet disposé lui-même au-dessus d'un bec Bunsen; l'objectif du microscope est protégé par une lame d'eau froide circulant continuellement au-dessous de lui et à travers laquelle on regarde le bilame salin en expérience. On distingue nettement la ligne de séparation des deux sels, à la couleur jaune de l'iodure d'argent.

Supposons d'abord les deux sels fondus et laissons refroidir la préparation : on aperçoit bientôt à la séparation des deux sels une bande brune et cette zone de mélange se solidifie très vite en une masse brune également. Si l'on chauffe de nouveau après solidification complète, la zone de mélange fond tout d'abord, et ensuite la fusion se propage à droite et à gauche.

Quand on pousse le refroidissement assez loin, l'iodure d'argent

régulier se transforme en iodure hexagonal, ce que l'on reconnaît à la disparition subite de la couleur jaune. La limite du blanc et du jaune se déplace progressivement jusque dans la zone brune; on doit en conclure, d'après l'auteur, que celle-ci est formée d'iodure d'argent contenant une petite quantité de chlorure d'argent disséminé comme une fine poussière, et non d'une masse homogène de cristaux contenant à la fois les deux substances en vertu de leur isomorphisme : la couleur brune serait alors une couleur de diffraction, analogue à la couleur brune d'une couche de lait étendue, observée par transparence.

De nombreuses observations relatives à divers couples de corps, il résulte que l'état physique de la zone de mélange, variable suivant les substances, indique le plus souvent un mélange purement mécanique; et que le point de fusion de cette zone est toujours inférieur aux points de fusion des substances séparées, si toutefois les deux substances sont susceptibles de se mélanger à l'état liquide.

II. On sait, d'après M. W. Kohlrausch (1), que l'iodure d'argent solide est relativement assez conducteur, et, d'après M. Warburg (2), que, dans des conditions convenables, le verre s'électrolyse comme un liquide, et que, sans changement notable de sa forme, une certaine quantité de sodium peut être transportée à travers sa masse dans le sens du courant. On doit conclure de même qu'à travers un cristal d'iodure d'argent on peut transporter des quantités arbitraires d'argent métallique sans changer la forme du cristal.

On peut aussi imaginer qu'un fil d'argent réunit deux cristaux d'iodure : alors, par suite de l'électrolyse, le fil d'argent s'accroît par une de ses extrémités et diminue par l'autre; il semble ainsi se déplacer tout d'une pièce dans le sens du courant.

Des observations microscopiques peuvent mettre en évidence un déplacement de ce genre. A cet effet, on fond quelques milligrammes d'iodure d'argent sur une petite lame de verre que l'on recouvre d'une autre lame très mince, comme on le fait d'ordi-

---

(1) W. Kohlrausch, *Wied. Ann.*, XVII, p. 642; 1882.
(2) Warburg, *Wied. Ann.*, t. XXI, p. 622; 1884.

naire pour les préparations microscopiques. Il suffit d'électrolyser la lame d'iodure d'argent liquide pour en séparer des filaments d'argent cristallisés à l'électrode négative, en même temps que de l'iode se sépare à l'électrode positive, se dissout dans le liquide et le colore en brun foncé. Si le courant persiste quelque temps, les dendrites d'argent s'étendent progressivement jusqu'à l'électrode négative et ne se redissolvent que partiellement dans l'iode en excès. La masse liquide se trouve ainsi renfermer un grand nombre de bâtonnets d'argent solide. Par le passage du courant, ceux-ci doivent croître à un bout, se dissoudre à l'autre et par suite se déplacer en apparence au sein du liquide; en réalité, les bâtonnets semblent se contracter et se dilater périodiquement et présentent au sein du liquide des mouvements analogues à ceux des amibes; en même temps ils se déplacent en zigzag, comme des infusoires : en somme, ils progressent dans le sens du courant. Si l'intensité de celui-ci est assez grande, des essaims de bâtonnets se meuvent ainsi du cathode à l'anode, tantôt denses et tantôt rares, par une série de pulsations.

Si l'on mêle à l'iodure du chlorure ou du bromure d'argent et qu'on abaisse la température, la masse se solidifie en partie, et les bâtonnets d'argent continuent à se mouvoir dans les canaux qui persistent entre les cristaux individuels.

Si on laisse la température de l'iodure d'argent pur s'abaisser suffisamment pour que la masse se solidifie complètement en cristaux réguliers, et que par suite sa couleur rouge se change en un jaune intense, et qu'on fasse ensuite passer un courant, on voit de l'argent et de l'iode se séparer aux deux électrodes comme dans l'électrolyse de l'iodure d'argent liquide, et l'iode colore la masse en brun autour de l'anode. Le courant n'a cependant qu'une courte durée, et la formation des dendrites d'argent s'arrête bientôt. Mais, si l'on intervertit fréquemment le sens du courant, le champ de vision se remplit bientôt de bâtonnets d'argent qui se déplacent dans le sens du courant.

D'après M. Lehmann, il résulte de l'ensemble des observations que le mouvement des bâtonnets d'argent n'a pas lieu *au sein* de l'iodure, car on n'aperçoit pas de déformations de la masse transparente, mais bien à sa surface, dans la couche d'air qui sépare l'iodure solide du couvercle de la préparation.

W.-F. MAGIE. — Sur les constantes capillaires, t. XXV, p. 421-437.

La méthode employée par M. Magie a été imaginée par M. Helmholtz. Elle consiste à déduire le rayon de courbure de la surface capillaire, dans un tube de très faible diamètre, de l'observation de l'image d'un petit objet linéaire fournie par cette surface. Un microscope dont l'axe coïncide avec celui du tube capillaire permet de mesurer d'une part le diamètre de l'objet, d'autre part la distance de l'image à l'objet, d'où l'on déduit le rayon de courbure r. On mesure au cathétomètre la hauteur z de la partie centrale du ménisque au-dessus de la surface libre dans un tube large en communication avec le tube capillaire, et l'on calcule la tension superficielle H par la formule

$$gdz = \frac{H}{r}; \quad (1)$$

g désigne l'accélération de la pesanteur, d la densité du liquide.

Cette méthode n'exige ni la connaissance du rayon du tube capillaire, ni celle de l'angle de raccordement : elle suppose seulement que la surface du ménisque est de révolution, et qu'elle peut être confondue avec une sphère dans la portion utilisée pour la formation des images.

Cette portion est toujours, dans les observations de M. Magie, une zone d'ouverture trop grande pour que la formule élémentaire des miroirs sphériques soit applicable : l'auteur détermine le point P de rencontre du rayon non dévié et du rayon réfléchi parallèlement à l'axe, issus tous deux de l'extrémité p de l'objet linéaire, et confond l'image avec une perpendiculaire à l'axe menée par le point P; il en déduit une formule approchée, suffisante pour le calcul des observations.

Le mercure a fourni des résultats assez peu concordants d'une expérience à l'autre, ce que M. Magie attribue à la difficulté d'obtenir et de conserver une surface mercurielle parfaitement pure. La valeur moyenne de $\frac{H}{2}$ est 45,82; elle coïncide à peu près avec la valeur 45,47, qui se déduit des expériences d'Ed. Desains [1],

[1] Ed. Desains, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e série, t. LI, p. 385; 1857.

tandis qu'elle s'éloigne beaucoup du nombre 55,03 obtenu par M. Quincke ([1]) par la méthode des gouttes.

Voici les valeurs de $\frac{H}{2}$ obtenues par M. Magie pour divers liquides qui mouillent le verre :

Substance.	Poids spécifique.	$\frac{H}{2}$.
Alcool	0,791	2,214
Eau distillée	1,000	7,226
Chloroforme	1,405	2,638
»	1,485	2,724
Pétrole	0,773	2,441
Huile d'olive	0,910	3,235
Sulfure de carbone	1,278	3,240
Essence de térébenthine	0,894	2,726
» »	0,933	2,718
» »	0,868	2,682

Ces nombres présentent un accord suffisant avec ceux que M. Quincke a obtenus, par des mesures de hauteurs dans des tubes capillaires, en admettant que l'angle de raccordement est nul. Ils diffèrent davantage de ceux que le même physicien a déduits de la mesure de l'épaisseur de gouttes. On sait que M. Quincke interprète la différence des deux sortes de résultats en admettant que l'angle de raccordement n'est exactement nul pour presque aucune substance; M. Magie l'explique par la petitesse des gouttes (2^{cm} à 3^{cm} de diamètre) employées par M. Quincke et montre qu'en calculant les expériences du physicien de Heidelberg, par une formule qui tient compte de ce diamètre, les deux sortes de mesures concordent bien mieux entre elles que M. Quincke ne l'avait pensé.

K.-R. KOCH. — Sur l'élasticité de la glace, t. XXV, p. 438-450.

M. Koch rend compte d'expériences faites par lui, les unes au Labrador où il est allé comme membre de l'expédition polaire en 1882-83, les autres à Fribourg en 1884; il détermine le coefficient d'élasticité de la glace d'après la flexion de barres prismatiques supportées par leurs extrémités et chargées par leur milieu.

([1]) Quincke, *Pogg. Ann.*, t. CXXXIX, p. 1; 1870.

La difficulté de ces expériences tient d'une part à l'évaporation, qui modifie les dimensions des barreaux pendant la durée des mesures, d'autre part à la plasticité de la glace, d'où résultent des déformations permanentes progressives, enfin à l'existence d'une élasticité résiduelle considérable. M. Koch détermine l'influence de ces diverses causes perturbatrices et trouve, en moyenne, pour valeur du coefficient d'élasticité, le nombre 641,5 (1) : les unités choisies sont le kilogramme et le millimètre carré. Cette valeur est très supérieure à celle (236,3) que M. Reusch (2) a trouvée en déterminant la hauteur du son rendu par des verges de glace ébranlées transversalement. M. Koch fait observer que l'écart de ces valeurs ne peut avoir son origine dans la différence des méthodes, car des déterminations acoustiques, faites par M. Koch, lui ont donné le nombre 884, encore plus éloigné de celui de M. Reusch.

M. THIESEN. — Sur les lois du frottement de l'air, d'après des expériences faites avec l'appareil de rotation de Shellbach, t. XXVI, p. 309-328.

On n'est pas encore bien d'accord sur les lois du frottement des fluides. L'opinion la plus répandue est que, pour de faibles vitesses, le frottement serait proportionnel à la vitesse, tandis que pour de grandes il serait proportionnel au carré de la vitesse. Il est vraisemblable que la loi générale est plus compliquée, et l'on peut se borner à admettre que le frottement dépend de la vitesse par une fonction développable en série convergente.

M. Thiesen a réalisé, en commun avec M. H. Heyne, de longues séries d'expériences consistant à faire tourner des tiges cylindriques horizontales autour d'un axe vertical passant par leur extrémité, et à mesurer l'effort nécessaire pour entretenir un mouvement de rotation uniforme, de vitesse déterminée. La transmission du mouvement s'effectue de telle sorte qu'une composante connue de la pression transmise à l'axe agit sur un gros aréomètre, au moyen duquel on évalue cette pression. Si l'on admet que la résis-

(1) Tous les barreaux étaient taillés parallèlement à la surface libre de la glace d'où ils étaient tirés.

(2) Reusch, *Wied. Ann.*, t. IX, p. 331; 1880.

tance opposée par l'air au mouvement est développable en série d'après les puissances de la vitesse, un calcul aisé permet de passer de la pression ainsi mesurée à celle qui serait nécessaire pour déplacer le cylindre que l'on emploie d'un mouvement de translation perpendiculaire à son axe, avec une vitesse uniforme.

Soient

ε la densité de l'air;
η le coefficient de frottement intérieur;
v la vitesse de translation;
L la longueur;
d le diamètre du cylindre mobile.

La pression H, d'après les expériences de M. Thiesen, s'exprime par la formule

$$H = 37,4\eta v L + 0,3972\varepsilon v^2 dL + 0,00000904 \frac{\varepsilon^2}{\eta} v^3 d^2 L,$$
$$\varepsilon = 0,001200, \qquad \eta = 0,000190,$$

les unités choisies étant les unités C. G. S.

W. KÖNIG. — Mesure de coefficients de frottement et recherches sur l'influence que l'aimantation ou l'électrisation peuvent exercer sur le frottement intérieur des liquides, t. XXV, p. 618-626.

D'expériences comparatives faites par la méthode des disques oscillants de Maxwell et par la méthode d'écoulement à travers des tubes capillaires, M. König a déduit les valeurs suivantes (C.G.S.) du coefficient de frottement de divers liquides, à une température moyenne d'environ 18° :

	Méthode		
Substance.	des disques oscillants.	de l'écoulement.	Différence pour 100.
Éther	0,00274	0,00256	6,6
Sulfure de carbone	0,00451	0,00388	14,0
Benzine légère	0,00627	0,00523	16,6
Benzine lourde	0,00862	0,00688	20,2
Eau distillée	0,01587	0,01096	31,2
Essence de térébenthine	0,02836	0,01865	34,2

Comme l'avait trouvé antérieurement M. Grotrian [1] dont M. König a adopté les dispositions, la méthode des disques oscillants donne des valeurs du coefficient de frottement plus fortes que la méthode de l'écoulement. Cette différence est proportionnellement d'autant plus grande que le coefficient à mesurer est lui-même plus grand.

L'aimantation ou l'électrisation n'exercent aucune influence appréciable sur le coefficient du frottement.

A. WINKELMANN. — Sur la diffusion des acides gras et des alcools de la série grasse, dans l'air, l'hydrogène et l'acide carbonique, t. XXVI, p. 105-134.

Ce travail fait suite à un autre, *Sur la diffusion des vapeurs des éthers homologues*, déjà analysé dans ce Journal [2], et en confirme les conclusions :

Pour les acides formique, acétique et propionique, les valeurs inverses $\frac{1}{l}$ des chemins moyens moléculaires coïncident avec les valeurs calculées par les éthers ; mais les acides butyrique et isovalérique donnent des résultats assez éloignés des valeurs prévues. M. Winkelmann attribue cet écart à l'incertitude qui règne sur la valeur exacte de la force élastique maximum des vapeurs de ces corps, difficiles à obtenir dans un état de pureté parfaite.

Pour les alcools gras, on constate, comme pour les éthers, que chaque nouvelle addition de CH^2 accroît la valeur de $\frac{1}{l}$ d'une quantité sensiblement constante, sauf pour le dernier terme de la série (alcool hexylique).

F. RÜDORF. — Sur la solubilité des mélanges salins, t. XXV, p. 626-643.

Dans un Mémoire antérieur [3], l'auteur divise les mélanges de sels de même acide en deux groupes : ceux qui donnent ou ne donnent pas une *solution saturée*. Par une solution saturée,

---

(1) Grotrian, *Pogg. Ann.*, CLVII, p. 230 et 259, 1876; *Wied. Ann.*, t. VII, p. 529; 1879.

(2) *Journal de Physique*, [2], t. IV, p. 517.

(3) Rüdorf, *Pogg. Ann.*, t. CXLVIII, p. 456 et 555.

M. Rüdorf entend une solution qui n'est pas modifiée par la présence d'un excès de l'un ou de l'autre des sels dissous.

M. Rüdorf examine vingt et un nouveaux mélanges. Parfois l'un ou l'autre des sels dissous indifféremment chasse l'autre de la dissolution : par exemple, si dans un tube à essai on verse une dissolution saturée de sulfate de cuivre ammoniacal, que l'on ajoute dans l'un quelques pincées de sulfate d'ammoniaque en poudre et que l'on agite, on constate que le liquide se décolore presque complètement : il a laissé déposer du sulfate de cuivre. Il aurait laissé déposer du sulfate d'ammoniaque si l'on avait ajouté du sulfate de cuivre.

La même manière d'être se rencontre, en général, quand il existe un sel double ou quand les deux sels mêlés sont isomorphes.

Au contraire, on obtient une solution saturée, au sens de M. Rüdorf, quand on emploie deux sels non susceptibles de se combiner, comme le chlorure de baryum et le chlorure de sodium, ou encore le nitrate de soude et le nitrate de plomb, etc.

II. — Chaleur.

W. MULLER-ERZBACH. — Valeur de la méthode des pesées pour la mesure des tensions de vapeur. Son emploi pour la comparaison de l'affinité chimique et de l'adhésion mécanique, t. XXV, p. 357-371.

Dissociation des sels hydratés. Conséquences relatives à leur constitution, t. XXVI, p. 409-423.

La méthode préconisée par M. Müller-Erzbach a été indiquée précédemment dans ce Journal [1]. Dans le premier des deux Mémoires actuels, l'auteur fait une série de comparaisons d'où il croit pouvoir conclure que sa méthode ne le cède pas en exactitude à la détermination directe des forces élastiques. Il étudie ensuite la tension de vapeur d'une poudre qui a été exposée à l'air humide (par exemple, de l'oxyde de cuivre), et il trouve qu'une portion de l'eau absorbée est retenue plus énergiquement que le reste, comme cela a lieu pour les diverses molécules de l'eau d'hydratation dans les sels.

---

[1] *Wiedemann's Annalen*, t. XXIII, p. 607; *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 521.

Dans son second Mémoire, M. Müller-Erzbach étudie la dissociation des sulfates de magnésie, de nickel, de cobalt et de fer, qui cristallisent avec 7 équivalents d'eau, des sulfates de cuivre et de manganèse qui cristallisent avec 5. La tension de vapeur de tous ces sels varie brusquement quand ils ont perdu une molécule d'eau. Une remarque singulière, c'est que, dans le passage d'une combinaison riche en eau à une combinaison plus pauvre, la perte d'eau est parfois extrêmement lente au début : ce n'est qu'après plusieurs jours qu'elle commence à se manifester régulièrement.

G. TAMMANN. — Tensions de vapeur des dissolutions salines, t. XXIV, p. 523-569.

Ce travail, entrepris en vue de découvrir les lois d'après lesquelles varient les tensions de vapeur des dissolutions salines avec le poids de sel dissous et avec sa nature chimique, comportent un nombre de mesures excessivement grand ([1]). Il avait donc pour condition essentielle l'emploi d'un procédé de mesure des plus rapides.

La dissolution saline à étudier est introduite dans l'une des branches *a* d'un tube en U contenant du mercure et portée à l'ébullition pendant deux ou trois minutes. On ferme alors à la lampe l'extrémité effilée de *a*. Cinq tubes semblables, dont quatre contenant des dissolutions différentes et le cinquième de l'eau pure, sont plongés dans un bain d'eau, constamment agitée; ils sont reliés par leur branche *b* à un flacon en communication avec un manomètre, et à l'intérieur duquel on établit la pression convenable. La force élastique maximum de chaque vapeur s'obtient en ajoutant à la pression lue au manomètre la différence de niveau positive ou négative observée dans le tube en U correspondant.

On sait que M. Wüllner ([2]) a énoncé la loi suivante :

Les abaissements de force élastique de la vapeur d'eau produits par un sel donné sont proportionnels au poids de sel dissous.

([1]) Elles sont résumées, dans le Mémoire original, en 30 pages de tableaux numériques.

([2]) Wüllner, *Pogg. Ann.*, t. CIII, p. 529; 1858.

Il résulte des expériences de M. Tammann que cette loi ne paraît s'appliquer qu'aux sels suivants :

Na^2SO^4; $(AzH^4)^2SO^4$; $MgSO^4, 6H^2O$; $BaCl^2, 2H^2O$; AzH^4Br.

Encore convient-il d'observer que ceux-ci n'ont été étudiés que dans des limites de concentration peu étendues. Les abaissements de force élastique croissent plus vite que la concentration pour

KCl; KFl; RbCl; NaCl; NaBr; NaI; NaS^2O^3;
K^2CrO^4; $LiCl, 2H^2O$; $LiBr, 2H^2O$; $LiI, 3H^2O$; $LiSO^4H^2O$;
$CaCl^2, 6H^2O$; $BaBr^2, 6H^2O$; $MgBr^2, 6H^2O$; $AzI^2O^3(SO^3), 18H^2O$.

Le contraire s'observe avec le nitrate de potasse, le nitrate de soude et le chlorate de potasse. Enfin il existe encore toute une série de sels pour lesquels l'abaissement de force élastique croît d'abord plus vite que la concentration et ensuite plus lentement; ce sont les suivants :

KBr; KI; KCAzS; AzH^4Cl; $NaClO^3$; $LiAzO^3$; $K^2CO^3, 1\frac{1}{2}H^2O$;
$GlSO^4, 4H^2O$; $CaBr^2, 6H^2O$; $SrBr^2, 6H^2O$; $MgCl^2, 6H^2O$.

Pour comparer entre eux les abaissements moléculaires de force élastique des différents sels, M. Tammann calcule les abaissements relatifs

$$\rho = \frac{F - F_1}{Fm} M \times 1000,$$

où F représente la force élastique de la vapeur d'eau pure, m le poids de sel dissous dans une quantité d'eau invariable, M le poids moléculaire. Cette quantité variant en général, pour un même sel, avec la concentration, il convient de comparer de préférence les nombres relatifs aux dissolutions les plus étendues : c'est ce que l'on a fait dans les Tableaux suivants :

Sel.	ρ.	Sel.	ρ.
KCl	330	$FeSO^4, 5H^2O$	147
KBr	322	$CuSO^4, 5H^2O$	132
KI	312	$NiSO^4, 6H^2O$	132
KFl	343	$COO^4, 6H^2O$	121
KCAzS	327	$ZnSO^4, 6H^2O$	122
K^2SO^4	347	$MnSO^4, 6H^2O$	109
KNO^3	302	$MgSO^4, 6H^2O$	143
$KClO^3$	260	$GlSO^4, 4H^2O$	141
$K^2CO^3, 1\frac{1}{2}H^2O$	391	$Gl^2(SO^4)^3, 12H^2O$	425
K^2CrO^4	409	$Al^2(SO^4)^3, 18H^2O$	209
RbCl	321	$LiCl, 2H^2O$	359
CsCl	345	$LiBr, 2H^2O$	367
NaCl	344	$LiI, 3H^2O$	347
NaBr	359	$LiAzO^3$	377
NaI	333	$LiSO^4H^2O$	348
Na^2SO^4	337		
$NaAzO^3$	302	$BaCl^2, 2H^2O$	467
$NaClO^3$	307	$SrCl^2, 6H^2O$	406
		$CaCl^2, 6H^2O$	422
Na^2CO^3	389	$MgCl^2, 6H^2O$	460
$Na^2S^2O^3$	384	$BaBr^2, 2H^2O$	505
		$SrBr^2, 6H^2O$	450
AzH^4Cl	273	$CaBr^2, 6H^2O$	513
AzH^4Br	319	$MgBr^2, 6H^2O$	504
$(AzH^4)^2SO^4$	302		

Si l'on veut bien remarquer que les dissolutions salines qui ont fourni ces nombres sont probablement beaucoup trop concentrées pour être comparables entre elles, on reconnaîtra que, pour les sels de *même composition*, les valeurs de ρ peuvent en général être considérées comme très voisines et peut-être comme égales. Quand cette circonstance ne se présente pas, il est vraisemblable qu'on n'a pas le droit de considérer comme comparables les sels dissous que l'on a en vue. Par exemple, le sulfate de glucine figure dans le Tableau précédent avec les deux formules

$$Gl^2(SO^4)^3, 12H^2O \quad \text{et} \quad GlSO^4, 4H^2O.$$

Si l'on adopte la première, le sulfate de glucine se rapproche du sulfate d'alumine; mais on voit par le Tableau que les valeurs de ρ correspondantes (425 et 209) ne peuvent être considérées

comme égales. Au contraire, la seconde formule rapproche le sulfate de glucine du sulfate de magnésie, et l'on a pour ces deux sels $\rho = 143$ et $\rho = 141$, valeurs sensiblement identiques. C'est donc la deuxième formule qui, d'après M. Tammann, exprime la véritable constitution du sulfate de glucine.

Les recherches de MM. Rüdorf (¹) et de Coppet (²) ont établi que, pour des sels de même composition, l'abaissement moléculaire du point de congélation est le même. Dans le Tableau suivant, on a réuni les valeurs ρ de l'abaissement moléculaire relatif de force élastique multiplié par 1000, et σ de l'abaissement moléculaire du point de congélation multiplié par 10.

Formule.	ρ.	σ. Rüdorf.	σ. De Coppet.
KCl	330	332	336
KBr	322	348	348
KI	312	352	352
K^2SO^4	347	350	350
$KAzO^3$	302	265	270
KCAzS	327	310	»
K^2CrO^4	409	376	381
$K^2CO^3, 1\frac{1}{2}H^2O$	391	437	396
RbCl	321	»	345
CsCl	345	»	345
$BaCl^2, 2H^2O$	467	464	»
$SrCl^2, 6H^2O$	406	449	»
$CaCl^2, 6H^2O$	422	497	»
$MgCl^2, 6H^2O$	460	470	»
NaCl	344	351	»
NaBr	359	331	339
NaI	333	337	347
Na^2SO^4	337	422	»
$NaAzO^3$	302	302	264
AzH^4Cl	273	340	348
$(AzH^4)^2SO^4$	302	355	364
$MgSO^4, 6H^2O$	143	177	180
$FeSO^4, 5H^2O$	147	»	153
$CuSO^4, 5H^2O$	132	162	175
$NiSO^4, 6H^2O$	132	154	»
$ZnSO^4, 6H^2O$	122	166	166
$MnSO^4, 6H^2O$	109	136	»

(¹) Rüdorf, *Pogg. Ann.*, t. CXLV, p. 599; 1871.

(²) De Coppet, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4ᵉ série, t. XXVI, p. 98; 1872.

Les valeurs de ρ et de σ sont, comme on le voit, sensiblement égales : en admettant que le point de congélation d'une dissolution saline est le point tel que le liquide et la glace ont même force élastique de vapeur, M. Koláčěk (¹) avait été conduit à la relation presque identique

$$\sigma = 1,045\,\rho.$$

En appliquant aux dissolutions salines les principes de la Théorie mécanique de la chaleur, M. Kirchhoff (²) a démontré que le rapport $\frac{F_1}{F}$ de la force élastique maximum de l'eau au-dessus d'une dissolution saline et au-dessus de l'eau pure doit être indépendant de la température quand la dilution du sel n'est accompagnée d'aucune évolution de chaleur. Il doit augmenter avec la température quand le sel se dissout avec dégagement de chaleur, diminuer dans le cas contraire. Voici maintenant les résultats de l'expérience.

Le rapport $\frac{F_1}{F}$ décroît quand la température s'élève pour les sels suivants :

$KClO^3$; K^2SO^4; $KAzO^3$; $KCAzS$;
KCl; KBr; KI; $CsCl$; $NaAzO^3$; $NaClO^3$; AzH^4Cl.

Ces sels se dissolvent avec absorption de chaleur, comme la théorie l'exige.

Mais, pour d'autres sels, qui se dissolvent aussi avec absorption de chaleur, le rapport $\frac{F_1}{F}$ croît quand la température s'élève, contrairement aux prévisions théoriques : ce sont

$NaCl$; Na^2CO^3; $K^2CO^3, 1\frac{1}{2}H^2O$; KFl; Na^2SO^4;
$LiAzO^3$; $Li^2SO^4H^2O$; $LiCl, 2H^2O$; $LiBr^2, 2H^2O$; $LiI, 3H^2O$;
$SrCl^2, 6H^2O$; $CaCl^2, 6H^2O$;
$MgCl^2, 6H^2O$; $BaBr^2, 2H^2O$; $SrBr^2, 6H^2O$; $CaBr^2, 6H^2O$;
$MgBr^2, 6H^2O$;
$FeSO^4, 5H^2O$; $CuSO^4, 5H^2O$;
$NiSO^4, 6H^2O$; $CoSO^4, 6H^2O$; $ZnSO^4, 6H^2O$; $MnSO^4, 6H^2O$;
$GlSO^4, 4H^2O$; $MgSO^4, 6H^2O$; $Al^2(SO^4)^3, 18H^2O$.

(¹) Koláček, *Wied. Ann.*, t. XV, p. 38; 1882.
(²) Kirchhoff, *Pogg. Ann.*, t. CIII, p. 177; 1858.

On sait que ces sels, au moins à basse température, cristallisent avec de l'eau combinée; et l'on peut essayer de faire disparaître la contradiction apparente de la théorie et de l'expérience en admettant que les sels hydratés en dissolution perdent progressivement de l'eau quand la température s'élève. La liqueur sur laquelle on expérimente contiendrait donc simultanément au moins deux hydrates distincts, et le quotient $\frac{F_1}{F}$ perdrait la signification précise que Kirchhoff lui a attribuée dans sa théorie.

Ad. BLUMCKE. — Évaluation de la quantité de glace fondue dans un calorimètre de Bunsen, t. XXVI, p. 159-160.

On évalue la quantité de glace fondue dans un calorimètre de Bunsen, soit par la lecture d'une échelle divisée, adaptée au tube capillaire dans lequel se déplace l'extrémité de la colonne de mercure, soit par la pesée du mercure aspiré dans l'appareil. A cet effet, un tube deux fois recourbé et effilé comme celui d'un thermomètre à poids pénètre dans un petit vase contenant du mercure que l'on pèse avant et après l'expérience.

M. Blümcke propose de réunir les deux méthodes, et d'employer l'échelle divisée pour connaître la marche du calorimètre avant et après l'expérience, et la pesée pour l'expérience principale. Des robinets placés à l'origine du tube capillaire et du tube coudé permettent d'établir en temps utile la communication de l'un ou de l'autre avec le corps du calorimètre.

O. EHRHARDT. — Mesures de chaleurs spécifiques et de chaleurs latentes de fusion à haute température, t. XXIV, p. 215-258.

A l'aide d'un calorimètre à eau et d'un réchauffeur spécial, dont la température peut être maintenue sensiblement constante entre 100° et 500° par une double enveloppe où circulent les produits de la combustion de becs Bunsen, M. Erhardt a étudié les chaleurs spécifiques et les chaleurs latentes de sels qui sont fusibles dans cet intervalle de température.

Entre 0° et environ 60° au-dessous du point de fusion, la quantité de chaleur qu'il faut fournir au corps pour l'échauffer est proportionnelle à l'élévation de température, exactement pour l'iodure

de plomb, sensiblement pour les chlorures d'argent et de plomb. Au-dessus de cette température la chaleur spécifique vraie augmente d'après une loi complexe et d'autant plus vite qu'on se rapproche davantage du point de fusion. Cet accroissement va jusqu'au quintuple pour le bromure de plomb; il est encore plus grand pour l'iodure. Ces substances ne se liquéfient donc pas brusquement, mais absorbent progressivement leur chaleur latente de fusion (sans doute en passant par un état pâteux?). La chaleur spécifique à l'état liquide paraît sensiblement constante au-dessus d'une certaine température.

On peut prendre pour vraie valeur de la chaleur latente la différence des ordonnées des deux droites représentant la marche de l'absorption de chaleur à l'état solide et à l'état liquide, ces deux droites étant prolongées jusqu'au point de fusion.

Voici les résultats généraux des expériences :

Substance.	Chaleur spécifique à l'état solide.	liquide.	Point de fusion environ.	Chaleur latente de fusion.
Chlorure d'argent.......	0,0980	»	490°	»
Chlorure de plomb......	0,0710	0,1035	485	20,90
Bromure de plomb......	0,0534	»	490	12,34
Iodure de plomb........	0,0430	0,0645	375	11,50

Les nombres relatifs au chlorure et à l'iodure de plomb vérifient la relation empirique de Person entre la chaleur latente de fusion, la température de fusion et la différence des chaleurs spécifiques à l'état liquide et à l'état solide.

E. WIEDEMANN et CH. LUDECKING. — Dégagement de chaleur par l'hydratation et la dissolution des colloïdes, t. XXV, p. 145-153.

D'expériences faites en ajoutant progressivement de l'eau à divers colloïdes (gélatine, gomme arabique, gomme adragante, dextrine, amidon, etc.) les auteurs concluent que la dissolution de ces corps se fait en deux temps. Ils s'hydratent d'abord en dégageant de la chaleur, puis l'hydrate formé se dissout dans l'eau en excès, avec abaissement de température.

M. THIESEN. — Sur l'équation qui lie la pression, la température et le volume d'un corps (*Zustandgleichung*), t. XXIV, p. 467-492.

On connaît l'équation de Clausius

$$(1) \qquad RT = (v - \alpha)\left[p + \frac{\Theta}{(v + \beta)^2}\right],$$

dans laquelle p, v, T représentent la pression, le volume et la température, α et β des constantes, enfin Θ une fonction arbitraire de la température. On sait aussi les diverses applications qui en ont été faites soit aux gaz, soit à quelques liquides comme l'eau et l'éther. Ces essais ont paru donner des résultats conformes à l'expérience, tout au moins tant que l'on n'a calculé que les observations qui ont servi à déterminer les constantes. Mais si, pour l'éther par exemple, on veut déduire de la formule de Clausius le coefficient de compressibilité, on trouve 0,000239 à 0° et 0,001111 à 100°. Ces nombres sont sensiblement deux fois trop grands. De même, si l'on calcule la différence des chaleurs spécifiques de l'éther liquide et gazeux, on trouve des nombres qui sont de 30 pour 100 à 60 pour 100 plus petits que ceux qui résultent des expériences de E. Wiedemann, de Regnault et de Hirn. M. Thiesen en conclut que la formule de Clausius est impuissante à exprimer la relation entre p, v et T au degré d'approximation que comportent les expériences.

Il propose de substituer à la formule de Clausius l'expression empirique suivante

$$(2) \qquad p = RT\delta(1 + T_1\delta + T_2\delta^2 + T_3\delta^3 + \ldots),$$

où p représente la pression, T la température, δ la densité, R une constante, enfin T_1, T_2, ... des fonctions de la température. Cette formule offre l'avantage de se réduire à l'expression de la loi de Mariotte quand on fait tendre δ vers 0, conformément à toutes les observations publiées jusqu'ici.

En s'arrêtant aux termes du troisième ordre, la formule de M. Thiesen donne les expressions suivantes de la densité δ, des coefficients α, β, γ de tension, de dilatation et de compressibilité, et des chaleurs spécifiques C_p et C_v sous pression constante et sous

volume constant :

$$\delta = \frac{p}{RT}\left(1 - \frac{T_1}{T}\,\frac{p}{R} + \frac{2T_1^2 - T_2}{T_2}\,\frac{p^2}{R^2} - \frac{5T_1^3 - 5T_1T_2 + T_3}{T_3}\,\frac{p^3}{R^3}\right),$$

$$\alpha = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_\delta = R\delta[1 + (TT_1)'\delta + (TT_2)'\delta^2 + (TT_3)'\delta^3],$$

$$\beta = -\frac{1}{\delta^2}\left(\frac{\partial \delta}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{\delta T}[1 + (TT'_1 - T_1)\delta + (TT'_2 - 2T_2 + 2T_1^2 - 2TT_1T'_1)\delta^2$$
$$+ (TT'_3 - 3T_3 - 2TT_1T'_2 + 7T_1T_2 - 3TT_2T'_1 + 4TT_1^2T'_1 - 4T_1^3)\delta^3],$$

$$\gamma = \frac{1}{\delta^2}\left(\frac{d\delta}{\partial p}\right)_T = \frac{1}{\delta^2 RT}[1 - 2T_1\delta + (4T_1^2 - 3T_2)\delta^2 - (8T_1^3 - 12T_1T_2 + 4T_3)\delta^3],$$

$$\beta = \alpha\gamma,$$

$$C_p - C_v = \alpha\beta T = R\{1 + 2TT'_1\delta + [2TT'_2 - T_2 + (TT'_1 - T_1)^2]\delta^2$$
$$+ 2[TT'_3 - T_3 + (TT'_2 - 2T_2 + T_1^2 - TT_1T'_1)(TT'_1 - T_1)\delta^3]\},$$

$$C_v = R\tau - RT\delta\left[(TT_1)'' + (TT_2)''\frac{\delta^2}{2} + (TT_3)''\frac{\delta^3}{3}\right].$$

Dans cette dernière formule τ est une constante, si l'on admet que, pour de très faibles densités, les chaleurs spécifiques sont indépendantes de la température.

M. Thiesen fait l'application de ces formules à l'acide carbonique en utilisant les expériences de Regnault : 1° sur la densité de l'acide carbonique à 0° et à 100°; 2° sur le coefficient de dilatation de ce gaz et 3° sur sa compressibilité. Ces expériences concordent bien entre elles, mais sont, à elles seules, insuffisantes pour déterminer la forme des fonctions T_1, T_2 et T_3.

L. ARONS. — Chaleur de dilution et capacité calorifique des dissolutions salines, t. XXV, p. 408-416.

Kirchhoff [1] et Helmholtz [2] ont déduit des principes de la Théorie mécanique de la chaleur des formules qui permettent de calculer la chaleur de dissolution des sels et la capacité calorifique des dissolutions obtenues, quand on connaît les forces élastiques maxima de la vapeur d'eau et des dissolutions salines pour les diverses températures. Des calculs de vérification entrepris par

(1) Kirchhoff, *Pogg. Ann.*, t. CIII, p. 177; 1858.
(2) Helmholtz, *Berl. Monatsberichte*, juillet 1882.

Kirchhoff lui-même, au moyen de données calorimétriques empruntées à M. Thomsen, n'ont pas donné de résultats satisfaisants.

1. Pour les chaleurs de dissolution W, la formule de Helmholtz est

$$W = - R\theta^2 \frac{\partial}{\partial\theta} \log \frac{P}{p}, \tag{1}$$

où R est la constante de la loi de Mariotte, P la force élastique maximum de la vapeur d'eau pure, p celle de la vapeur émise par la dissolution saline à la température absolue θ. Or on sait que, d'après von Babo [1], l'on aurait pour tous les sels $\frac{P}{p} = A$, A étant une constante caractéristique pour chaque sel; et que, d'après Wüllner, la loi de Babo, inexacte dans le cas général, est cependant applicable aux dissolutions de chlorure de sodium et de sulfate de soude. Pour ces deux sels, on devrait donc avoir $\log \frac{P}{p} = 0$ et $W = 0$. Or Thomsen a mesuré les chaleurs de dissolution de ces deux sels et ne les a pas trouvées nulles.

Pour les autres sels, Wüllner [2] a substitué à la loi de Babo la relation

$$P - p = amP + bmP^2, \tag{2}$$

dans laquelle a et b sont des constantes et m représente le quotient $\frac{100s}{w}$; s et w sont les poids du sel et de l'eau contenus dans la dissolution. A l'aide de la formule de Wüllner, on peut calculer $\frac{\partial}{\partial\theta} \log \frac{P}{p}$ et par suite W; il suffit de connaître $\frac{\partial P}{\partial\theta}$, qui se déduit des Tables de Regnault. Pour comparer dans ce cas la formule de Helmholtz à l'expérience, on supposera qu'un poids fixe de sel, égal à 85gr, est primitivement dissous dans le poids d'eau W_1 et que l'on étend la liqueur jusqu'à ce qu'elle contienne un poids d'eau W_2. Thomsen [3] a réalisé des expériences de cette espèce sur le nitrate de soude. Dans le Tableau suivant, les nombres entre pa-

(1) Von Babo, *Berichte der Freib. Naturf.*, t. XVII et XVIII.
(2) Wüllner, *Pogg. Ann.*, t. CIII, p. 529; 1858.
(3) Thomsen, *Thermochemische Untersuchungen*, t. III, p. 97.

renthèses sont les nombres calculés, les autres les nombres observés

W_1.		450.	900.	1800.	3600
$W_2 =$ 108......		—1131	—1644,0	—1930,0	—2096,0
		(— 115)	(— 166,0)	(— 215,0)	(— 264,0)
450......		»	— 513,0	— 799,0	— 965,0
		»	(— 50,9)	(— 99,9)	(— 149,0)
900......		»	»	— 286,0	— 452,0
		»	»	(— 49,4)	(— 98,2)
1800......		»	»	»	— 166,0
		»	»	»	(— 48,8)

On voit que ces nombres ne sont nullement comparables entre eux.

La formule (1) de Helmholtz a été établie en supposant que les lois de Gay-Lussac et de Mariotte sont applicables à la vapeur. Il y avait lieu de se demander si l'accord de la théorie et de l'expérience ne serait pas meilleur en appliquant la formule de Clausius (¹)

$$\frac{p}{R\theta} = \frac{1}{v-\alpha} - \frac{A\theta^{-n} - B}{(v+\beta)^2},$$

$$R = 47,05, \quad \alpha = 0,000754, \quad \beta = 0,001315,$$
$$A = 45,17, \quad n = 1,24, \quad B = 0,00737.$$

La formule (1) de Helmholtz devient alors

$$(3)\quad W = vp - VP - \theta\left(\frac{\partial p}{\partial\theta}v - \frac{\partial P}{\partial\theta}V\right) - R\theta^{1-n}nA\left(\frac{1}{v+\beta} - \frac{1}{V+\beta}\right),$$

et n'est plus en contradiction nécessaire avec la loi de Babo. M. Arons a réuni les données nécessaires pour le calcul de W relatif au chlorure de sodium, sel qui obéit, comme on sait, à cette loi. Les nombres calculés sont, il est vrai, du même ordre de grandeur que ceux fournis par les expériences de Thomsen, mais ils varient suivant une loi absolument différente.

2. En ce qui concerne la capacité calorifique des dissolutions

(¹) Clausius, *Wied. Ann.*, t. XIV, p. 703; 1881. Le volume v est évalué en mètres cubes, la pression p en kilogrammes.

salines, Kirchhoff donne la formule

$$(4)\qquad C = c' + m\gamma - \frac{R}{k}\frac{\partial}{\partial\theta}\theta^2\int_0^m dx\frac{\partial}{\partial\theta}\log\frac{p}{\theta};$$

c' est la chaleur spécifique du sel solide, $\gamma = 0{,}364$ la chaleur spécifique sous volume constant de la vapeur d'eau suffisamment raréfiée, m le poids d'eau uni à l'unité de poids du sel, $\frac{R}{k}$ est une constante dont Kirchhoff donne la valeur $\frac{R}{k} = 0{,}111$. Pour les sels qui obéissent à la loi de Babo

$$(5)\qquad p = aP,$$

cette formule devient

$$C = c' + M\left\{\gamma - \frac{R}{k}\frac{\theta^2}{P}\left[\frac{\partial^2 P}{\partial\theta^2} + 2\frac{1}{\theta}\frac{\partial P}{\partial\theta} - \frac{P}{\theta^2} - \frac{1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial\theta}\right)^2\right]\right\}.$$

Si l'on veut la traduire en nombres, il faut connaître les valeurs de P, $\frac{\partial P}{\partial\theta}$, $\frac{\partial^2 P}{\partial\theta^2}$ à la température de 18° à laquelle se rapportent les expériences de Thomsen. Or, d'après Clausius, $\frac{\partial^2 P}{\partial\theta^2}$ a pour valeur 0,052 entre 17° et 18°; 0,055 entre 18° et 19°; suivant que l'on attribue à $\frac{\partial^2 P}{\partial\theta^2}$ l'une ou l'autre valeur, le coefficient entre crochets change de signe, et, avec la dernière valeur, la chaleur spécifique C deviendrait même négative. M. Arons cherche par tâtonnements la valeur de $\frac{\partial^2 P}{\partial\theta^2}$ qui fournit des valeurs de C conformes à l'expérience et trouve $\frac{\partial^2 P}{\partial\theta^2} = 0{,}0529$, valeur parfaitement acceptable, puisqu'elle est comprise entre les deux autres.

Avec cette valeur particulière de $\frac{\partial^2 P}{\partial\theta^2}$, il se trouve que la chaleur spécifique d'une dissolution doit sensiblement se confondre avec celle de l'eau qu'elle contient, ce qui est conforme aux observations de Thomsen; mais il suffirait d'altérer le dernier chiffre de quelques unités pour obtenir des résultats tout à fait différents. Il est donc assez difficile de voir là une vérification sérieuse de la formule de Kirchhoff.

En résumé, le résultat des calculs de M. Arons est purement

négatif. Les formules du genre de celle de M. Clausius, contenant des coefficients déterminés par l'expérience avec plus ou moins d'exactitude, peuvent suffire à représenter avec assez d'approximation la dilatation et la compressibilité d'une vapeur : elles ne doivent pas être considérées comme l'expression rigoureuse de lois naturelles. Ainsi que l'a observé M. Thiesen, leur insuffisance se révèle dès qu'on veut les appliquer au calcul de quantités physiques autres que celles d'où leurs coefficients ont été déduits.

E. ET L. NATANSON. — Sur la dissociation de la vapeur d'acide hypoazotique, t. XXIV, p. 454-467.

On a proposé plusieurs théories de la dissociation, et notamment de la dissociation des gaz (¹), mais aucune d'elles ne peut être considérée comme démontrée expérimentalement.

MM. Natanson ont étudié les propriétés de la vapeur d'acide hypoazotique à des températures voisines de 20°, dans le but de contrôler sur un cas particulier les prévisions de la théorie. Ils ont déterminé : 1° la loi de variation de la densité de l'acide hypoazotique à température constante; 2° le rapport des chaleurs spécifiques de cette vapeur à pression constante et à volume constant. A cet effet, ils ont employé un petit appareil en verre qui leur permettait de mesurer simultanément la densité de vapeur de l'acide hypoazotique par une méthode dérivée de celle de Meyer, et la vitesse du son dans cette vapeur, par la méthode de Kundt. De la connaissance de la vitesse du son, on déduit le rapport des chaleurs spécifiques.

1° *Densités de vapeur.* — On remplit d'air, à une pression sensiblement égale à celle que doit posséder la vapeur, un espace

(¹) GULDBERG et WAAGE, *Kolbe's Journal,* t. XIX, p. 69; 1879. LEMOINE, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4ᵉ série, t. XXVII, p. 289; 1872. HORSTMANN, *Liebig's Ann.*, t. CLXX, p. 192; 1873. HICKS, *Phil. Mag.*, 5ᵉ série, t. III, p. 401, 1877; t. IV, p. 80 et 174; 1877. GIBBS, *Silliman's Journal,* t. XVIII, p. 277; 1879. VAN DER WAALS, *Beiblätter,* t. IV, p. 249; 1880. MOUTIER, *Repertorium der Physik*, t. XIX, p. 675; 1883. BOLTZMANN, *Wied. Ann.*, t. XXII, p. 39; 1884. J.-J. THOMSON, *Phil. Mag.*, 5ᵉ série, t. XVIII, p. 233; 1884.

connu A en communication, par un fil de verre creux ([1]), avec un manomètre à mercure; d'autre part, on introduit un poids connu P d'acide hypoazotique liquide, dans un second espace connu B préalablement bien desséché et vidé d'air. Cet espace communique par un fil de verre creux avec le tube destiné à entrer en vibration pour la mesure de la vitesse du son et est séparé par un robinet de l'espace A. Une demi-heure après l'introduction et la volatilisation de l'acide hypoazotique, on lit la pression et la température de l'air enfermé dans A; puis on ouvre le robinet de communication et l'on répète les mêmes lectures. Imaginons que la pression p et la température t soient demeurées invariables. Alors le poids P d'acide hypoazotique remplirait le volume total de l'espace B et du tube de Kundt sous la pression p et à la température t, d'où la densité; mais, en général, le manomètre indique une pression p_1 un peu différente, et la température peut aussi avoir varié légèrement. Un calcul facile, fondé sur l'application de la loi de Mariotte et de la loi de Gay-Lussac dans le petit intervalle de p à p_1 et de t à t_1, permet alors de déterminer la densité. On voit qu'il est indispensable que des expériences préalables aient donné, avec quelque approximation, la valeur de la pression p qu'il faut employer.

2° *Rapport des chaleurs spécifiques.* — Aussitôt après ces mesures, on met en vibration le tube de Kundt, compris dans l'espace B, et l'on mesure la distance l de deux nœuds marqués par du sable fin. On remplace ensuite l'acide hypoazotique par de l'air, et l'on trouve une nouvelle valeur l_1 de la distance des nœuds. Si l'acide hypoazotique obéissait aux lois de Mariotte et de Gay-Lussac, le rapport γ des chaleurs spécifiques serait donné par la formule

$$(1) \qquad \gamma = 1,4053 \left(\frac{l}{l_1}\right)^2 \left(\frac{d}{d_1}\right) \left(\frac{1+\alpha t_1}{1+\alpha t}\right);$$

mais, dans les conditions présentes, cette formule ne s'applique pas, et, pour pouvoir calculer l, il est nécessaire de savoir comment la pression à température constante dépend de la densité.

([1]) *Kundt'sche Glasfaden.*

Les expériences de MM. Natanson sur les densités de vapeur sont fidèlement représentées par la formule

$$(2) \qquad p = \mathrm{A}\frac{d-\delta_1}{(2\delta_2-d)^2},$$

dans laquelle A, δ_1 et δ_2 sont des constantes. Admettant cette formule, on calcule le rapport $\frac{\partial p}{\partial v}$ à température constante, qui entre dans l'expression de la vitesse du son, et l'on trouve pour γ l'expression

$$(3) \quad \gamma = 1,4053\left(\frac{l}{l_1}\right)^2\left(\frac{d}{d_1}\right)\left(\frac{1+\alpha t_1}{1+\alpha t}\right)\left[\frac{1}{1-\frac{(d-\delta_1)(2\delta_2-d)}{(2\delta_2-d)\delta_1+(d-\delta_1)4\delta_2}}\right],$$

qui a été employée pour le calcul.

La formule empirique donnant p est de la forme de celles qui ont été introduites théoriquement par MM. Gibbs, Boltzmann, van der Waals et J.-J. Thomson. D'après ces savants, on aurait

$$(4) \qquad p = \mathrm{A}_1\frac{d-\delta}{(2\delta-d)^2}.$$

A_1 est une fonction de la température, et δ représente la densité normale 1,589 du corps résultant de la dissociation complète de l'acide hypoazotique. Il suffit de faire $\delta_1 = \delta_2 = \delta$ dans la formule (3) pour obtenir la formule (4) comme cas particulier. MM. Natanson font

$$\delta_1 = 1,579,$$
$$\delta_2 = 1,609,$$
$$\log \mathrm{A} = 2,1033264,$$

à la température de 21°C. Leur formule coïncide presque avec celle de Gibbs-Boltzmann et toutes deux représentent très approximativement le résultat des expériences.

La densité de vapeur croît de 2,049 (pour une pression de $43^{\mathrm{mm}},58$) à 2,746 (pour une pression de $640^{\mathrm{mm}},76$), à la température de 21°; le rapport γ décroît, dans les mêmes limites, de 1,274 à 1,172. Il y a lieu de remarquer que γ est en général d'autant plus petit que la molécule gazeuse est plus complexe. La valeur 1,27 s'écarte peu de celle qui convient à un gaz triatomique, tandis que 1,17 se rapproche des nombres qui fournissent les gaz à 5

ou 6 atomes. On peut invoquer cette variation du rapport γ comme une nouvelle preuve de la dissociation de la molécule complexe Az^2O^4 en deux molécules AzO^2.

L. BOLTZMANN. — Sur la possibilité de fonder une théorie cinétique des gaz, en n'employant que des forces attractives, t. XXIV, p. 37-44.

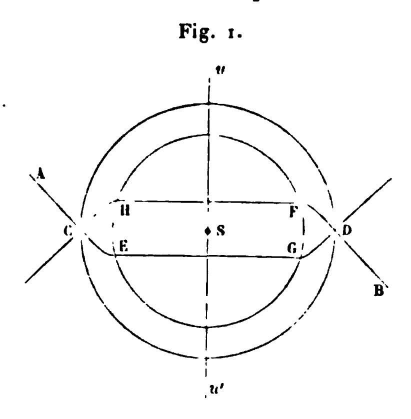
Les fondateurs de la théorie cinétique des gaz considéraient, et l'on considère habituellement les molécules gazeuses comme des sphères élastiques solides infiniment peu déformables. Cependant Maxwell (¹) a aussi traité le cas où les molécules gazeuses seraient de simples centres de force, dénués d'étendue, et exerçant des actions répulsives en raison inverse de la cinquième puissance de la distance. M. Boltzmann examine s'il ne serait pas possible de substituer des forces attractives aux forces répulsives invoquées par Maxwell.

Il suppose en premier lieu que deux molécules gazeuses sont sans action l'une sur l'autre tant que leur distance est supérieure à une certaine limite δ, qu'elles s'attirent alors subitement avec une extrême puissance, et que toute action cesse, dès que la distance des molécules devient inférieure à une valeur ε telle que $\frac{\delta-\varepsilon}{\delta}$ soit un infiniment petit. Considérons, dans cette hypothèse, deux molécules égales, et examinons quel est le mouvement dont elles sont animées par rapport au centre de gravité S du système qu'elles forment (*fig.* 1). Les deux molécules se meuvent en sens contraire dans des directions parallèles AC, BD, avec des vitesses égales. Dès que leur distance atteint la valeur δ, les trajectoires se courbent, en restant à chaque instant parallèles, puisque le centre de gravité est immobile ; les vitesses augmentent en valeur absolue et deviennent infinies quand la distance est ε ; les deux molécules marchent alors l'une vers l'autre, mais, cessant de s'attirer, elles conservent leurs vitesses, se croisent et atteignent la distance ε du côté opposé ; leurs vitesses diminuent alors et leurs trajectoires, par raison de symétrie, éprouvent, en sens inverse, la même modification que celle à laquelle elles avaient été soumises pendant la

(¹) MAXWELL, *Phil. Mag.*, 4ᵉ série, t. XXXV, p. 129 et 185 ; 1868.

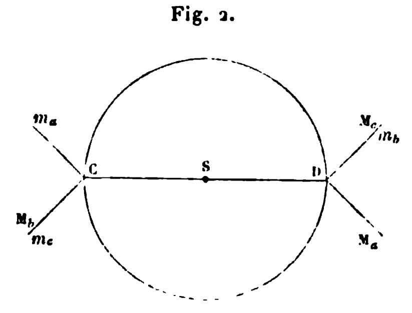
phase d'approche; elles s'éloignent donc avec la même vitesse finie qu'elles possédaient avant le choc, mais symétriquement par rapport à la perpendiculaire uu' à la ligne CD. Le temps employé à parcourir l'espace CD est infiniment petit.

Fig. 1.



Passons à la limite, c'est-à-dire supposons l'attraction infinie dans l'espace $\delta - \varepsilon$ infiniment petit; la *fig.* 1 se transforme dans la *fig.* 2.

Fig. 2.



Les flèches m_a et M_a représentent les vitesses des deux molécules avant leur action réciproque, m_b et M_b après cette action. Si l'on considérait les molécules comme des sphères élastiques, les vitesses après le choc seraient m_c et M_c. On voit donc que l'hypothèse de M. Boltzmann revient à celle du choc des sphères élastiques, à la condition d'échanger entre elles les vitesses des molécules, ou, si l'on veut, en remplaçant un axe de symétrie par un autre perpendiculaire au premier. L'expérience ne peut donc permettre de se prononcer pour l'une ou l'autre de ces hypothèses.

M. Boltzmann examine encore le cas où les molécules gazeuses s'attireraient en raison inverse de la cinquième puissance de la distance; mais, pour éviter la difficulté résultant de ce que l'attraction deviendrait infinie à une distance nulle, il suppose que cette attraction s'annule au-dessous d'une certaine distance ε très petite, ou encore que les molécules gazeuses sont élastiques. Ces deux hypothèses reviennent l'une et l'autre à substituer à un axe de symétrie du mouvement de deux molécules un axe de symétrie à 90° du premier, et à changer la valeur numérique d'intégrales qui interviennent dans la théorie de Maxwell.

En somme, le Mémoire de M. Boltzmann établit la possibilité de fonder la théorie cinétique des gaz en n'invoquant que des forces attractives, mais à la condition expresse d'admettre que ces forces cessent de s'exercer à des distances infiniment petites.

L. GRAETZ. — Sur la conductibilité calorifique des liquides; t. XXV, p. 337-357.

Dans un Mémoire antérieur, M. Graetz [1] a indiqué une méthode nouvelle pour la mesure de la conductibilité calorifique des liquides : elle consiste essentiellement à faire écouler un liquide dont la température est T_1 à travers un tube métallique étroit dont la surface extérieure est maintenue à la température $T_0 < T_1$, et à évaluer la température moyenne U et le volume W du liquide écoulé dans un temps donné, lorsque l'état stationnaire est établi. En admettant que l'écoulement des liquides dans les tubes étroits est régi par la loi de Poiseuille, la détermination du coefficient de conductibilité interne dépend de la solution d'une équation aux différences partielles du second ordre, qui ne renferme d'autres constantes à déterminer par l'expérience que la vitesse moyenne d'écoulement et le rayon du tube : la méthode de M. Graetz offre donc, par rapport aux autres méthodes fondées sur l'observation d'un état stationnaire, l'avantage d'être indépendante du coefficient de conductibilité externe. On observera en revanche qu'elle est bien indirecte et détournée.

Dans son Mémoire actuel, M. Graetz complète la théorie ma-

---

[1] *Wied. Ann.*, t. XVIII, p. 179; 1883.

thématique de sa méthode, et il publie le résultat d'un assez grand nombre d'expériences. Conformément à une remarque de M. F. Weber (¹), M. Graetz reconnaît que le quotient $a^2 = \frac{k}{\rho c}$ du coefficient de conductibilité interne k par le produit de la densité ρ et de la chaleur spécifique c est un nombre peu variable d'un liquide à un autre. Il donne à cette quantité a^2 le nom de coefficient de conductibilité des températures (*Temperaturleitungsfähigkeit*). Le Tableau suivant donne les valeurs de k et de a^2, en prenant pour unités le centimètre, le gramme et la minute.

Substance.	k.	a^2.
$KClO^3$ en dissolution ($\rho = 1,026$)...	0,0695	0,0692
NaCl » ($\rho = 1,153$)...	0,0671	0,0714
Glycérine........................	0,0382	0,0523
Alcool........................	0,0327	0,0661
Éther........................	0,0227	0,0575
Pétrole........................	0,0213	0,0534
Essence de térébenthine...........	0,0195	0,0506
Sulfure de carbone................	0,0160	0,0529

Les valeurs relatives de k sont assez bien d'accord avec celles qui ont été données par M. F. Weber, sauf pour le sulfure de carbone, mais les valeurs absolues sont plus petites. Ainsi, M. F. Weber donne, pour la glycérine, $k = 0,0402$, pour l'éther 0,0243, et, d'après les calculs de M. Lorberg (²), ces valeurs devraient encore être augmentées de 10 pour 100.

Les valeurs de a_2 sont toutes comprises entre 0,0714 (solution de chlorure de sodium) et 0,0506 (essence de térébenthine); elles diffèrent à peine pour la glycérine et l'éther. On remarquera à ce sujet que le coefficient de frottement intérieur est environ 1000 fois plus grand pour la glycérine que pour l'éther. La conductibilité calorifique et le frottement intérieur, qui, dans le cas des gaz, suivent les mêmes lois, obéissent pour les liquides à des lois absolument différentes.

Pour tous les liquides étudiés par M. Graetz, la conductibilité

(¹) *Wied. Ann.*, t. X, p. 316; 1880.

(²) Lorberg, *Wied. Ann.*, t. XIV, p. 291; 1881.

calorifique croît avec la température de $\frac{1}{2}$ à 1 pour 100 par degré. On sait au contraire que le coefficient de frottement décroît rapidement quand la température s'élève.

Sans avoir sur la constitution cinétique des liquides des notions aussi précises que celles que l'on possède sur celle des gaz, on peut, d'après M. Graetz, se rendre compte de la différence que présentent les liquides et les gaz sous le rapport du frottement intérieur et de la conductibilité calorifique. Le mécanisme des deux phénomènes demeure au fond le même pour les deux sortes de fluides, mais l'action des forces intérieures, négligeable dans le cas des gaz, intervient pour les liquides, d'une manière différente suivant que l'on considère la conductibilité ou le frottement intérieur. En ce qui concerne la conductibilité, au transport d'énergie dans le sens des températures décroissantes résultant des chocs moléculaires il faut en ajouter un autre, tenant à ce que le liquide le plus froid est aussi le plus dense, et que par suite l'attraction moléculaire résultante, au lieu d'être nulle en moyenne partout ailleurs qu'à la surface libre, s'exerce sur chaque molécule dans la direction des températures décroissantes : les forces intérieures interviennent donc dans le phénomène de la conductibilité calorifique, mais seulement en tant qu'elles dépendent de la température, c'est-à-dire par des variations infiniment petites. Au contraire, si l'on considère le frottement intérieur, une couche qui glisse parallèlement à elle-même entraîne les couches voisines non seulement par suite des chocs moléculaires, mais aussi et surtout en vertu de l'attraction exercée sur chaque molécule par les molécules voisines : cette attraction, qui influe à peine sur la conductibilité, joue donc le rôle principal dans le frottement intérieur.

A. SCHLEIERMACHER. — Variation du rayonnement avec la température et loi de Stefan, t. XXVI, p. 287-308.

Le corps rayonnant est un fil de platine nu ou recouvert d'oxyde de cuivre, que l'on échauffe par un courant, à l'intérieur d'une enveloppe de verre, jusqu'à ce qu'il ait atteint une température stationnaire. A partir de ce moment, la chaleur rayonnée par l'appareil est égale à celle qui est dégagée par le courant i à travers la résistance r du fil : sa mesure se ramène donc à celles de i et de

r. Quant à la température, on la détermine aussi par la mesure de r, si, par des expériences préliminaires, on a établi la loi de variation de la résistance du fil avec la température, mesurée par un thermomètre à air à réservoir de porcelaine.

Très simple en théorie, la méthode de M. Schleiermacher soulève pratiquement une multitude de difficultés que l'auteur cherche à écarter par la disposition qu'il donne aux appareils. La partie du fil dont il mesure la résistance est seulement la partie moyenne, dont la température n'est pas modifiée par l'influence de l'enveloppe de verre et des conducteurs terminaux; ceux-ci sont disposés de manière à tendre le fil, malgré la dilatation qu'il éprouve par le passage du courant, et à le maintenir suivant l'axe du tube.

Puisque le fil est dans une situation invariable, on peut admettre que l'influence des parois est bien déterminée. Les parois agissent sur le fil : 1° par la chaleur qu'elles émettent; 2° par celle qu'elles réfléchissent. La perte de chaleur éprouvée par le fil n'est que la différence de celle qu'il rayonne et de celle qu'il reçoit pour ces deux causes.

Si la loi de Stefan est exacte, la chaleur rayonnée par le fil à la température absolue T peut être représentée par AT^4. D'après un calcul de M. Christiansen [1], celle qui sera perdue par l'appareil, dont les parois sont à la température absolue T', sera

$$\frac{sa'A}{a' + (1 - a')a\frac{s}{s'}}(T^4 - T'^4);$$

s est la surface du corps rayonnant, s' celle de l'enceinte, a et a' sont les pouvoirs absorbants des deux corps.

L'application de la formule de M. Christiansen donne des valeurs de A croissant avec la température T. Cette formule n'est donc pas rigoureusement applicable aux expériences. M. Schleiermacher pense qu'il faut voir là, non l'effet d'une cause d'erreur expérimentale, mais bien la preuve que la loi de Stefan n'est pas rigoureusement applicable au faisceau complexe de radiations émises par le platine ou l'oxyde de cuivre.

(1) CHRISTIANSEN, *Wied. Ann.*, t. XIX, p. 270; 1883.

Tandis que la constante A, relative à un corps parfaitement noir, serait, d'après Christiansen, égale à $1,21.10^{-12}$, le calcul des expériences de l'auteur, réalisé pour des températures élevées, donne pour le platine $A = 0,177$ à $0,185.10^{-12}$ vers 1117° et pour l'oxyde de cuivre $A = 0,750.10^{-12}$ vers 965.

III. — Optique.

C. CHRISTIANSEN. — Recherches sur les propriétés optiques des corps finement divisés, t. XXIV, p. 439.

Dans un travail antérieur [1], l'auteur a établi qu'un mélange d'un corps pulvérulent et d'un liquide se comporte, dans certaines circonstances, comme un corps optiquement homogène. Le Mémoire actuel comprend un certain nombre d'applications.

L'hydrophane est une variété de silice qui doit sa propriété de devenir transparente dans l'eau à ce qu'une partie (40 pour 100) de son volume apparent est occupée par de l'air. M. Christiansen taille un petit prisme dans de l'hydrophane et l'immerge dans une cuve à faces parallèles contenant divers liquides : il mesure l'indice de réfraction du prisme pour les raies C, D, F, et, connaissant l'indice de réfraction du liquide, il en déduit celui de la matière du prisme; les résultats obtenus avec les divers liquides présentent entre eux une coïncidence suffisante. Le tabaschir donne des résultats analogues.

Pour vérifier les formules qu'il a proposées, l'auteur détermine aussi directement l'indice de réfraction de prismes de différentes substances, telles que le crown, le chlorure de sodium, etc.; il pulvérise ensuite ces prismes, immerge la poudre dans un liquide et détermine à nouveau leur indice à l'aide des formules. La concordance est très satisfaisante.

L. WEBER. — Mesures de l'intensité de la lumière diffuse du jour, t. XXVI, p. 374-390.

Il est nécessaire de définir avec précision ce qu'on entend par intensité de la lumière diffuse en un point P. M. Weber suppose

---

[1] *Journal de Physique*, [2], t. IV, p. 533.

placé en ce point un élément de surface de direction arbitraire; la quantité de lumière reçue par cet élément dépend des conditions de l'éclairage et de la direction de l'élément. Pour un éclairage donné, on porte suivant la normale à l'élément une longueur proportionnelle à la quantité de lumière reçue : le lieu de l'extrémité de cette normale forme ce que l'auteur appelle le solide d'éclairement (*Helligkeitskörper*). Il caractérise l'intensité de la lumière diffuse au point P.

Si l'on admet l'exactitude de la loi du cosinus, il est possible de déterminer le solide d'éclairement correspondant à une source lumineuse donnée. Quand elle se réduit à un point très éloigné, le solide d'éclairement est une sphère. Dans le cas d'une source hémisphérique creuse, d'éclat uniforme, le solide d'éclairement au centre de la base de l'hémisphère est une cardioïde de révolution. Ces deux cas correspondent sensiblement, le premier, à l'éclairement d'un point du sol par une source comme le soleil, le second à l'éclairement d'un point du sol par la voûte céleste supposée d'un éclat uniforme.

Des expériences faites au moyen d'une source artificielle [par exemple, celles de M. Kononowitsch (1)] montrent que l'élément d'une surface diffusante, telle que le carton blanc, n'obéit pas à la loi du cosinus; mais l'auteur trouve que la quantité de lumière qui a traversé un verre dépoli laiteux peut être calculée par la loi du cosinus avec une exactitude suffisante pour qu'on attribue les écarts aux incertitudes de l'expérience.

Cela posé, M. Weber emploie un photomètre très simple (2) et qui lui permet de comparer l'éclat de la lumière transmise par une plaque de verre dépoli A, éclairée par la lumière diffuse, à la lumière transmise par une plaque identique B, éclairée normalement par une source étalon enfermée dans l'intérieur de l'appareil. Un verre rouge ou vert tamise la lumière avant son arrivée à l'œil, et par suite les mesures se rapportent à des rayons dont la longueur d'onde moyenne est connue. Pour transformer les indications du photomètre en mesures absolues, il est, bien entendu, nécessaire

(1) Kononowitsch, *Fortschritte der Physik*, t. XXXV, p. 430; 1879.
(2) L. Weber, *Wied. Ann.*, t. XX, p. 326; 1883.

d'étalonner l'appareil dans une chambre noire, à l'aide d'une source connue placée à l'unité de distance sur la normale à la plaque A.

L'auteur donne quelques mesures obtenues en éclairant normalement la plaque A par le ciel tout entier ou par la moitié du ciel seulement. A cet effet : 1° on engageait verticalement le tube A du photomètre dans une ouverture du toit de l'observatoire; 2° on le plaçait, verticalement aussi, sur l'appui de fenêtres placées en face l'une de l'autre dans une tour carrée; dans ce dernier cas, on devait masquer, par des écrans noirs, le mur de la tour, de façon à écarter de la plaque A la lumière diffusée par le mur. La somme des intensités mesurées aux deux fenêtres se trouve égale à l'intensité mesurée au toit, et donne l'ordonnée verticale du solide d'éclairement.

Dans le Tableau suivant l'unité à laquelle sont rapportées les intensités est la bougie normale de spermacéti placée à 1^m; les mesures ont été exécutées à Breslau en 1884-1885 :

	Décembre.		Janvier.		Juin.		Juillet.	
	Rouge.	Vert.	Rouge.	Vert.	Rouge.	Vert.	Rouge.	Vert.
Moyenne du mois.	3834	11549	6875	20447	51802	151233	37309	105230
Maximum.......	9863	24270	13770	37330	76560	211800	69180	164400
Minimum	569	2178	1592	5385	4519	18410	8414	31120

La longueur d'onde des rayons rouges transmis est comprise entre $\lambda = 600$ et $\lambda = 690$ et présente un maximum très accusé pour $\lambda = 630,5$. Pour les rayons transmis par le verre vert, les limites sont $\lambda = 480$, $\lambda = 570$ et le maximum correspond à $\lambda = 541,5$.

W. von BEZOLD. — Production du triangle des couleurs par un mélange réel de couleurs, t. XXVI, p. 390-406.

On sait que, dans la théorie des couleurs physiologiques, toutes les sensations colorées résultent de la superposition de trois impressions seulement, et que celles-ci sont éveillées avec le maximum d'intensité, par une couleur rouge comprise entre les raies spectrales B et C, mais plus voisine de C, un vert situé entre *b* et E et un bleu voisin de G. Ces couleurs correspondent à peu près à la lumière transmise par un verre rouge, une variété de verre vert que l'auteur a pu se procurer et un verre bleu de cobalt.

Dans un Mémoire antérieurement analysé dans ce Journal ([1]), M. von Bezold a indiqué un procédé graphique pour représenter la constitution des impressions colorées au moyen des couleurs fondamentales. On suppose appliquées aux sommets A, B, C d'un triangle des forces proportionnelles aux quantités des trois couleurs fondamentales qui doivent entrer dans la composition d'une couleur donnée; le point d'application de la résultante représente conventionnellement cette couleur.

Le problème que se pose actuellement M. von Bezold est de reproduire expérimentalement le triangle des couleurs ainsi défini. A cet effet, M. von Bezold remarque qu'en un point quelconque du triangle coloré doit se trouver une quantité a de la couleur fondamentale A qui, égale à 1 au sommet A, est nulle sur la base opposée. Le triangle revêtu de cette seule couleur serait régulièrement ombré du sommet à la base. Revêtu des couleurs B ou C, il serait pareillement ombré, mais à partir des sommets correspondants. On peut se procurer des triangles ainsi ombrés en découpant un triangle équilatéral de verre coloré, et le recouvrant de couches de papier incolore, aussi mince que possible; le nombre de couches, parallèles à la base, doit aller en croissant de la base au sommet, de manière qu'à la base il ne passe plus de lumière.

Il ne s'agit plus maintenant que de superposer des images de même éclat des trois triangles; l'impression résultante offrira pour l'œil le Tableau exact des couleurs telles qu'elles sont distribuées dans le triangle idéal de M. von Bezold. Dans l'intérieur d'un prisme creux, en bois noirci, se trouvent placées trois glaces très minces inclinées à 45° sur l'axe du prisme et formant entre elles des angles de 120°. La base inférieure du prisme est fermée; la base supérieure porte un tube oculaire dirigé suivant l'axe et destiné seulement à fixer la position de l'œil : il ne porte aucune lentille. Dans les faces latérales du prisme sont taillées des ouvertures triangulaires dont les images, fournies par la réflexion dans les glaces correspondantes, doivent se superposer exactement. On couvre ces ouvertures avec les triangles de verres colorés, et on les

---

([1]) *Pogg. Ann.*, t. CL, p. 93 et 121; *Journal de Physique*, 1re série, t. III, p. 155.

éclaire par derrière à l'aide de cartons blancs inclinés à 45° sur l'axe du prisme et recevant eux-mêmes des rayons parallèles à l'axe. L'effet général ainsi obtenu est satisfaisant.

W. MÖLLER. — Recherche expérimentale de la loi d'émission d'un corps incandescent, t. XXIV, p. 266-281.

Une lame de platine, portée à l'incandescence par un courant, est inclinée d'un angle α arbitraire au devant d'un photomètre de Wild. On emploie comme source de comparaison une deuxième lame de platine dans une position invariable.

Rappelons que le photomètre de Wild consiste en un double prisme qui renvoie les rayons émanés des deux sources dans une direction commune. La base de ces prismes est recouverte d'une lame de verre dépoli. Les faisceaux émergents, juxtaposés, traversent un nicol, puis un rhomboèdre de spath d'épaisseur telle que le faisceau ordinaire provenant de l'une des deux sources et le faisceau extraordinaire de l'autre émergent juxtaposés. Une lunette reçoit ces deux faisceaux, que l'on ramène toujours à l'égalité par une rotation convenable du nicol. Si les lumières à comparer sont dénuées de polarisation, le calcul de l'intensité relative se fait immédiatement par la loi de Malus; si elles sont partiellement polarisées, le calcul, toujours aisé, devient cependant un peu plus complexe.

D'après les recherches d'Arago [1], la lumière émise dans la direction normale par un métal poli incandescent est dénuée de polarisation; mais il n'en est pas de même pour la lumière émise dans une direction oblique. M. Desains [2] trouva qu'il y a, dans ce cas, un excès de lumière polarisée perpendiculairement au plan d'émission.

On peut s'affranchir de la considération de l'état de polarisation de la lumière à étudier, en échangeant la position relative de cette lumière et de la source de comparaison par rapport au photomètre: le calcul de réduction n'offre aucune difficulté.

---

(1) ARAGO, *Œuvres complètes*, t. VII de la traduction allemande, p. 335; 1860

(2) DESAINS, *Pogg. Ann.*, t. CXXVI, p. 511; 1865.

Les nombres obtenus par l'auteur vérifient très bien la loi du cosinus :

Angles d'émission α.	0°.	10°.	20°.	30°.	40°.	50°.	60°.	70°.	80°.
Intensités observées..	1000	983	938	865	769	648	504	347	179
Intensités calculées...	1000	985	940	866	766	643	500	342	174
Différences.......	0	−2	−2	−1	+3	+5	+4	+5	+5

L'excès de lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence croît rapidement avec l'obliquité. Le rapport ρ de cette quantité à la quantité de lumière totale présente les valeurs suivantes :

Angles d'émission α.	40°.	50°.	60°.	70°.	80°.
ρ_0..............	13	29	33	71	74

Ces valeurs doivent être considérées comme approchées par défaut. Elles ont été obtenues sans tenir compte de l'effet des lames de verre dépolies du photomètre.

J.-J. BALMER. — Note sur les lignes spectrales de l'hydrogène, t. XXV, p. 80-87.

D'après l'auteur, on peut représenter assez exactement les longueurs d'onde de toutes les raies spectrales de l'hydrogène par les termes successifs de la série $h\frac{m^2}{m^2-4}$; m est un nombre quelconque; la constante h a pour valeur 3645.10^{-7}. La formule s'applique aux raies visibles, ainsi qu'aux raies ultra-violettes observées par Huggins dans le spectre des étoiles.

Raies.	m.	$\lambda.10^7$ observé (1).	$\lambda.10^7$ calculé.
H_α(C)..................	3	6561,9	6561,00
H_β(F)..................	4	4860,87	4860,00
H_γ.....................	5	4340,5	4339,28
H_δ(h)................	6	4101,66	4100,62
H_ε.....................	7	3971,28	3969,00
H_ζ.....................	8	3887,25	3888,00

(1) Moyenne des déterminations de Van der Willigen, Ångström, Mendenhall, Mascart, Ditscheiner pour les raies visibles; de Vogel et de Huggins pour les raies stellaires jusqu'à $m = 11$. Au-delà, les nombres observés sont ceux de Huggins.

Raies.	m.	$\lambda.10^7$ observé.	$\lambda.10^7$ calculé.
H_η	9	3834,00	3834,35
H_θ	10	3795,00	3796,87
H_ι	11	3768,25	3769,61
»	12	3745,50	3749,10
»	13	3730,00	3733,30
»	14	3717,50	3720,90
»	15	3707,50	3711,00
»	16	3699,00	3702,90

E. LOMMEL. Théorie de la fluorescence, t. XXV, p. 643-655.

En 1878, M. Lommel [1] a développé une théorie de la fluorescence qu'il complète aujourd'hui et dont voici les traits essentiels. La fluorescence a pour origine l'absorption exercée par la matière pondérable sur les vibrations lumineuses. Si l'on considère une particule de matière pondérable comme soumise : 1° à une force élastique proportionnelle à l'écart et qui tend à la ramener vers sa position d'équilibre; 2° à une force retardatrice, analogue à un frottement et proportionnelle à la vitesse; 3° à une impulsion périodique provenant de l'action de l'éther lumineux sur la molécule, l'équation différentielle du mouvement vibratoire de cette molécule pourra se mettre sous la forme

$$\text{(1)}\qquad \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + 2k\frac{\partial x}{\partial t} + p^2 x + f\sin(qt+\varphi) = 0.$$

On satisfait à cette équation en posant

$$x = M\sin(qt+\varphi-\alpha) + Ne^{-kt}\sin(rt+\psi),$$

avec

$$M = -\frac{f\sin\alpha}{2kq}, \qquad \tan g\,\alpha = \frac{2kq}{p^2-q^2}, \qquad r^2 = p^2 - k^2;$$

N et ψ sont deux constantes arbitraires dont les valeurs demeureront invariables aussi longtemps que l'impulsion périodique

$$f\sin(qt+\varphi)$$

n'éprouvera pas de changements.

(1) LOMMEL, *Wied. Ann.*, t. III, p. 251; 1878.

Mais, si l'on suppose que l'amplitude f et la phase φ éprouvent des variations subites, N et ψ éprouvent des variations correspondantes. Comme une source lumineuse se compose d'un très grand nombre de points vibrant d'une manière indépendante et qui affectent tous la molécule matérielle considérée, la vibration du point matériel est la somme d'une infinité de termes dans lesquels N et ψ varient *de toutes les manières possibles*. Par suite, le mouvement est stationnaire, malgré le renouvellement de particules incandescentes qui constituent la source.

Si l'on donne à la période q une valeur invariable, le premier terme de la valeur de x représente une radiation homogène de même périodicité que la lumière incidente.

Mais il n'en est pas de même du second terme

$$Ne^{-kt}\sin(rt + \varphi),$$

dans lequel N et ψ ont toutes les valeurs possibles. Par un calcul analogue à celui que M. Gouy (¹) a récemment développé dans ce Journal, M. Lommel établit qu'une telle radiation est décomposable par le prisme en un spectre continu d'intensité décroissante de part et d'autre de la vibration principale dont la période est caractérisée par $r = \sqrt{p^2 - k^2}$. Cette vibration principale est plus lente que celle qui correspond au maximum d'absorption $(q = p)$. Elle peut tomber en dehors du spectre visible, dans la partie infra-rouge, ce qui explique l'absence apparente de fluorescence d'un grand nombre de corps absorbants.

K. WESENDONCK. — Sur la fluorescence du rouge de naphtaline, t. XXVI, p. 521-527.

On se souvient que la loi de Stokes a donné lieu, il y a quelques années, à une discussion, à propos d'observations faites par M. Lommel, sur la fluorescence du rouge de naphtaline (²). Quand on excite cette substance par les rayons jaunes de la lumière solaire, ou même de la lumière du sodium, le spectre de la lumière

(¹) Page 354 de ce Volume.

(²) Voir *Journal de Physique*, 1re série, t. IV, p. 93; t. VI, p. 96 et 126; t. VII, p. 103, et t. VIII, p. 108.

fluorescente présente une bande dans le vert, de longueur d'onde inférieure à celle de la lumière excitatrice. Par de nouvelles expériences, M. Wesendonck cherche à démontrer qu'il est impossible d'attribuer, comme le veut M. Hagenbach (1), la fluorescence verte de la naphtaline à la lumière diffuse qui peut accompagner les rayons jaunes excitateurs.

J.-B. MESSERSCHMITT. — Étude spectrophotométrique de quelques sensibilisateurs photographiques, t. XXV, p. 655-674.

On sait que certaines matières colorantes, comme par exemple l'éosine, ajoutées au bromure d'argent, accroissent sa sensibilité dans la partie rouge du spectre. M. Messerschmitt a étudié, à l'aide du spectrophotomètre de Glan modifié par M. Vogel, le spectre d'absorption de ces substances, en prenant comme source lumineuse une lampe à pétrole; il a déterminé en même temps la portion du spectre pour laquelle le sensibilisateur est le plus actif. Voici les résultats qu'il a obtenus :

1° Certains sensibilisateurs colorés, le curcuma par exemple, présentent une absorption progressivement croissante du violet vers le rouge; leur action sensibilisatrice paraît uniforme.

2° D'autres substances absorbent d'une manière uniforme une portion étendue du spectre, à partir du violet; elles présentent un maximum de sensibilité dans le jaune (diamidoazobenzol).

3° D'autres encore, et c'est le cas le plus général, présentent une bande d'absorption dans le spectre et un maximum de sensibilité correspondant; cependant il n'a pas été possible de démontrer qu'il y a réellement coïncidence entre la bande d'absorption et le lieu du maximum de sensibilité. On a reconnu seulement que la bande d'absorption n'occupe pas une position invariable dans le spectre; elle se déplace vers le rouge quand on augmente la densité du milieu auquel on a ajouté la matière colorante. On peut admettre, mais sans preuve expérimentale bien certaine, que le bromure d'argent déplace la bande jusqu'à la faire coïncider avec le lieu du maximum de sensibilité.

(1) Hagenbach, *Wied. Ann.*, t. XVIII, p. 54; 1883.

Comme conclusion, M. Messerschmitt estime qu'à l'heure présente la relation entre l'absorption de la lumière par un milieu et l'action dissociante exercée sur les sels d'argent ne peut être considérée comme suffisamment bien établie.

W. WERNICKE. — Sur les changements de phase produits par la réflexion et sur le plan de vibration de la lumière polarisée, t. XXV, p. 203-232.

I. L'intensité I de la lumière réfléchie par une lame mince d'un corps isotrope a pour expression

$$I = \frac{(r+\rho)^2 - 4\pi\rho \sin^2 \frac{\pi}{\lambda_1}(2d\cos\alpha_1 + \Delta - \Delta' + D)}{(1+r\rho)^2 - 4\pi\rho \sin^2 \frac{\pi}{\lambda_1}(2d\cos\alpha_1 + \Delta - \Delta' + D)}. \quad (1)$$

Dans cette formule, r est l'amplitude de la lumière réfléchie à la face supérieure de la lame, en prenant pour unité l'amplitude de la lumière incidente, ρ l'amplitude de la lumière réfléchie à la face inférieure; d l'épaisseur de la lame, λ_1 la longueur d'onde, dans la substance, de la lumière considérée, α_1 l'angle du rayon intérieur et de la normale; Δ, Δ', D les quantités qui, multipliées par $\frac{2\pi}{\lambda}$, donnent la différence de phase introduite par la réflexion à la première, la réflexion à la deuxième face et la réfraction à la première face de la lame.

Cette expression est rigoureuse et générale, elle n'implique aucune hypothèse particulière.

La détermination de Δ, Δ' et D à l'aide des constantes optiques et en particulier de l'indice, pour les diverses sortes de lumière, n'a pu être encore réalisée sans le secours d'hypothèses qui ne découlent pas nécessairement des lois de la Mécanique. D'après Fresnel, Cauchy et Green, ces trois grandeurs sont nulles pour la lumière polarisée parallèlement au plan d'incidence; d'après Neumann et Mac-Cullagh, elles sont nulles pour la lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence; d'autres auteurs ont admis qu'elles ne sont nulles ni dans l'un ni dans l'autre cas. M. Wernicke se propose de décider expérimentalement entre ces affirmations théoriques contradictoires.

L'intensité I est maximum quand

$$(2)\qquad (2d\cos\alpha_1 + \Delta - \Delta' + D)\frac{2\pi}{\lambda} = q\pi,$$

où q est un nombre entier quelconque, pair quand l'indice de la lame est plus grand ou plus petit que l'indice des deux milieux qui la limitent, impair quand il est compris entre les indices de ces deux milieux.

Si $\Delta - \Delta' + D$ est nul, on tire de l'équation (2)

$$(3)\qquad 2d = \frac{1}{2}\frac{q\lambda_1}{\cos\alpha_1}.$$

Cette relation devrait se vérifier pour la lumière polarisée parallèlement au plan d'incidence suivant Fresnel et Cauchy, pour la lumière polarisée perpendiculairement d'après Neumann et Mac-Cullagh. Pour décider entre les deux théories, il suffit donc de mesurer q, λ_1, α_1 pour diverses incidences, et de calculer les valeurs correspondantes de d par la formule (3). Si $\Delta - \Delta' + D = 0$, on devra trouver une valeur constante de d et, dans le cas contraire, des valeurs variables.

II. M. Wernicke dispose la lame mince sur la plate-forme d'un goniomètre et dispose, devant la lunette, un petit prisme à vision directe, devant l'oculaire un prisme de Nicol. Suivant le sens dans lequel on tourne ce nicol, la lumière reçue par l'œil est polarisée parallèlement ou perpendiculairement au plan d'incidence. Le spectre fourni par le prisme à vision directe est sillonné de bandes sombres, pour le centre de chacune desquelles I est minimum, et la relation (2) doit être vérifiée. Si l'on substitue à la relation (2) la relation (3) qui suppose $\Delta - \Delta' + D$ nul, on trouvera des valeurs de d constantes, quel que soit α_1, si la relation (3) est applicable, et des valeurs variables de d dans le cas contraire.

La mesure de α_1 se déduit de la mesure de l'angle d'incidence et de celle de l'indice de réfraction n, que l'on détermine à l'aide d'un prisme de même substance que la lame, pour toutes les valeurs de la longueur d'onde. La longueur d'onde correspondant au centre d'une bande s'obtient à l'aide du goniomètre, en repérant le centre de la bande sur les raies de Fraunhofer les plus voisines, à l'aide d'un micromètre adapté à la lunette.

Des expériences réalisées avec des lames minces de verre, de spath fluor, d'iodure d'argent, ont donné *des valeurs de d indépendantes de l'angle d'incidence pour le cas de la lumière polarisée parallèlement au plan d'incidence, des valeurs de d décroissantes quand l'incidence augmente, pour la lumière polarisée perpendiculairement.*

Pour étendre ces résultats à des corps d'indice plus considérable et doués d'un pouvoir absorbant marqué, M. Wernicke a d'abord eu recours à l'oxydule de cuivre. Cette substance peut être déposée en couche mince sur une plaque métallique, par l'électrolyse d'une solution alcaline de cuivre. En versant au-dessus du dépôt d'oxydule une couche d'une dissolution de gélatine pure qu'on laisse solidifier, il est possible d'enlever le dépôt de la plaque métallique sous-jacente et de le soumettre aux mêmes essais que les corps précédemment employés. Malgré la grandeur de l'indice de réfraction (2,664 à 2,917 d'après les déterminations de M. Wernicke, entre $\lambda = 686$ et $\lambda = 488$), les résultats obtenus sont les mêmes qu'avec le verre et le spath fluor; les différences de phase introduites par la réflexion extérieure ou intérieure, quels que soient les milieux transparents extrêmes, se sont toujours montrées nulles quand la lumière est polarisée parallèlement au plan d'incidence, mais différentes de o quand elle est polarisée perpendiculairement.

Enfin l'auteur a étudié des lames minces d'une substance qu'il nomme *sesquihydroxyde de plomb*. En électrolysant des solutions de plomb convenables, on obtient d'abord un dépôt noir de *superhydroxyde de plomb,* substance décrite antérieurement par M. Wernicke ([1]). L'action de l'hydrogène électrolytique ramène cette substance à l'état de sesquihydroxyde jaune rougeâtre, doué d'un pouvoir absorbant considérable : elle se comporte comme tous les corps précédents.

On peut donc conclure, d'une manière générale, que *la réflexion intérieure ou extérieure et la réfraction par les corps isotropes ne sont accompagnées d'aucun changement de phase appréciable quand la lumière est polarisée parallèlement au plan d'incidence, mais qu'il y a un changement de phase*

([1]) *Pogg. Ann.*, t. CXXXIX, p. 132, et t. CXLI, p. 109; 1870-71.

quand elle est polarisée perpendiculairement à ce plan. Cette conclusion, conforme aux théories de Fresnel et de Cauchy, est en désaccord formel avec celles de Neumann et de Mac-Cullagh.

H. KNOBLAUCH. — Deux nouvelles méthodes pour trouver l'angle de polarisation des métaux, t. XXIV, p. 258-263.

L'auteur se propose de déterminer l'angle de polarisation des métaux pour la chaleur obscure.

Les rayons solaires renvoyés par un héliostat dans une direction horizontale constante sont polarisés rectilignement à 45°, tombent sur un miroir métallique mobile autour d'un axe vertical, puis sur un second nicol derrière lequel est une pile thermo-électrique reliée à un multiplicateur. Pour chaque valeur de l'angle d'incidence, on mesure les déviations du multiplicateur en plaçant successivement l'analyseur dans huit azimuts équidistants : on prend les racines carrées des intensités mesurées et on les porte dans les directions des azimuts correspondants. La ligne qui joint les points ainsi obtenus représente l'ellipse de vibration : l'angle de polarisation correspond au minimum d'excentricité de cette ellipse qui doit en même temps avoir son petit axe dans le plan d'incidence.

On a ainsi obtenu les résultats suivants pour l'angle de polarisation φ_r relatif aux rayons obscurs :

	°		°
Laiton.........	73,75	Bismuth.........	78,50
Or.............	76,25	Palladium.......	79,00
Cadmium.......	76,25	Cobalt..........	79,00
Arsenie........	76,25	Cuivre..........	79,50
Argent.........	77,50	Métal des miroirs.	80,00
Nickel.........	77,50	Platine..........	80,50
Acier...........	77,50	Antimoine.......	82,00
Zinc............	77,50		

Pour la flamme du sodium, on a observé, à l'aide du compensateur de Babinet, les angles de polarisation suivants φ_j :

Laiton	66°,00	Bismuth	72°,75
Or	66,50	Palladium	70,50
Cadmium	70,00	Cobalt	72,50
Arsenic	71,00	Cuivre	65,00
Argent	66,50	Métal des miroirs	71,25
Nickel	70,00	Platine	73,75
Acier	71,50	Antimoine	76,25
Zinc	74,00		

Ces angles de polarisation sont tous plus petits que ceux qui se rapportent aux rayons infra-rouges; l'indice de réfraction n étant défini par la formule de Brewster $n = \tan\varphi$, on voit que les métaux étudiés présentent tous la *dispersion anomale*.

IV. — Électricité.

E. BUDDE. — Quantité des particules électriques élémentaires, t. XXV, p. 562-563.

Soit KA un électrolyte décomposé par le courant en deux corps K et A possédant une valence égale à n; soit q la quantité d'électricité positive qui est amenée au cathode par chaque atome de K. La loi de Faraday consiste en ce que $\frac{q}{n}$ est une constante, quels que soient l'électrolyte et le courant employé.

M. Budde considère la quantité d'électricité $\frac{q}{n}$ comme une particule électrique élémentaire, puisque c'est, dit-il, la plus petite quantité d'électricité qui puisse être mise en liberté par une décomposition chimique.

Pour calculer cette quantité $\frac{q}{n}$, il suffit de savoir : 1° quel est l'équivalent électrochimique d'un certain électrolyte, l'eau par exemple; 2° quel est le nombre absolu de molécules contenues dans l'unité de masse de cet électrolyte.

Soient :

h l'intensité électromagnétique du courant qui met en liberté 1^{mgr} d'hydrogène par seconde;

vh son intensité en unités électrostatiques;

N le nombre de molécules d'hydrogène dans 1^{mgr}, et par suite $2N$ le nombre des atomes.

La quantité d'électricité positive portée par 2N atomes d'hydrogène sera $\frac{vh}{2}$ et par suite un atome en portera une quantité

$$E = \frac{vh}{4N}.$$

En prenant pour unités le milligramme, le millimètre et la seconde, on a

$$v = 3.10^{11},$$
$$h = 957.$$

Quant à N, M. Budde adopte la valeur 14.10^{19}, donnée par la théorie des gaz. Il en résulte

$$E = 0,00000051.$$

J. ELSTER ET H. GEITEL. — Multiplicateur sensible, t. XXV, p. 114-115.

C'est une machine électrique de Thomson à écoulement d'eau, dans laquelle l'un des cylindres inducteurs I est isolé et communique, d'une manière permanente, avec le pôle positif d'un daniell dont le pôle négatif est au sol. Le récepteur correspondant R communique, à la manière ordinaire, avec le second inducteur I'. Le deuxième récepteur R' devient rapidement susceptible de charger fortement un électroscope à feuilles d'or ou d'entretenir les décharges d'une bouteille de Lane, réglée pour une distance explosive très faible.

J. ELSTER ET H. GEITEL. — Remarques sur les phénomènes électriques dont les nuages orageux sont le siège, t. XXV, p. 116-120. — Sur le développemment d'électricité qui accompagne la chute de la pluie. p. 121-131.

Les auteurs pensent qu'on doit considérer les deux couches superposées de nuages qui produisent un orage comme constituant un véritable multiplicateur électrique, une sorte de machine de Thomson à écoulement d'eau. Il suffit qu'une charge très faible soit communiquée à une portion de l'un des nuages, par exemple par un frottement ou par l'effet de l'électricité atmosphérique : les deux nuages atteindront bientôt une différence de potentiel suffisante pour donner lieu à un éclair.

H. KAYSER. — Photographies d'éclairs, t. XXV, p. 131-136.

Les premières photographies d'éclairs paraissent avoir été obtenues en 1883.

L'appareil photographique étant réglé pour l'infini, une plaque sensible peut être exposée la nuit, vers une région arbitraire du ciel, et demeurer en expérience pendant un temps quelconque : tous les éclairs produits dans cette région seront imprimés sur la plaque.

Les photographies de M. Kayser ont été obtenues à Berlin, en juillet 1884. Elles montrent un grand nombre d'éclairs ramifiés et sous-ramifiés.

L'auteur appelle particulièrement l'attention sur un éclair formé de quatre traits de grosseur différente, parallèles dans toutes leurs sinuosités, de largeur et d'éclat décroissants du premier au quatrième ; M. Kayser pense qu'il faut attribuer cette apparence à une décharge oscillante opérée entre un nuage et le sol. L'éclair paraît s'être produit à 350^m de l'appareil ; en admettant cette distance, on trouve, d'après les dimensions de l'image, que l'éclair avait 300^m de long et que le trait principal occupait, avec son auréole, une section de 28^m.

Si l'on admet que le *canal de l'éclair* s'est déplacé avec la vitesse du vent, qui était d'environ $8^m,5$ par seconde, les durées écoulées entre les décharges successives seraient $0^s,362$, $0^s,041$ et $0^s,074$: la décharge totale aurait duré moins d'une demi-seconde.

L'auréole du trait principal présente un grand nombre de stries parallèles très régulières, dirigées normalement à ce trait et vers les traits secondaires. M. Kayser ne trouve aucune interprétation satisfaisante de cette apparence particulière.

S. v. WROBLEWSKI. — Sur la résistance électrique du cuivre aux très basses températures, t. XXVI, p. 27-31.

Ce travail a été publié postérieurement au Mémoire de MM. Cailletet et Bouty (1) sur la résistance des métaux aux basses températures.

(1) Cailletet et Bouty, *Comptes rendus*, t. C, p. 1188.

Utilisant les grands froids produits par l'éthylène, l'oxygène et l'azote liquides, M. von Wroblewski a pu refroidir jusqu'à — 201° des spirales de cuivre recouvert de soie, plongeant directement dans les liquides réfrigérants. Il a trouvé que la résistance du cuivre décroît plus vite que la température absolue; à — 201° elle ne serait plus que la dixième partie environ de la résistance à 0°.

C.-L. WEBER. — Sur la conductibilité électrique et le coefficient de température du mercure solide, t. XXV, p. 245-252.

Ces recherches, publiées postérieurement au travail de MM. Cailletet et Bouty (¹), n'ont été poussées que jusqu'à — 55°. Elles ont donné, pour la résistance du mercure solide, supposé ramené à 0°, le nombre

$$s_0 = 0{,}2799,$$

en prenant pour unité la résistance du mercure liquide à 0° ou, ce qui revient au même, pour sa conductibilité à 0°,

$$\lambda_0 = 3{,}572,$$

en prenant pour unité la conductibilité du mercure à 0°.

Le coefficient moyen de variation de la résistance du mercure liquide avec la température de 0° à — 30° serait 0,000927; celui du mercure solide, 0,004549. Ce dernier nombre doit être assez mal déterminé à cause du faible intervalle de température d'où il est déduit : il en est de même des valeurs de λ_0 et s_0 dont le calcul exige la connaissance de cet élément.

H. JAHN. — La loi de Joule est-elle rigoureusement applicable aux électrolytes? t. XXV, p. 49-71.

Sur le travail produit par le courant dans la décomposition des électrolytes, p. 525-538.

I. De nombreux travaux avaient déjà établi que la loi de Ohm est rigoureusement applicable aux électrolytes. Les expériences de M. Jahn confirment, une fois de plus, son exactitude.

(¹) *Comptes rendus*, t. C, p. 1188, mai 1885.

La méthode employée consiste à déterminer : 1° l'intensité I du courant qui traverse un voltamètre; 2° la différence de potentiel V aux deux bornes de l'appareil; 3° la quantité de chaleur Q dégagée par le courant dans le voltamètre. On se place dans des conditions où la polarisation des électrodes est négligeable. Soit r la résistance liquide; le quotient $\frac{Q}{I^2 r} = \frac{Q}{IV}$ doit être constant, quel que soit I, et sa valeur représente l'équivalent mécanique de la chaleur.

On mesure Q avec le calorimètre de glace de M. Bunsen; V à l'aide d'un circuit secondaire comprenant un galvanomètre à long fil et dont la résistance est assez grande (200000 à 400000 unités Siemens) pour que la fermeture de ce circuit ne modifie pas l'intensité du courant principal; enfin I est donné par un galvanomètre à fil court, placé dans le circuit principal. Les deux galvanomètres sont tarés à l'aide d'un élément normal, de manière que leurs indications puissent être transformées en mesures absolues.

Des expériences préliminaires ont été exécutées en remplaçant le voltamètre par un fil de platine : elles ont donné, pour l'équivalent mécanique, la valeur $430^{\text{kgm}},56$. La méthode se trouvant ainsi vérifiée, on a employé un voltamètre à sulfate de cuivre avec électrodes de cuivre, un voltamètre à sulfate de zinc avec électrodes de zinc et vérifié que le quotient $\alpha = \frac{Q}{IV}$ présente très sensiblement la même valeur qu'avec les résistances métalliques.

II. Si, dans le voltamètre à sulfate de cuivre, on remplace l'électrode positive de cuivre par une électrode de platine, le travail du courant dans le voltamètre comprend, outre le travail calorifique, le travail chimique correspondant à la décomposition du sulfate de cuivre. La quantité de chaleur nécessaire pour décomposer un équivalent de ce sel étant connue, on peut vérifier que la somme de la chaleur dégagée dans le voltamètre en vertu de la loi de Joule et de la chaleur équivalente au travail chimique représente la totalité du travail électrique IV consommé dans le voltamètre. Inversement et en adoptant pour l'équivalent mécanique de la chaleur α le nombre obtenu avec les résistances métalliques, on peut prendre pour inconnue la chaleur nécessaire pour décomposer un équivalent de sel. Les expériences réalisées avec le sulfate de cuivre, le sulfate de zinc et l'eau acidulée ont donné, pour

la chaleur chimique, des nombres très voisins de ceux que M. Thomsen a déterminés directement; cependant, pour le sulfate de cuivre, la chaleur calculée se trouve de $\frac{1}{10}$ environ plus forte que la chaleur observée.

F. RICHARZ. — Production de l'ozone, du bioxyde d'hydrogène et de l'acide persulfurique dans l'électrolyse de l'acide sulfurique étendu, t. XXIV, p. 183-209.

Le dosage de l'ozone a été opéré par le déplacement de l'iode de l'iodure de potassium; l'iode était lui-même titré avec l'hyposulfate de soude, en présence de l'amidon. Réactions :

$$2KI + O^6 = 2KO + 4O + 2I,$$
$$2NaO, S^2O^2 + I = NaI + NaO, S^2O^5.$$

Parmi les réactions de l'acide persulfurique, indiquées par M. Berthelot, M. Richarz s'arrête à celle du sulfate de fer

$$4FeOSO^3 + S^2O^7 = 2(Fe^2O^3, 3SO^3);$$

on emploie une dissolution de sulfate de fer, dont on estime le titre avant et après l'opération, à l'aide du permanganate de potasse. L'eau oxygénée agissant comme l'acide persulfurique sur le sulfate de fer, celle-ci doit être titrée séparément par le permanganate de potasse, dans une dissolution étendue

$$KO, Mn^2O^7 + 5HO^2 = KO + 2MnO + 5HO + 10O.$$

La plupart des expériences ont été réalisées avec de l'acide sulfurique d'un poids spécifique égal à 1,209; ces électrodes étaient formées de deux fils de platine tendus verticalement l'un au-dessus de l'autre dans un tube cylindrique refroidi dans la glace, l'électrode positive au-dessus de la négative. Avant chaque épreuve, on amenait au rouge l'électrode positive pour en dégager toute trace de gaz, et l'on remplaçait le liquide en ayant bien soin d'en employer toujours la même quantité. Grâce à ces précautions, on a pu obtenir avec quelque certitude les résultats suivants :

Au degré de concentration employé il ne se produit pas d'eau oxygénée en quantité appréciable et la quantité d'ozone est toujours très faible par rapport à celle d'acide persulfurique.

L'acide persulfurique formé à l'électrode positive est partiellement réduit à l'électrode négative. La quantité M de cette substance qui existe dans la liqueur à un moment donné t paraît représentée par la formule

$$M = A(1 - e^{-nt});$$

elle tend donc vers un certain maximum quand la durée de l'expérience croît indéfiniment.

La quantité d'acide persulfurique produite par le passage d'une quantité donnée d'électricité croît avec la densité du courant, tant que l'élévation de température que ce courant produit est négligeable. La quantité d'ozone croît plus rapidement encore.

Des expériences faites avec de l'acide sulfurique à divers degrés de concentration établissent que l'eau oxygénée ne commence à apparaître que quand l'acide est suffisamment concentré (60 pour 100 d'acide); on en obtient le plus possible avec une liqueur contenant 80 pour 100 d'acide. Le rapport de l'eau oxygénée à l'acide persulfurique croît avec la concentration. La quantité d'ozone paraît plus faible dans le cas des liqueurs concentrées. Tous les résultats relatifs à l'ozone sont d'ailleurs assez incertains.

Dans toutes les expériences on constate un déficit en oxygène par rapport à la quantité calculée d'après la déviation d'une boussole des tangentes placée dans le circuit. Ce déficit dépend de l'absorption de gaz tonnant, exercée par les électrodes, et de la réduction de l'acide persulfurique. Les lois en paraissent fort compliquées.

A. GOKEL. — **Relation de l'effet Peltier à l'effet utile des éléments galvaniques**, t. XXIV, p. 618-642.

L'objet principal de ce Mémoire est la vérification expérimentale de la théorie de Helmholtz, bien connue des lecteurs de ce Journal (¹). On sait que, si la chaleur correspondant aux réactions chimiques dont un élément galvanique est le siège diffère de celle qui est utilisée dans le circuit, la force électromotrice de l'élément varie avec la température, et la quantité de chaleur qu'il faut

---

(¹) Helmholtz, *Journal de Physique*, [2], t. III, p. 396. Czapski, t. IV, p. 578.

fournir à l'élément pour maintenir sa température constante pendant le passage de la quantité d'électricité ε a pour expression $T\frac{\partial E}{\partial t}d\varepsilon$, où T représente la température absolue, E la force électromotrice de l'élément. Cette expression coïncide avec celle qui, d'après Thomson, représente l'effet Peltier, et dont j'ai autrefois vérifié l'exactitude ([1]) pour le cas des forces électromotrices thermo-électriques au contact des métaux et des dissolutions salines.

Cela posé, M. Gokel mesure les forces électromotrices thermo-électriques au contact des métaux et des liquides par un procédé sensiblement identique à celui que j'ai employé ([2]); il détermine aussi la force électromotrice thermo-électrique au contact de deux liquides et, comme la force électromotrice thermo-électrique au contact des métaux est négligeable et d'ailleurs suffisamment connue, il est en mesure de calculer la force électromotrice thermo-électrique totale d'un élément, d'où il déduit l'effet Peltier résultant à l'aide de la formule de Thomson. Il en compare la valeur à la différence de la chaleur chimique totale et de la chaleur utilisée; cette différence, connue sous le nom de *chaleur chimique secondaire,* est fournie par les recherches de M. Braun ([3]). C'est d'ailleurs à l'instigation et sous les yeux de ce savant que le travail de M. Gokel a été entrepris.

Les Tableaux suivants résument les résultats obtenus :

Éléments ([4]).		$\frac{\partial E}{\partial t}$.	Effet Peltier.	Chaleur secondaire.
Zn, ZnAc	CuAc, Cu.........	−0,000025	+ 0,60	+ 3,6
Zn, ZnAc	PbAc, Pb........	−0,000444	+12,00	+19,0
Zn, ZnAc	CdAc, Cd........	−0,000190	+ 5,00	0,0
Cd, CdAc	PbAc, Pb........	−0,000275	+ 7,20	+18,7
Cd, CdAc	CuAc, Cu........	+0,000157	− 4,00	+ 3,6
Pb, PbAc	CuAc, Cu........	+0,000385	−10,26	−14,0
Zn, $ZnSO^4$	$CuSO^4$, Cu.......	+0,000034	− 0,85	0,0
Zn, ZnI^2	CdI^2, Cd.........	−0,000090	+ 2,40	+ 9,7
Zn, $ZnBr^2$	$CdBr^2$, Cd.......	−0,000028	+ 0,73	+10,2

([1]) Bouty, *Journal de Physique,* [1], t. IX, p. 306.
([2]) *Ibid.,* p. 229.
([3]) Braun, *Wied. Ann.,* t. XVII, p. 593; 1882.
([4]) Ac signifie acide acétique.

Éléments.		$\frac{\partial E}{\partial t}$.	Effet Peltier.	Chaleur secondaire.
Zn, $ZnCl^2$	AgCl, Ag	—0,000419	+11,30	+12,2-15,9
Cd, $CdCl^2$	AgCl, Ag	—0,000252	+ 6,88	»
Zn, $ZnBr^2$	AgBr, Ag........	—0,000273	+ 7,28	+11,2
Cd, $CdBr^2$	AgBr, Ag........	—0,000171	+ 4,56	+ 3,1
Zn, ZnI^2	AgI, Ag	—0,000188	+ 5,00	+ 7,1
Zn, $ZnCl^2$	Hg^2Cl^2, Hg	+0,000113	— 2,90	—41,6
Cd, $CdCl^2$	Hg^2Cl^2, Hg	+0,000106	— 2,80	—44,1
Cd, $CdBr^2$	Hg^2Br^2, Hg	+0,000141	— 3,76	—62,8
Zn, ZnI^2	Hg^2I^2, Hg	+0,000341	— 8,90	—45,8
Cd, CdI^2	Hg^2I^2, Hg	+0,000297	— 7,90	—53,5

On voit qu'il y a concordance quant au signe entre la valeur de l'effet Peltier et la chaleur secondaire; mais les valeurs numériques sont très différentes. Le plus souvent, la chaleur secondaire est bien supérieure à l'effet Peltier. C'est ce qui paraît aussi résulter du travail de M. Czapski ([1]).

Je serais porté à croire que, dans bien des cas, le désaccord tient à la formation, à la surface des électrodes, de couples locaux dont la chaleur se dépense sur place et s'ajoute à la chaleur correspondant à l'effet Peltier proprement dit. Ce sujet important appelle évidemment de nouvelles recherches.

R. LAMPRECHT. — Sur les conducteurs flexibles soumis à des actions magnétiques, t. XXV, p. 71-80.

L'auteur démontre en particulier les théorèmes suivants :

La courbe que forme un conducteur flexible sous l'influence d'un pôle de solénoïde est la figure la plus courte à la surface d'un cône circulaire droit dont le sommet coïncide avec le pôle.

La courbure est d'autant plus faible que les points de la courbe considérés sont plus éloignés du pôle.

Ed. RIECKE. — Sur la rotation électromagnétique des liquides, t. XXV, p. 496-511.

M. Riecke a expérimenté sur le sulfate de zinc : ce liquide formait une couche cylindrique annulaire plate limitée par deux

([1]) *Journal de Physique*, [2], t. IV, p. 578.

glaces de verre et deux électrodes de zinc cylindriques et concentriques. Le système ainsi constitué étant posé au-dessus du pôle d'un électro-aimant vertical, dès qu'on fermait le courant à travers le liquide, celui-ci se mettait à tourner; des parcelles de cire à cacheter, immergées dans sa masse, permettaient de constater la rotation et de mesurer la vitesse angulaire moyenne, à diverses distances de l'axe, quand le régime permanent était établi.

Les valeurs ainsi obtenues ont été comparées aux valeurs théoriques. Pour trouver celles-ci, M. Riecke écrit les équations ordinaires de l'Hydrodynamique, dans le cas où le frottement intérieur n'est pas négligeable, et il y remplace les composantes de la force à laquelle se trouve soumis un élément de volume par leurs valeurs, fournies par les lois de l'Électrodynamique. M. Riecke suppose de plus que les composantes de la vitesse sont assez faibles pour qu'on puisse négliger leurs puissances supérieures à 1. L'accord général de la théorie et de l'expérience est satisfaisant : les irrégularités des nombres observés s'expliquent suffisamment par les conditions imparfaites dans lesquelles les mesures de vitesse doivent être effectuées.

E. KITTLER. — Sur la mesure de l'intensité des courants, t. XXIV, p. 593-605.

Le procédé de M. Kittler consiste essentiellement à faire passer le courant dont on veut connaître l'intensité dans un fil AB assez gros et assez long : 1° pour ne pas s'échauffer sensiblement par le passage du courant le plus intense; 2° pour présenter à ses extrémités une différence de potentiel suffisante, même avec les courants les plus faibles que l'on compte employer. Une dérivation s'attache aux extrémités du fil AB; elle contient un rhéostat et un galvanomètre dont on mesure la déviation. Dans une première observation, le circuit principal comprend un voltamètre à sulfate de cuivre et une résistance variable, que l'on règle de manière à donner au courant, dans le circuit principal, une intensité d'environ 1 ampère : connaissant l'équivalent électrochimique du cuivre, on calcule en valeur absolue l'intensité I de ce courant principal.

Le courant principal se dérive en donnant naissance, dans le galvanomètre, à un courant d'intensité i beaucoup plus faible et produit une déviation α que l'on mesure. Si maintenant les résis-

tances des diverses branches du circuit demeurent invariables, et que le courant principal prenne une intensité I', le courant qui traverse le galvanomètre une intensité i', on observe une déviation α', et l'on a

$$(1)\qquad \frac{i'}{i} = \frac{I'}{I} = \frac{\alpha'}{\alpha}.$$

On connaît I en valeur absolue, et cette équation détermine I'.

On peut aussi faire varier à volonté la résistance du circuit secondaire, à la condition de connaître la somme de la résistance r du fil AB et de la résistance ρ du galvanomètre. On démontre en effet que, si les résistances prises sur le rhéostat du circuit secondaire sont respectivement r_1 et r_2, un même courant I traversant le circuit principal se dérive en donnant dans le circuit secondaire des courants i_1 et i_2, tels que

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{\rho + r + r_2}{\rho + r + r_1}.$$

Quelque faible que soit la résistance r prise isolément, la résistance $r + \rho$ se déterminera sans difficulté par les procédés ordinaires.

Il n'y a lieu de faire intervenir une correction de température que dans le cas où les résistances comprises dans les divers circuits ne sont pas toutes de même espèce.

D'après M. Kittler, son procédé, applicable industriellement, se prête à la mesure d'intensités variant d'une fraction d'ampère à 100 ampères.

R.-W. WILLSON. — Galvanomètre sensible dont on peut mesurer le facteur de réduction, t. XXVI, p. 44-55.

C'est une boussole des tangentes à suspension excentrique portant environ cinq mille tours de fil dans une gorge rectangulaire. Le plan du cadre est susceptible de glisser parallèlement à lui-même, de telle sorte que la distance du centre du cadre au centre de l'aimant mobile prenne une valeur quelconque assignée d'avance. On mesure, par la méthode de la réflexion, la déviation de l'aimant pour la position centrale de la bobine ($A = 0$) et pour une position excentrique qu'il convient de prendre telle que A soit à peu près

égal au rayon moyen R des spires multiplié par $\sqrt{\frac{1}{2}}$: les forces auxquelles les pôles de l'aiguille sont soumis dans ces deux positions sont à peu près comme 9 et 5 : les déviations φ_0 et φ_1 sont dans le même rapport.

Cela posé, admettons d'abord que les dimensions de la gorge sont très petites par rapport au rayon moyen R et que la longueur de l'aiguille est aussi négligeable. La mesure du rapport $\frac{\varphi_0}{\varphi_1}$ et de A suffit à déterminer R, qu'il est inutile de mesurer directement. Connaissant R et le nombre n de tours, on calcule sans peine le coefficient de la boussole.

Si la gorge est un rectangle de hauteur h et de base b, et si l'aiguille a une longueur l, l'expression de la déviation contient : 1° un facteur $1+\alpha+\beta+\ldots$, où α, β, ... contiennent les puissances croissantes de $\frac{h}{R}$ et de $\frac{b}{R}$; 2° un facteur $1+\gamma+\delta+\ldots$, où γ, δ, ... contiennent les puissances de $\frac{l}{R}$. Voici les expressions des premiers termes de ces deux séries :

$$\alpha = \frac{1}{24}\left(\frac{2}{R^2} - \frac{15A^2}{\rho^4}\right)h^2 + \frac{1}{8}\left(\frac{4A^2 - R^2}{\rho^4}\right)b^2,$$

$$\begin{aligned}\beta = \frac{1}{7680\,R^2\rho^8}\Big\{&[35R^2A^2(5A^2-4R^2)+\rho^4(8R^2-12A^2)]h^4\\ &+[63R^2A^2(4A^2-R^2)+3R^2\rho^2(5R^2-44A^2)]b^4\Big\}\\ &+\frac{1}{4608\,R^2\rho^8}[35R^2A^2(5R^2-4A^2)+\rho^4(8A^2-12R^2)]h^2b^2,\end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{3}{16}\,\frac{R^2-4A^2}{\rho^4}\,l^2,$$

$$\delta = \frac{45}{256}\,\frac{8A^4-12A^2R^2+R^4}{\rho^8}\,l^4,$$

$$\rho^2 = A^2 + R^2.$$

Connaissant b, h et l, on pourra encore calculer le coefficient de l'instrument.

M. Willson estime que sa boussole permet de mesurer en valeur absolue des courants de $0^{amp},0001$ avec une erreur inférieure à $\frac{1}{100}$.

A. OBERBECK. — Phénomène analogue à la résonance offert par les oscillations électriques, t. XXVI, p. 245-253.

Soit un circuit formé d'une bobine induite dont les deux extrémités sont en relation avec les armatures d'un condensateur. Si l'on développe un courant induit dans la bobine, le condensateur se charge d'abord, se décharge ensuite à travers la bobine, et, par le jeu de l'induction, se recharge en sens contraire, etc., ce qui donne des oscillations électriques d'amplitude rapidement décroissante. Mais, si l'on interrompt et qu'on rétablisse périodiquement le courant inducteur, on obtient une série de courants induits de sens contraire, dont la période de succession peut coïncider avec celle des oscillations électriques dues à un seul courant induit; il est clair que ces oscillations renforceront alors le courant induit périodique. En faisant varier le nombre des interruptions du courant inducteur, on obtiendra donc un maximum d'intensité des courants induits. C'est le phénomène, analogue à la résonance, que M. Oberbeck a cherché à mettre en évidence.

A cet effet, il emploie un interrupteur automatique dont il fait varier à volonté la période, à l'aide d'une lame vibrante de longueur variable, et il observe les déviations d'un électrodynamomètre dont les deux bobines sont parcourues par les courants induits. Il constate un maximum de la déviation pour une longueur convenable de la lame.

Le problème est susceptible d'être traité théoriquement.

Soient

p le coefficient de self-induction de la bobine;
w la résistance;
i l'intensité du courant;
c la capacité du condensateur;
V la différence de potentiel de ses armatures;
N le nombre de vibrations de la lame interruptrice.

On a, en posant

$$\lambda = 2\pi N$$

et en admettant que la force électromotrice résultante s'exprime

par le premier terme de la série de Fourier,

$$p\frac{di}{dt} + wi + V = E\cos\lambda t, \qquad i = c\frac{dV}{dt}.$$

La solution de ces équations est

$$V = \frac{E\cos(\lambda t - \delta)}{c\lambda\sqrt{\left(\frac{1}{c\lambda} - p\lambda\right)^2 + w^2}}, \qquad i = -\frac{E\sin(\lambda t - \delta)}{\sqrt{\left(\frac{1}{c\lambda} - p\lambda\right)^2 + w^2}}.$$

$$\tang\delta = \frac{w}{\frac{1}{c\lambda} - p\lambda}.$$

La déviation que le courant produit dans l'électrodynamomètre est proportionnelle à

$$\alpha = \frac{E^2}{\left(\frac{1}{c\lambda} - p\lambda\right)^2 + w^2};$$

elle est maximum pour

$$\lambda^2 = \frac{1}{pc}.$$

On a alors $\delta = \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire que la différence de phase de la force électromotrice d'induction et de la différence de potentiel des aimantations est égale à $\frac{\pi}{2}$.

R. COLLEY. — Nouvelles méthodes pour observer les oscillations électriques, applications, t. XXVI, p. 432-456.

M. Colley observe les oscillations électriques dues à l'extra-courant, dans un circuit contenant, outre la bobine dans laquelle cet extra-courant se développe, un condensateur, et un appareil propre à mettre les oscillations en évidence.

L'auteur a d'abord essayé l'emploi d'un téléphone spécial, de faible résistance, ou d'un téléphone à deux bobines : l'une inductrice, contenue dans le circuit A où les oscillations se produisent, l'autre induite et dans laquelle sont développés les courants qui font parler le téléphone. En modifiant la résistance du circuit A, le *timbre* du son entendu dans le téléphone change d'une manière

très sensible, ce qui suffit à démontrer l'existence des oscillations, mais ne permet guère de déterminer leur période.

M. Colley décrit sous le nom d'*oscillomètres* deux appareils qui lui ont fourni de meilleurs résultats : leur principe consiste à combiner le mouvement vertical d'un point lumineux produit par une cause indépendante avec un mouvement horizontal, synchrone des oscillations électriques et produit par elles.

1. *Oscillomètre à miroir.* — Le point lumineux est constitué par un trou percé près du bord d'un disque opaque éclairé et tournant d'un mouvement uniforme. Les rayons issus de ce trou se réfléchissent sur un miroir mobile et sont reçus dans une lunette munie d'un micromètre. Le miroir, extrêmement léger, est suspendu verticalement dans l'intérieur de la bobine où se produisent les extra-courants ; il est mobile autour d'un axe vertical, constitué par deux fils de cocon placés sur le prolongement l'un de l'autre, et tendus par de petits ressorts. Il porte sur sa face postérieure un très petit aimant, qui doit, dans sa position d'équilibre, être aussi exactement que possible dans le plan des spires de la bobine. Cet aimant est soumis à l'action des oscillations électriques qui tendent à le déplacer alternativement à droite et à gauche. M. Colley admet que ses mouvements sont parfaitement synchrones des oscillations électriques.

Cela posé, la ligne décrite par le point lumineux visible dans la lunette sera une sorte de sinusoïde autour d'un arc de cercle qui, à cause de la petitesse du champ du miroir, se confond avec une droite : on pourra mesurer au micromètre l'espacement des ondes de la sinusoïde et leurs amplitudes, d'où l'on déduira la période des oscillations électriques et leur décrément logarithmique.

Pour que ces mesures soient possibles, il faut que le phénomène lumineux observé soit persistant : il faut donc que les extra-courants soient répétés périodiquement, par exemple à chaque tour du disque opaque, et que les oscillations correspondantes occupent dans le champ de vision une place invariable. On réalise cette condition en chargeant le disque tournant d'opérer lui-même les interruptions, par des procédés qu'il est facile d'imaginer.

2. *Oscillomètre à flamme de gaz.* — Le point lumineux est

une flamme de Kœnig, observée dans un miroir tournant. Les oscillations électriques produisent la contraction et la dilatation de la capsule manométrique par leur action sur un très léger aimant annulaire fixé sur l'une des faces de la capsule et qui se trouve placé entre deux électro-aimants en fer à cheval parcourus en sens contraire par le courant. Cette élégante disposition ne paraît pas pouvoir se prêter à des mesures aussi exactes que la précédente : elle est surtout propre à démontrer dans un cours l'existence des oscillations électriques.

K. STRECKER. — Reproduction de l'unité mercurielle de Siemens, t. XXV, p. 252-273 et 456-487.

L'auteur s'est proposé de calculer, d'après leur calibrage, la résistance de tubes de verre remplis de mercure et de construire, au moyen de ces tubes, une série de résistances normales en fil de maillechort, avec une erreur moindre que 0,0001.

La marche suivie par M. Strecker est assez analogue à celle qui a été exposée dans ce Recueil par MM. Mascart, de Nerville et Benoît (¹) : nous nous dispenserons d'entrer dans aucun détail à ce sujet et nous nous bornerons à signaler quelques-uns des résultats obtenus par M. Strecker, en les rapprochant de ceux qui ont été trouvés par d'autres expérimentateurs :

		Coefficient de variation de la résistance du mercure avec la température.	
		10°.	15°.
1882.	Siemens et Halske	0,000889	0,000908
1883.	Lord Rayleigh et Mlle Sidgwick	0,000869	»
1884.	Lenz et Restzoff	0,000884	0,000893
	Mascart, de Nerville et Benoît	0,000895	0,000906
	Strecker	0,000909	0,000914

(¹) *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. III, p. 230.

		Valeurs de l'unité de l'Association britannique en colonne de mercure de 1^{mmq} et en unités Siemens.	
		Mercure.	Siemens.
1882.	Lord Rayleigh et Melle Sidgwick.......	1,04809	1,04860
1884.	Roiti.............	1,04859	1,04862
	Mascart, de Nerville et Benoit.........	1,04850	1,04847
	Strecker..........................	1,04894	1,04877

L. LORENZ. — Mesure absolue de la résistance de colonnes de mercure dans le système électromagnétique, t. XXV, p. 1-31.

On sait que la méthode proposée par M. Lorenz (¹), pour la détermination de l'ohm, consiste à équilibrer la différence de potentiel ir produite par un courant constant i dans la résistance r à mesurer, par la force électromotrice e induite entre le centre et la circonférence d'un disque métallique tournant, dans un champ magnétique constant, autour d'un axe parallèle aux lignes de force du champ. Ce champ est produit par une bobine de dimensions connues et animée par un courant constant : l'axe de la bobine coïncide avec celui du disque métallique.

Parmi les questions secondaires dont M. Lorenz a eu à s'occuper dans ses expériences, nous signalerons l'influence possible de la capillarité sur la résistance du mercure. Par définition, l'unité de résistance est celle d'une colonne de mercure de 1^{mmq} de section, et il n'est nullement évident *a priori* que les résistances de colonnes liquides de même longueur varient rigoureusement en raison inverse de leurs sections quand celles-ci descendent audessous d'une certaine limite. M. Lorenz a mesuré directement la résistance de colonnes de mercure non capillaires, et les a comparées à celles de colonnes capillaires contenues dans des tubes calibrés avec le plus grand soin : la résistance de ceux-ci pouvait être calculée, d'après le calibrage; les nombres mesurés sont de 0,014 pour 100 à 0,021 pour 100 plus faibles que les nombres calculés.

(¹) LORENZ, *Pogg. Ann.*, t. CXLIX, p. 251; 1873.

Cette différence, si elle est réelle, est en tout cas trop faible pour altérer le chiffre des millièmes, que l'on est convenu de conserver seul dans les mesures absolues de résistances.

Les expériences de M. Lorenz fixent la valeur de l'ohm à $105^{cm},93$; ce nombre ne diffère pas de un millième de la valeur (106^{cm}) adoptée par la Conférence internationale.

F. HIMSTEDT. — Évaluation de l'ohm, t. XXVI, p. 547-575.

La méthode employée par M. Himstedt est fondée sur l'emploi de l'induction mutuelle de deux circuits.

Le circuit primaire comprend, outre la bobine inductrice A, deux résistances r et w_0 placées en dérivation l'une sur l'autre, une pile E et un interrupteur D_1. Le circuit secondaire contient, outre la bobine induite B, un interrupteur D_2, un galvanomètre et une résistance $r_1 = r$; la résistance totale de ce circuit est

$$w_1 = r_1 + w_2$$

et l'on a de plus

$$w_2 = w_0.$$

Si l'on interrompt le circuit principal n fois par seconde et qu'on règle l'interrupteur D_2 de telle sorte que les courants d'ouverture ou de fermeture traversent seuls le galvanomètre, la déviation α_1 de celui-ci sera donnée par

$$(1) \qquad G \tang \alpha_1 = \frac{niV}{w_1};$$

G est le facteur de réduction du galvanomètre, V le potentiel des bobines l'une sur l'autre.

Si, d'autre part, on ferme le circuit principal d'une manière durable et qu'on y remplace la résistance w_0 par le circuit secondaire d'où l'on aura supprimé la résistance r_1, le courant prendra dans la bobine inductrice la même intensité i que précédemment, et l'on calculera la déviation α_2 du galvanomètre par la formule

$$(2) \qquad G \tang \alpha_2 = \frac{ri}{r + w_2} = \frac{ri}{w_1}.$$

De (1) et (2) on tire

$$r = n\mathrm{V}\frac{\operatorname{tang}\alpha_2}{\operatorname{tang}\alpha_1}.$$

Le problème de la mesure absolue d'une résistance se trouve ramené à la mesure du nombre d'interruptions, à celle de deux déviations et au calcul du potentiel V.

Si la bobine A est un solénoïde, tel que son rayon et les dimensions de la bobine induite soient négligeables par rapport à sa longueur, que de plus elle ne soit revêtue que d'une seule couche de fil, on a

$$\mathrm{V} = 4\pi^2\mathrm{R}^2 kb(1+2a);$$

R désigne le rayon du solénoïde, k le nombre de tours de fil par unité de longueur, b le nombre total de tours sur la bobine B, enfin $2a$ un terme correctif qui s'est toujours trouvé inférieur à 0,03, et qu'il n'est par conséquent utile de connaître qu'avec une approximation médiocre. On calcule ce terme par les formules

$$2a = 2\left[\mathrm{S}_1 + \frac{1}{24}(c^2\mathrm{S}_2 + d^2\mathrm{S}_3)\right];$$

$$\mathrm{S}_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{l}{\sigma} - 1\right) + \frac{3}{16}\mathrm{R}^2\frac{l\rho^2}{\sigma^5} + \frac{5}{128}\mathrm{R}^4 l\rho^2\frac{3\rho^2 - 4l^2}{\sigma^7};$$

$$\mathrm{S}_2 = \frac{3}{2}\frac{l\rho^2}{\sigma^5}\left(-1 + \frac{5}{8}\mathrm{R}^2\frac{4l^2 - 3\rho^2}{\sigma^4} - \frac{35}{64}\mathrm{R}^4\frac{5\rho^4 - 20l^2\rho^2 + 8l^4}{\sigma^8}\right);$$

$$\mathrm{S}_3 = \frac{1}{2}\frac{l}{\sigma^5}\left(2\rho^2 - l^2 + \frac{3}{8}\mathrm{R}^2\frac{2l^4 - 21l^2\rho^2 + 12\rho^4}{\sigma^4}\right.$$
$$\left. + \frac{5}{64}\mathrm{R}^4\frac{90\rho^6 - 395\rho^4 l^2 + 200\rho^2 l^4 - 8l^6}{\sigma^8}\right);$$

$$\sigma = \sqrt{l^2 + \rho^2}.$$

c représente la largeur, d la hauteur de la section des spires de la bobine B, ρ le rayon moyen de cette bobine, l la demi-longueur du solénoïde.

De nombreuses expériences ont été réalisées par cette méthode, en prenant pour la pile E des éléments Daniell, des éléments Bunsen ou une pile thermo-électrique. Les résistances à mesurer étaient des unités Siemens que l'on pouvait grouper de manière à avoir $\frac{1}{2}$, 1 ou 2 U. S. L'auteur admet que ces unités sont égales entre elles, à des quantités près inférieures à l'erreur que comportent toutes les méthodes de détermination de l'ohm.

Il trouve, comme résultat moyen, que

$$1.\,U.\,S = 0^{ohm},94356 \quad \text{(valeurs extrêmes } 0,94323 \text{ et } 0,94380\text{)},$$

ou que l'ohm correspond à la résistance d'une colonne de mercure à 0° de 1^{mmq} de section et de $105^{cm},78$ de long.

V. von LANG. — Mesure de la force électromotrice de l'arc électrique, t. XXVI, p. 145-150.

Considérons une pile d'un nombre pair d'éléments fermée par une résistance interpolaire. Il y a sur cette résistance un point B qui est au même potentiel que le milieu A de la pile. Cela posé, on peut mesurer la résistance comprise entre les points A et B par les méthodes ordinaires, par exemple à l'aide du pont de Wheatstone. En particulier, si entre A et B se trouvent, de part et d'autre, deux lampes électriques égales, ce qui n'altère pas l'égalité des potentiels, on pourra mesurer la résistance r de l'une de ces lampes.

M. von Lang évalue en ampères, au moyen d'une boussole des tangentes, l'intensité i du courant qui traverse le circuit formé par la pile et les lampes. Il supprime ensuite celles-ci et les remplace par deux résistances égales qu'il règle de manière à ramener le courant à la même intensité i que précédemment.

Soit r' la valeur que possède alors l'une des résistances : la force électromotrice inverse e, développée dans l'arc électrique, équivaut à une résistance $r' - r$, égale à la différence des résistances apparente et effective ; elle a pour valeur

$$e = i(r' - r).$$

M. von Lang a ainsi trouvé pour une lumière électrique, entretenue par le courant de 58 éléments Bunsen, la valeur

$$e = 39^{volts},$$

qu'il ne cite d'ailleurs qu'à titre d'exemple d'applications de la méthode.

EDLUND. — Sur la résistance au passage dans l'arc électrique, t. XXVI, p. 518-520.

Tout le monde est aujourd'hui d'accord avec M. Edlund pour

admettre que la résistance offerte, dans un circuit où l'intensité i du courant est constante, par des arcs électriques de longueur différente, peut être représentée par

$$r = a + bl.$$

Mais les opinions diffèrent en ce qui concerne la signification de la constante a. Pour les uns, elle représente une résistance au passage dont l'électrode négative (ou une région de l'arc voisine de l'électrode) est le siège; pour d'autres, il n'y a pas de résistance au passage appréciable, et a représente non une résistance, mais une force électromotrice. M. Edlund (¹) a trouvé que, dans des limites très larges, a varie en raison inverse de l'intensité du courant.

La chute de potentiel ai correspondante est donc invariable et peut être attribuée à une force électromotrice constante. Les expériences de M. von Lang (²), dont on vient de rendre compte, sont favorables à cette opinion; d'ailleurs les valeurs de la force électromotrice de l'arc, qui se déduisent des nombres publiés par les divers expérimentateurs, se trouvent sensiblement constantes (35^{volts} à 40^{volts}) et en accord avec celle que M. Edlund avait trouvée ($41^{\text{volts}},97$ en moyenne).

Th. HOMÉN. — Résistance électrique de l'air raréfié, t. XXVI, p. 55-81.

On sait que, d'après M. Edlund (³), le vide parfait est bon conducteur de l'électricité : la résistance d'une colonne gazeuse plus ou moins raréfiée se compose de deux termes, l'un représentant la résistance proprement dite du gaz, qui diminue avec la pression, l'autre une résistance au passage dont la surface des électrodes est le siège, et qui varie d'après une loi entièrement différente : elle augmente quand la densité du gaz diminue et devient assez grande, aux plus faibles pressions que l'on sache réaliser, pour avoir pu causer l'illusion que le vide est isolant.

M. Homén, élève de M. Edlund, a réalisé une série de mesures

(¹) *Pogg. Ann.*, t. CXXXI, p. 586, CXXXIII, p. 353, CXXXIV, p. 250 et 337, CXXXIX, p. 354; 1867-70.

(²) *Voir* ci-dessus, p. 542.

(³) Edlund, *Wied. Ann.*, t. XV, p. 514; 1882.

de la résistance de colonnes d'air dont il pouvait faire varier la longueur et la pression. A cet effet, les tiges des électrodes passaient à frottement dans un espace rempli d'huile de ricin, et l'intérieur du tube était en communication avec une pompe à mercure de Töpler. Les expériences ont confirmé les vues de M. Edlund :

1° La résistance propre de l'air est sensiblement indépendante de la section du tube qui le contient; elle varie à peu près proportionnellement à la pression et cesse d'être mesurable pour des pressions très faibles.

2° La résistance aux électrodes croît de plus en plus vite à mesure que la pression diminue : elle devient assez forte aux pressions les plus basses, pour empêcher l'électricité à très haute tension de traverser le gaz.

M. Homén ne s'explique pas sur le siège précis de la résistance aux électrodes qui, d'après M. Goldstein ([1]), réside à la surface de l'électrode négative, d'après Hittorf ([2]) dans l'auréole lumineuse qui l'entoure, enfin, d'après M. Wiedemann ([3]), dans l'espace sombre qui se manifeste aux très basses pressions.

K. WESENDONCK. — Modification des décharges à travers les gaz au voisinage d'une lame de platine incandescente, t. XXVI, p. 81-105.

Dans ses travaux sur les comètes, M. Faye ([4]) fut conduit à penser que les corps incandescents sont doués d'une force répulsive qu'il crut mettre en évidence par l'expérience suivante ([5]). Une cloche, pourvue d'électrodes sphériques, était scellée sur la surface extérieure d'une pièce métallique en forme de cône, qui se terminait, à l'intérieur de la cloche, par une ouverture arrondie de 3^{cm} de diamètre sur laquelle était soudée une feuille de platine. Quand on raréfiait l'air au point de produire de belles stratifications, et qu'on échauffait la lame de platine à l'aide d'un brûleur, l'arc

---

([1]) Goldstein, *Wied. Ann.*, t. XXII, p. 260; 1881.
([2]) Hittorf, *Pogg. Ann.*, t. CXXXVI, p. 1; 1869.
([3]) E. Wiedemann, *Wied. Ann.*, t. XX, p. 756; 1883.
([4]) Faye, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, p. 894 et 960; 1860.
([5]) Faye, *Annuaire du Bureau des Longitudes*, p. 766; 1883.

électrique se courbait jusqu'à venir toucher la lame de platine; mais, si l'on portait celle-ci au rouge sombre, on apercevait sur la plaque un espace sombre en forme de coupe de $0^{cm},5$ d'épaisseur environ, qui traversait les stratifications et disparaissait de nouveau par le refroidissement. M. Faye explique l'expérience en admettant que la répulsion, due au platine incandescent, produit tout autour un espace, vide d'air, que la décharge ne peut traverser.

M. Wesendonck répète et varie l'expérience de M. Faye. La lame de platine est rendue incandescente soit par le passage d'un courant, soit à l'aide d'un brûleur : on ne peut remarquer aucune différence entre l'effet des deux modes d'échauffement. La forme des appareils, la nature du gaz traversé par la décharge, enfin la pression ont été modifiées d'une expérience à l'autre et ont fourni des apparences très variées que M. Wesendonck décrit en détail. Toutes ces expériences s'expliquent, soit par la dilatation du gaz au voisinage du platine incandescent, soit par la dérivation d'une partie de la décharge à travers la lame de platine, sans qu'il paraisse nécessaire d'introduire l'effet de la répulsion spéciale imaginée par M. Faye.

De WITT BRISTOL BRACE. — Sur la rotation électromagnétique du plan de polarisation et sur quelques cas particuliers de la réfraction, t. XXVI, p. 576-607.

Les recherches expérimentales de M. Brace ont pour objet de mettre en évidence, dans le phénomène de la rotation électro-magnétique du plan de polarisation, les propriétés des rayons circulaires inverses que Fresnel invoque pour expliquer le pouvoir rotatoire du quartz. Le Mémoire comprend une partie théorique où sont traités quelques cas particuliers de la réfraction et une partie expérimentale où l'on cherche à mettre à profit les résultats de ces calculs.

I. M. Brace établit d'abord les conditions pour qu'un rayon incident donne, dans l'intérieur d'une substance biréfringente, deux rayons réfractés coïncidant en direction. La solution de cette question, pour les cristaux à un axe, dépend d'une équation du huitième degré qui se décompose en deux facteurs du premier degré et un facteur du sixième. La direction de l'axe répond évidemment à la question : dans ce cas particulier, les deux rayons coïnci-

dant en direction ont aussi, dans le cristal, la même vitesse de propagation; mais dans le cas général les deux rayons se propagent avec des vitesses différentes.

L'auteur démontre ensuite quelques propositions presque évidentes, relativement aux rayons réfléchis ou réfractés au voisinage de la réflexion totale.

II. Parmi les expériences tentées par M. Brace, dans des conditions évidemment très défavorables à l'observation, une seule a réussi : elle est tout à fait indépendante des calculs développés dans la première partie, et consiste essentiellement à placer, sur le trajet des faisceaux interférents fournis par les plaques épaisses de Jamin, deux canons égaux de verre de Faraday (les deux moitiés d'un même cylindre coupé par un plan diamétral), dont l'un est placé dans la portion la plus intense du champ magnétique d'un électro-aimant de Faraday, l'autre en dehors du champ. La lumière du sodium, polarisée par un nicol, traverse d'abord une lame quart d'onde, puis un collimateur, enfin est reçue sur le système formé par les plaques épaisses et les canons de verre : on observe les franges à l'aide d'un micromètre. Quand on intervertit le courant dans l'électro-aimant, on mesure un déplacement des franges égal à 0,1355 de l'intervalle de deux franges consécutives : le rayon circulaire (droit, par exemple), fourni par le nicol et le quart d'onde, se propage donc dans le verre avec une vitesse différente suivant le sens du courant. La différence des vitesses observée dans cette expérience est aussi celle de deux circulaires inverses sous l'influence du champ magnétique employé ; elle permet de calculer la rotation du plan de polarisation, ou inversement. L'expérience directe (en supprimant le quart d'onde et par l'emploi d'un polarimètre à pénombres) a donné une rotation de 49° 20′, correspondant à un déplacement des franges de $\frac{49^\circ 20'}{360} = 0,137$, au lieu de 0,1355 : l'accord des deux modes de mesure est donc tout à fait satisfaisant.

A. KOEPSEL. — Mesure de la constante de la rotation électromagnétique du plan de polarisation de la lumière du sodium dans le sulfure de carbone, t. XXVI, p. 456-480.

L'auteur mesure la rotation produite par une colonne de sulfure

de carbone placée dans le champ magnétique et suivant l'axe d'une bobine connue : l'intensité du courant qui traverse la bobine est déterminée à l'aide d'un voltamètre à nitrate d'argent.

La principale difficulté des observations tient à la production de stries qui troublent le champ de vision sous l'influence de la moindre variation de température : l'auteur l'a écartée en entourant le tube à sulfure de carbone d'un tube concentrique où circulait un courant d'eau.

La constante de Verdet déterminée par ces expériences est

$$\alpha = 0,0419913' \pm 0,0000078'$$

à la température de 18°. D'après lord Rayleigh (¹), on aurait

$$\alpha = 0,042002.$$

L. GRAETZ. — Note sur la grandeur des tourbillons moléculaires de Maxwell et sur la densité de l'éther lumineux, t. XXV, p. 165-172.

En combinant la théorie des tourbillons moléculaires de Maxwell et les observations de M. Kundt sur la rotation du plan de polarisation de la lumière à travers le fer, le nickel et le cobalt en couches minces, et à la faveur de quelques hypothèses plausibles sur des nombres mal déterminés, M. Graetz trouve comme limite supérieure de la densité de l'éther lumineux le nombre 9.10^{-16}. La densité de l'eau est prise pour unité.

D'autre part, il résulte d'une formule de Thomson que $s > 10^{-18}$. On peut donc admettre approximativement que cette densité est voisine de 10^{-17}.

Si l'air suivait exactement la loi de Mariotte, il posséderait cette densité à une hauteur d'environ 33 milles au-dessus du sol.

E. Bouty.

(¹) Lord Rayleigh, *Proceed. of the Royal Society*, t. XXXVII, p. 146; 1884.

NOTE RELATIVE A L'INFLUENCE DE L'ÉLECTRISATION SUR LA PRESSION DE LA VAPEUR SATURÉE;

PAR M. R. BLONDLOT.

En analysant, dans un précédent numéro du *Journal de Physique* (¹), un Mémoire de M. E. Warburg, M. Mathias constate que, d'après moi, la pression de la vapeur saturée est diminuée par l'électrisation de $\frac{\lambda}{\gamma}\cdot 2\pi h^2$, tandis que, d'après M. Warburg, elle l'est de $\frac{\lambda}{\gamma-\lambda}\cdot 2\pi h^2$ (λ désigne le poids spécifique de la vapeur, γ celle du liquide et h la densité électrique superficielle). Cette légère divergence provient simplement de ce que j'ai considéré λ comme négligeable devant γ. Si l'on conserve λ partout, le mode de raisonnement que j'ai employé conduit immédiatement à la valeur $\frac{\lambda}{\gamma-\lambda}\cdot 2\pi h^2$, donnée par M. Warburg.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Wiedemann's Annalen.

Tome XXIX; nº 10, 1886.

R. BUNSEN. — *Décomposition du verre par des couches d'eau capillaires contenant de l'acide carbonique*, p. 161.

W.-C. RÖNTGEN et J. SCHNEIDER. — *Compressibilité et tension superficielle des liquides*, p. 165.

G. WEIDMANN. — *Relation entre les résidus élastique et thermique du verre*, p. 214.

L. ZEHNDER. — *Nouvelle méthode pour la détermination des poids spécifiques des substances aisément solubles*, p. 249.

P. VOLKMANN. — *Théorie de Mac Cullagh sur la réflexion totale pour les milieux isotropes et anisotropes*, p. 263.

W. HALLWACHS. — *Multiplicateur de potentiel, pour les mesures*, p. 300.

L. GRAETZ. — *Conductibilité électrique des sels solides, sous de hautes pressions*, p. 314.

A. ELSAS. — *Sur les figures de Nobili et d'autres phénomènes électrochimiques*, p. 331.

A. v. ETTINGSHAUSEN et W. NERNST. — *Production de forces électromotrices dans des plaques métalliques traversées par un flux de chaleur, quand elles sont placées dans un champ magnétique*, p. 343.

F. KOLACEK. — *Sur les tensions de vapeur*, p. 347.

(¹) *Voir* page 467 de ce Volume.

RECHERCHES SUR LES DENSITÉS DES GAZ LIQUÉFIÉS ET DE LEURS VAPEURS SATURÉES;

PAR MM. L. CAILLETET ET E. MATHIAS.

Historique. — Plusieurs physiciens, et, en particulier, Faraday, Thilorier, Bussy et Andreeff ont étudié les densités des gaz liquéfiés.

Les difficultés qu'on éprouve à manier ces liquides sous des pressions aussi élevées n'ont guère permis à ces auteurs d'obtenir des données un peu précises. Deux méthodes ont surtout été employées par les premiers expérimentateurs : celle des flotteurs de verre (1) et celle dans laquelle on compare les volumes du gaz et du liquide qui lui a donné naissance. La méthode des boules de verre, qui a été surtout employée par Faraday en 1823, n'est qu'approximative et donne des résultats trop grands à cause de la compression des boules.

L'autre méthode a été reprise récemment par M. Wroblewski (2) et appliquée à l'oxygène et à l'azote liquides.

Une méthode tout à fait inverse et dans laquelle on mesure le volume qu'occupe à l'état liquéfié un poids connu de gaz a été proposée par M. Ansdell (3); cette méthode, rendue très pratique par l'emploi de la pompe inventée par l'un de nous, a été appliquée par son auteur à l'acide chlorhydrique et à l'acétylène liquides et a été reprise depuis par M. Bleekrode dans ses recherches sur la réfraction des gaz à l'état liquide (4).

Une méthode susceptible de précision est celle qui a été employée par Andréeff (5) et qui consiste à étudier la dilatation du gaz liquéfié dans un vase thermométrique; mais elle exige la connaissance préalable de la densité de la vapeur saturée qu'on ne peut calculer d'après les lois de Mariotte et de Gay-Lussac, comme

(1) FARADAY, *Ann. de Chim.*, t. XXIV, 1823, dit qu'il est redevable de la méthode des boules à M. Davis Guilbert.

(2) WROBLEWSKI, *Comptes rendus*, t. CII, p. 1010; 1886.

(3) ANSDELL, *Proc. Roy. Soc.*, t. XXX, p. 117, et t. XXIX, p. 209; 1879.

(4) BLEEKRODE, *Journ. de Phys.*, t. IV, 2e série, p. 109; 1885

(5) ANDRÉEFF, *Ann. de Chim.*, 3e série, t. LVI, p. 317; 1859.

le faisait Andréeff, ce qui donne des résultats trop grands, absolument inacceptables pour les gaz ayant une tension de vapeur considérable.

D'autre part, la densité de la vapeur d'eau saturée a été étudiée par MM. Fairbairn et Tate (1) entre + 58° et + 144°.

Malheureusement, la méthode extrêmement originale de ces physiciens ne semble guère applicable au cas de très fortes pressions.

Depuis, le volume spécifique de la vapeur saturée du gaz chlorhydrique a été mesurée à différentes températures par M. Ansdell (2) par une méthode qui a beaucoup d'analogie avec celle que nous avons employée.

Enfin, depuis la publication de notre travail (3), M. A. Perot (4) a publié une élégante méthode de mesure de la densité des vapeurs saturées, qu'il a appliquée à l'eau et à l'éther.

Dans les recherches que nous avons entreprises sur les densités des gaz liquéfiés et de leurs vapeurs saturées, nous avons opéré avec des appareils d'une grande simplicité, fabriqués entièrement en verre et pouvant résister à des pressions de plusieurs centaines d'atmosphères. Nos appareils sont disposés de telle sorte qu'une même masse de gaz peut, sans crainte de perte ou de mélange, être condensée dans le tube même où le liquide doit être étudié, et cela autant de fois que l'expérience l'exige.

I. *Densités des vapeurs saturées.* — Nous nous servons pour mesurer les densités des vapeurs saturées d'un tube de verre épais (*fig.* 1) exactement jaugé et soudé à un réservoir cylindrique d'environ 60^{cc}, ouvert à sa partie inférieure.

On a rigoureusement déterminé le volume total de l'appareil, ainsi que la valeur d'une de ses divisions. Lorsqu'on veut opérer, on fait plusieurs fois le vide dans l'appareil au moyen d'une pompe à mercure, en établissant chaque fois la pression par l'introduction dans le réservoir du gaz pur et sec que l'on veut étudier. On

---

(1) *Philosophical Trans.*, p. 188, 1860, et *Ann. de Chim.*, 3e série, p. 249.
(2) Ansdell, *Proc. Roy. Soc.*, t. XXX, p. 117; 1879.
(3) Cailletet et Mathias, *Comptes rendus*, t. CII; 31 mai 1886.
(4) A. Perot, *Comptes rendus*, t. CII; 1886.

mesure enfin la pression et la température du gaz, afin de pouvoir calculer son poids.

Le réservoir est vissé sur l'éprouvette de l'appareil construit par l'un de nous pour ses recherches sur les gaz.



Fig. 1.



Le tube gradué est enveloppé d'un manchon en verre qui contient un liquide à température constante. On donne alors graduellement la pression, afin d'obtenir dans le tube une certaine quantité de gaz liquéfié. Après s'être assuré que la température

est parfaitement fixe, on diminue la pression avec une grande lenteur, jusqu'à ce que la dernière goutte du liquide condensé disparaisse. On note alors la température [1], ainsi que la division de la graduation, correspondant à la hauteur du mercure. Cette détermination peut être faite avec une grande précision au moyen d'une lunette.

M. Ansdell obtenait le point de saturation par l'observation d'un manomètre à air qui cessait de monter ou de descendre par compression ou décompression du gaz étudié. Connaissant le poids du gaz saturé et son volume, il est facile d'en déduire la densité.

Nos premières recherches ont porté sur le protoxyde d'azote, l'éthylène et l'acide carbonique [2].

Protoxyde d'azote. — Ce gaz a été préparé avec des précautions spéciales, afin de l'obtenir sans mélange d'air; deux séries d'expériences concordantes faites avec des échantillons de gaz différents s'étendent de — 28° à + 34°.

Voici les nombres que nous avons obtenus:

t.	Observé.	Calculé.	Δ.
+33°,9	0,2650	0,2745	+0,0095
+32,8	0,2500	0,2560	+0,0060
+30,7	0,2266	0,2285	+0,0019
+29,6	0,2112	0,2169	+0,0057
+28,0	0,2023	0,2019	—0,0004
+26,9	0,1936	0,1929	—0,0007
+25,4	0,1782	0,1814	+0,0032
+23,4	0,1690	0,1681	— 0,0009
+20,7	0,1532	0,1532	0,0000
+17,2	0,1360	0,1351	—0,0009
+14,1	0,1284	0,1221	—0,0063
+13,5	0,1216	0,1200	—0,0016
+11,8	0,1140	0,1140	0,0000
+ 9,2	0,1066	0,1048	—0,0018

(1) Nous avons pu, grâce à l'obligeance de M. Broch, nous servir, pour les mesures des températures, d'un excellent thermomètre, vérifié au Bureau international des Poids et Mesures.

(2) Les densités sont rapportées à l'eau à + 4°.

t.	Observé.	Calculé.	Δ.
$+6°,1$	0,0953	0,0953	0,0000
$+4,0$	0,0909	0,0894	—0,0015
$-1,5$	0,0785	0,0762	—0,0023
$-4,0$	0,0722	0,0709	—0,0013
$-7,5$	0,0661	0,0643	—0,0018
$-12,2$	0,0566	0,0563	—0,0003
$-21,5$	0,0461	0,0442	—0,0019
$-23,5$	0,0413	0,0422	+0,0009
$-27,0$	0,0387	0,0390	+0,0003
$-28,0$	0,0378	0,0383	+0,0005

Les nombres de la troisième colonne ont été calculés au moyen de la formule

$$\delta = 0,5099 - 0,00361\,t - 0,0714\,\sqrt{36°,4 - t},$$

qui assimile la courbe des vapeurs saturées à un arc de parabole et qui suppose la température critique du protoxyde d'azote égale à 36°,4 ([1]).

A cause de la très grande variation de la densité au voisinage du point critique, cette formule empirique ne représente convenablement les nombres fournis par l'expérience qu'à partir de 2° ou 3° au-dessous de la température critique; il en sera de même pour toutes les formules indiquées dans ce travail.

Éthylène. — Nous avons expérimenté sur de l'éthylène obligeamment préparé pour nos recherches par M. Riban : les déterminations s'étendent de — 30° à + 8°,9, température que nous n'avons pu dépasser à cause du point critique ([2]) situé dans le voisinage de + 12°, ainsi que l'un de nous l'avait précédemment montré.

Deux séries d'expériences ont donné les densités suivantes :

t.	Observé.	Calculé.	Δ.
$+8°,9$	0,1500	0,1572	+0,0072
$+8,0$	0,1400	0,1400	0,0000
$+6,1$	0,1233	0,1206	—0,0027

([1]) D'après M. Roth (*Wied. Ann.*, t. XI, p. 1; 1881).
([2]) 9°,2 d'après MM. Van der Waals et Bleekrode.

t.	Observé.	Calculé.	Δ.
°			
+ 4,5	0,1127	0,1098	—0,0029
+ 3,6	0,1033	0,1045	+0,0012
+ 3,3	0,1004	0,1026	+0,0022
+ 2,8	0,0923	0,1001	+0,0078
— 0,5	0,0860	0,0862	+0,0002
— 2,0	0,0831	0,0809	—0,0022
— 5,0	0,0727	0,0720	—0,0007
— 9,5	0,0632	0,0611	—0,0021
—11,5	0,0528	0,0571	+0,0043
—16,0	0,0501	0,0493	—0,0008
—23,0	0,0389	0,0398	+0,0009
—25,0	0,0357	0,0376	+0,0019
—30,0	0,0329	0,0327	—0,0002

Les nombres de la troisième colonne ont été calculés au moyen de la formule parabolique

$$\delta = 0,1929 - 0,00188\,t - 0,0346\,\sqrt{9,2 - t}.$$

Acide carbonique. — Nous avons fait avec ce gaz préparé à diverses reprises neuf séries d'expériences, toutes très concordantes, s'étendant de -30° à $+30^{\circ},2$, dont nous extrayons les nombres ci-dessous :

t.	Observé.	Calculé.	Δ.
°			
+30,2	0,3507	0,3629	+0,0122
+28,9	0,3118	0,3226	+0,0108
+28,1	0,3044	0,3040	—0,0004
+27,0	0,2864	0,2848	—0,0016
+26,1	0,2685	0,2699	+0,0014
+25,0	0,2543	0,2545	+0,0002
+23,7	0,2369	0,2389	+0,0020
+22,4	0,2288	0,2253	—0,0035
+21,3	0,2155	0,2149	—0,0006
+19,7	0,2014	0,2008	—0,0006
+17,3	0,1835	0,1823	—0,0012
+15,7	0,1712	0,1714	+0,0002
+13,6	0,1585	0,1586	+0,0001
+11,8	0,1451	0,1485	+0,0034
+10,1	0,1414	0,1400	—0,0014
+ 8,2	0,1304	0,1311	+0,0007
+ 6,7	0,1223	0,1240	+0,0017

t.	Observé.	Calculé.	Δ.
+ 2°,2	0,1040	0,1063	+0,0023
+ 0,5	0,0983	0,1010	+0,0027
— 1,4	0,0953	0,0949	—0,0004
— 5,0	0,0850	0,0841	—0,0009
—12,0	0,0692	0,0680	—0,0012
—16,0	0,0596	0,0596	0,0000
—21,8	0,0526	0,0498	—0,0028
—23,8	0,0475	0,0465	—0,0010
—24,5	0,0463	0,0455	—0,0008
—26,0	0,0414	0,0434	+0,0020
—27,9	0,0382	0,0413	+0,0031
—29,8	0,0352	0,0385	+0,0033

Les nombres de la troisième colonne ont été calculés au moyen de la formule empirique

$$\delta = 0,5668 - 0,00426\,t - 0,084\sqrt{31 - t}.$$

II. *Densités des gaz liquéfiés.* — Notre méthode repose sur le principe des vases communiquants qui a été appliqué il y a quelque temps à la mesure rapide de la densité des liquides ordinaires et d'une façon si heureuse par M. L. Amat ([1]).

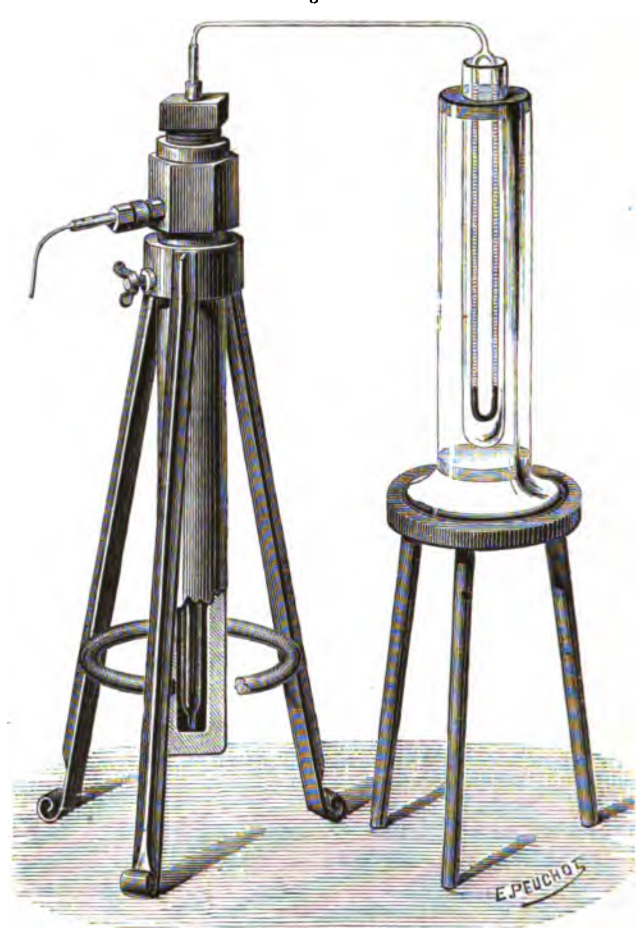
L'appareil que nous avons construit pour ces recherches se compose (*fig.* 2) d'un réservoir en verre soudé à un tube épais; ce réservoir, dont le volume est d'environ 600^{cc}, peut être fixé au moyen d'un écrou sur une grande éprouvette en acier qui renferme du mercure. Un tube de verre en forme d'O, formé de deux branches parallèles verticales, d'environ $0^{m},50$ de longueur et de $1^{mm},5$ de diamètre intérieur, est soudé au réservoir à gaz par l'intermédiaire d'un tube deux fois recourbé. L'appareil, entièrement en verre, a été essayé à 200^{atm}. Les deux branches parallèles du tube en O sont divisées en millimètres et contiennent une certaine quantité de mercure.

Lorsque l'on comprime le gaz contenu dans le réservoir au moyen de la pompe de notre appareil et qu'en même temps on refroidit une des branches du tube divisé, en vertu du principe de la paroi froide, une certaine quantité de liquide vient distiller et déprime le mercure; on a soin de condenser aussi un peu de li-

([1]) L. Amat, *Bulletin de la Soc. Chim.*, nouvelle série, t. XLV, p. 482; 1886.

quide dans la seconde branche, afin de n'avoir pas à s'occuper de la correction de la capillarité, dont les effets s'annulent, les ménisques étant les mêmes dans les deux branches verticales.


Fig. 2.



Soient h la différence des hauteurs du liquide condensé dans les deux branches et x la densité de ce liquide.

Soient h' et δ la dénivellation du mercure et sa densité, et d la densité de la vapeur saturée à t^{o}; on a

$$hx = h\,\delta + (h - h')\,d,$$

d'où l'on tire x.

On voit que cet appareil nous permet d'opérer toujours avec la même masse de gaz qu'il nous est possible de faire passer à l'état liquide autant de fois que l'expérience l'exige.

Protoxyde d'azote. — Nos déterminations s'étendent de — 20°,6 à + 24°.

t.	Observé.	Calculé.	Δ.
+23°,7	0,698	0,709	+0,011
+22,7	0,729	0,720	−0,009
+19,8	0,758	0,750	−0,008
+16,7	0,791	0,779	−0,012
+14,5	0,800	0,796	−0,004
+13,1	0,809	0,808	−0,001
+11,7	0,810	0,819	+0,009
+ 9,0	0,846	0,839	−0,007
+ 6,6	0,849	0,856	+0,007
+ 1,4	0,866	0,889	+0,023
− 2,2	0,912	0,911	−0,001
− 5,5	0,9308	0,9294	−0,0014
− 7,3	0,953	0,939	−0,014
−11,6	0,9525	0,9608	+0,0083
−18,0	0,981	0,992	+0,011
−20,6	1,0026	1,0039	+0,0013

Les nombres de la troisième colonne ont été calculés au moyen de la formule empirique

$$\delta = 0,342 + 0,00166\,t + 0,0922\sqrt{36°,4 - t}.$$

Éthylène. — Nous n'avons obtenu avec ce gaz liquéfié qu'un petit nombre de mesures; son extrême mobilité gêne beaucoup les déterminations.

M. Bleekrode [1] a mesuré avant nous, par la méthode d'Ansdell, trois densités de l'éthylène liquide à + 8°, + 6° et + 3°. Les résultats qu'il a trouvés sont sensiblement plus forts que les nôtres.

On se rappelle toutes les difficultés que Regnault a éprouvées en étudiant l'éthylène : nous devons faire les mêmes réserves que celles formulées par l'illustre physicien.

---

[1] Bleekrode, *Journ. de Phys.*, t. IV, 2e série, p. 109; 1885.

t.	Densités.
—21°,0	0,414
— 3,7	0,353
+ 4,3	0,332
+ 6,2	0,310

Acide carbonique. — Nos expériences s'étendent de — 34° à + 22°. Nous avons trouvé :

t.	Observé.	Calculé.	Δ.
+22°,2	0,726	0,727	+0,001
+20,9	0,755	0,744	—0,011
+19,7	0,770	0,758	—0,012
+16,5	0,788	0,791	+0,003
+15,9	0,796	0,796	0,000
+11,0	0,840	0,840	0,000
+ 6,8	0,868	0,869	+0,001
+ 3,4	0,870	0,891	+0,021
+ 1,3	0,907	0,904	—0,003
— 1,6	0,910	0,920	+0,010
— 3,3	0,936	0,929	—0,007
— 8,2	0,955	0,954	—0,001
— 11,5	0,966	0,967	+0,001
—14,5	0,985	0,980	—0,005
—23,0	0,998	1,010	+0,012
—25,0	1,016	1,018	+0,002
—30,0	1,013	1,033	+0,020
—34,0	1,057	1,045	—0,012

Les nombres de la troisième colonne ont été calculés au moyen de la formule empirique

$$\delta = 0,350 + 0,0035\,t + 0,101\sqrt{31 - t}.$$

On sait que M. Sarrau (¹) a pu calculer, au moyen des Tables de Clausius, les volumes spécifiques de l'acide carbonique à l'état liquide et de vapeur saturée.

Pour comparer nos résultats à ceux de M. Sarrau, nous avons représenté graphiquement (*fig.* 3) les densités, en prenant les

(¹) SARRAU, *Comptes rendus*, t. CI, p. 941, 994 et 1145.

températures pour abscisses et les densités pour ordonnées; nous avons mesuré sur la courbe les ordonnées correspondant à sept



Fig. 3.

températures équidistantes de 10°; nous écrivons ci-dessous les nombres trouvés par M. Sarrau et ramenés à la même unité.

Enfin, les troisièmes lignes représentent les densités calculées par les formules empiriques.

	— 30°.	— 20°.	— 10°.	0°.	+ 10°.	+ 20°.	+ 30°.
			Vapeur saturée.				
Lu sur la courbe........	0,0360	0,0530	0,0730	0,0990	0,138	0,204	0,348
D'après M. Sarrau......	0,0378	0,0527	0,0736	0,0999	0,1386	0,1982	0,3472
Calculé par la formule...	0,0385	0,0522	0,0718	0,0997	0,1379	0,2035	0,355
			Liquide.				
Lu sur la courbe........	1,032	0,999	0,960	0,912	0,842	0,751	0,530
D'après M. Sarrau......	1,076	1,019	0,950	0,878	0,785	0,676	0,461
Calculé par la formule...	1,033	0,997	0,961	0,911	0,847	0,754	0,556

Pour la densité de la vapeur, l'accord est très satisfaisant. Quant au liquide, à raison des difficultés qu'on éprouve en opérant à basse température, on peut dire que, au-dessous de zéro, il y a concordance entre nos nombres et ceux de M. Sarrau. Au-dessus de zéro nos nombres sont plus grands.

En résumé, les méthodes que nous venons de décrire peuvent être appliquées à tous les gaz dont le point critique est plus élevé que la température de congélation du mercure.

Dans la construction graphique des densités, chaque corps donne deux courbes qui semblent se raccorder au point critique. Si l'on cherche les milieux des cordes verticales, on trouve qu'ils sont très sensiblement sur les droites peu inclinées sur l'axe des abscisses.

On voit donc qu'au point critique la densité du liquide est égale à celle de sa vapeur; de là un moyen pratique de déterminer graphiquement la densité au point critique quand on connaît la température critique : on trouve ainsi pour

Acide carbonique...........	0,46
Protoxyde d'azote........ .	0,41
Éthylène..................	0,22

Enfin, l'examen des courbes montre ce qu'on avait déjà signalé, c'est que la dilatation du gaz liquéfié est plus grande que celle du gaz lui-même (1).

(1) Ces courbes ne représentent que la marche du phénomène; pour les nombres, se reporter aux Tableaux contenus dans le texte.

III. *Application aux chaleurs latentes de vaporisation.* — Les quantités que nous avons mesurées, la densité des vapeurs saturées, et la densité des gaz liquéfiés sous la pression de la vapeur saturée, permettent le calcul de la chaleur latente de vaporisation, connaissant la variation de la force élastique maximum de la vapeur.

On sait, en effet, que l'on a, d'après la Thermodynamique, la formule suivante

$$L = \frac{T}{E}(u' - u)\frac{dp}{dt},$$

où

L est la chaleur latente de vaporisation à t^o;
T la température absolue, ou approximativement $273 + t$;
E l'équivalent mécanique de la chaleur;
u le volume spécifique du liquide à t^o;
u' le volume spécifique de la vapeur saturée à t^o;
p la pression due à la tension maximum de la vapeur.

On a effectué le calcul pour l'acide carbonique et le protoxyde d'azote, en se servant des Tables de Regnault pour les tensions maxima des vapeurs.

Pour simplifier, on a calculé la dérivée $\frac{dp}{dt}$ par la formule

$$\frac{p_{t+5} - p_{t-5}}{10},$$

qui est très approchée.

u et u' ont été formés au moyen des densités lues sur les courbes du tracé graphique.

Toutes les quantités sont exprimées dans le système du kilogrammètre. L'équivalent mécanique de la chaleur E a été pris égal à 425.

Acide carbonique. — Nous ne nous sommes pas contentés de calculer la chaleur latente de vaporisation d'après les nombres que l'expérience nous a fournis; nous l'avons aussi calculée en nous servant des nombres de M. Sarrau pour u, u' et $\frac{dp}{dt}$; il y a, comme

on peut le constater, accord entre les deux séries de nombres (¹) :

t.	u.	u'.	$\frac{dp}{dt}$.	D'après les nombres lus sur la courbe.	D'après M. Sarrau.	Calculé par la formule.
°			kg			
+31...	$\frac{1}{460}$	$\frac{1}{460}$	»	0	0	0
+30...	$\frac{1}{580}$	$\frac{1}{348}$	16634,160	11,60	8,43	10,86
+25...	$\frac{1}{684}$	$\frac{1}{254}$	15495,861	26,89	»	26,34
+20...	$\frac{1}{751}$	$\frac{1}{204}$	14351,583	35,33	34,63	35,30
+15...	$\frac{1}{800}$	$\frac{1}{167}$	13206,626	42,40	»	42,13
+10...	$\frac{1}{843}$	$\frac{1}{138}$	12085,587	48,76	46,81	47,75
+ 5...	$\frac{1}{880}$	$\frac{1}{114}$	10997,028	54,25	»	52,55
0...	$\frac{1}{912}$	$\frac{1}{99}$	9937,551	57,48	55,95	56,75
— 5...	$\frac{1}{937}$	$\frac{1}{85}$	8923,737	60,19	»	60,45
—10...	$\frac{1}{961}$	$\frac{1}{73}$	7962,109	62,38	62,87	63,76
—15...	$\frac{1}{980}$	$\frac{1}{62,8}$	7063,674	63,89	»	66,64
—20...	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{53}$	6217,968	66,15	68,13	69,30
—25...	$\frac{1}{1016}$	$\frac{3}{43,3}$	5599,05	72,23	»	71,82
—30...	»	»	»	»	73,88	74,06
—50...	»	»	»	»	81,81	80,67

Les nombres de la dernière colonne ont été calculés au moyen de la formule

$$L^2 = 118,485(31 - t) - 0,4707(31 - t)^2,$$

qui représente un arc d'ellipse quand les températures sont portées en abscisses et les chaleurs latentes en ordonnées.

Cette formule, représentant aussi bien les chaleurs latentes calculées par les nombres de M. Sarrau que les autres, paraît devoir donner avec exactitude la variation de la chaleur latente de vaporisation.

Quoi qu'il en soit, les nombres qu'elle donne perdraient beaucoup de leur valeur si trois expériences de Regnault (²), malheureusement trop rapprochées, ne permettaient une vérification pré-

(¹) Les valeurs de u et u' du Tableau sont relatives à nos expériences. M. Sarrau n'ayant donné qu'un certain nombre de valeurs de u, u' et p, nous avons calculé toutes celles qui nous manquaient au moyen de l'équation caractéristique de CO^2 qu'il a publiée.

(²) Regnault, *Relation des expériences pour déterminer*, etc., t. III, p. 925.

cieuse de la formule. Les nombres fournis par l'expérience et par la formule sont comparés dans le Tableau suivant :

	t.	D'après Regnault.	Par la formule.
I..........	15°,627	39,53	41,35
II..........	17,575	38,82	38,80
III..........	16,751	39,42	39,90

L'accord est aussi satisfaisant que possible, étant données les difficultés que Regnault a rencontrées dans la détermination expérimentale de ses nombres.

Protoxyde d'azote. — Le calcul a été fait comme nous l'avons indiqué; le Tableau ci-joint donne les résultats de ce calcul, ainsi que les données qui ont servi à l'effectuer.

t.	u.	u'.	$\frac{dp}{dt}$.	Chaleur latente.	Calculé par la formule.	Δ.
			kg			
+36°,4.	$\frac{1}{410}$	$\frac{1}{410}$	»	0	0	0
+35,0.	$\frac{1}{480}$	$\frac{1}{340}$	15845,36	9,87	13,51	+3,64
+30,0.	$\frac{1}{610}$	$\frac{1}{228}$	14452,30	27,81	28,37	+0,56
+25,0.	$\frac{1}{689}$	$\frac{1}{182}$	13165,60	37,29	37,16	−0,13
+20,0.	$\frac{1}{747}$	$\frac{1}{152}$	11972,392	43,25	43,71	+0,46
+15,0.	$\frac{1}{795}$	$\frac{1}{127}$	10883,82	48,80	48,93	+0,13
+10,0.	$\frac{1}{834}$	$\frac{1}{108}$	9891,28	53,08	53,21	+0,13
+ 5,0.	$\frac{1}{869}$	$\frac{1}{93,5}$	8966,845	56,65	56,76	+0,11
0,0.	$\frac{1}{903}$	$\frac{1}{80}$	8126,004	59,50	59,71	+0,21
−5,0.	$\frac{1}{927}$	$\frac{1}{69}$	7356,13	62,20	62,16	−0,04
−10,0.	$\frac{1}{950}$	$\frac{1}{60}$	6656,928	64,25	64,15	−0,10
−15,0.	$\frac{1}{968}$	$\frac{1}{53}$	6008,780	65,04	65,72	+0,68
−20,0.	$\frac{1}{987}$	$\frac{1}{46}$	5421,594	66,90	66,92	+0,02
−25,0.	»	$\frac{1}{39}$	»	»	67,75	»
−30,0.	»	$\frac{1}{34}$	»	»	68,24	»

Les nombres de l'avant-dernière colonne ont été calculés au moyen de la formule

$$L^2 = 131,75(36,4 - t) - 0,928(36,4 - t)^2.$$

Ces nombres, ainsi que ceux calculés par la formule de la *Ther-*

modynamique donnent les valeurs *probables* de la chaleur latente de vaporisation du protoxyde d'azote. Si on les compare à celle de l'acide carbonique, on remarquera facilement qu'à égale distance du point critique, AzO et CO^2 ont sensiblement la même chaleur latente de vaporisation.

On sait d'ailleurs que ces deux corps ont des propriétés physiques extrêmement voisines.

SUR UN NOUVEAU MICROSCOPE POLARISANT;

PAR M. H. DUFET.

Les perfectionnements apportés dans ces dernières années au microscope polarisant ont eu surtout pour but de donner plus de champ à l'instrument; mais ces nouveaux appareils deviennent par là même peu propres à la mesure de l'angle des axes optiques. J'ai cherché à réaliser un instrument qui, tout en produisant avec une perfection suffisante et sur de petits fragments cristallins les courbes d'interférence, permettrait cependant de faire la mesure précise de l'angle des axes, et ceci pour les différentes couleurs du spectre.

L'appareil optique procède du dispositif adopté par M. Bertrand. La lame cristalline placée en G (*fig.* 1) reçoit un faisceau de lumière convergente polarisée en P. Les rayons traversant l'objectif H (objectif n° 3 de Nachet) viennent former à son foyer principal l'image réelle des courbes isochromatiques. Celles-ci sont examinées par un microscope composé de l'objectif I (n° 0 de Nachet) et de l'oculaire à réticule *r*; en A se trouve l'analyseur. On améliore beaucoup l'image par l'emploi d'objectifs de microscope, dont les surfaces focales principales sont très sensiblement planes, au lieu de lentilles simples.

La mise au point se fait par le déplacement de l'objectif I et se complète par le tirage de l'oculaire. On obtient ainsi des courbes isochromatiques parfaitement nettes et des hyperboles bien noires, permettant un pointé rigoureux. Le champ est faible, il est vrai; mais, le grossissement total n'étant guère plus grand que 1, une

rotation d'une minute de la plaque cristalline détermine un déplacement sensible des franges.

L'appareil servant à faire converger les rayons sur la plaque se compose d'un objectif de microscope E précédé d'un nicol. On l'éclaire avec de la lumière blanche ou une lumière monochromatique, telle que celle de la soude.

Fig. 1.



Pour opérer sur des rayons de réfrangibilité quelconque, on emploie un spectroscope à vision directe. Le collimateur B est mobile à l'aide d'une vis micrométrique V à tête munie d'un tambour divisé T. Après avoir traversé le prisme C et la lentille *l*, les rayons viennent former un spectre réel au foyer principal de l'objectif E; donc, lorsque le système oculaire est disposé de manière à voir nettement les franges, c'est-à-dire réglé sur l'infini, il voit nettement le spectre. Les franges isochromatiques se projettent donc sur le spectre, et, en faisant mouvoir la vis V, on fait passer dans le champ les différentes couleurs. Une graduation préliminaire de la vis micrométrique, faite soit à l'aide de la lumière solaire, soit à l'aide de lumières de réfrangibilité connue, permet de savoir à quelle longueur d'onde correspond une division donnée du tambour. Les mesures se font ainsi d'une manière continue et pour une région de la plaque toujours la même. Une dispersion de quelques minutes dans les axes optiques, ne produisant sur les hyperboles que des colorations très incertaines, se mesure avec la plus grande facilité.

Pour la mesure des angles, l'appareil procède d'un appareil de M. Von Lang pour la mesure de l'angle des axes optiques. L'axe supportant la plaque cristalline se termine en haut par un cercle complet avec deux verniers à 180°, qui permettent par conséquent de réaliser un centrage satisfaisant. Dans l'appareil que j'ai fait construire, le cercle est divisé en $\frac{1}{3}$ de degré, et le vernier donne les

20″ : cette précision peut sembler exagérée, mais elle permet de se servir de l'appareil comme goniomètre de Wollaston. Quant au réglage de la plaque cristalline, celle-ci est saisie dans une pince et occupe le centre d'une coquille sphérique glissant sur une pièce de même forme supportée par la partie fixe de l'axe; on règle ainsi la plaque sans la faire sortir du champ. Deux mouvements rectangulaires permettent de placer sur l'axe de rotation le point de la plaque que l'on désire examiner.

La *fig.* 2 représente l'ensemble de l'instrument à l'échelle de $\frac{1}{3}$. Tout l'appareil tourne autour d'un axe vertical, de manière à retrouver un éclairement convenable quand on a déplacé le collimateur. Une petite plate-forme permet de faire les mesures dans l'huile, ou de placer une étuve analogue à celles des microscopes de M. Des Cloizeaux ou de M. Bertrand. D'ailleurs ces dernières mesures sont très facilitées par la distance notable qu'on peut laisser entre les deux objectifs; on voit facilement en effet que la position la plus favorable pour le second objectif est l'anneau oculaire de la lunette astronomique formée par la lentille *l* et l'objectif E.

Il convient, pour l'usage de l'instrument, d'employer des plaques un peu épaisses, telles que celles qui sont destinées à la pince à tourmalines; dans ces conditions et avec des plaques bien planes, l'angle des axes se mesure pour toutes les couleurs du spectre, à une minute près environ.

Cet appareil peut servir d'une façon très commode et suffisamment précise à la mesure des indices de réfraction par la méthode de la réflexion totale. On supprime pour cela l'appareil spectroscopique et l'on remplace la pince par une pince à prismes, représentée à côté de l'appareil dans la *fig.* 2, à une échelle un peu plus grande (moitié grandeur). Elle se compose de deux prismes de 90° en flint très réfringent ($n_D = 1,767$) : l'un est fixe; l'autre, porté par la branche mobile de la pince, peut basculer autour d'un axe horizontal, de sorte que sous l'action du ressort une lame à faces parallèles est toujours saisie exactement par les deux prismes, quelle que soit son épaisseur; on interpose entre la lame et le prisme fixe un liquide de mouillage plus réfringent que la lame (naphtaline bromée, par exemple).

Se plaçant alors en face d'une source monochromatique, comme

la lumière de la soude diffusée par un verre dépoli, on fait tourner l'appareil entier et le prisme seul jusqu'à ce que la lumière, réfléchie sur la face hypoténuse et reçue dans la lunette, le soit sous l'incidence correspondant à la réflexion totale. Recommençant la mesure de l'autre côté, l'angle dont le prisme s'est déplacé par rapport au cercle permet facilement de calculer l'indice.


Fig. 2.



Ceci suppose que le prisme soit bien réglé, ce qui peut se faire à l'aide d'une mire éloignée que l'on vise par réflexion sur les faces du prisme. On évitera un réglage trop méticuleux en faisant une mesure comparative avec une lame de quartz perpendiculaire à l'axe et une lame de fluorine dont les indices sont bien connus. Quand la plaque est bien plane, la limite des rayons réfléchis totalement est assez nette pour pouvoir se pointer à 1′ environ; or, une variation de 1′ dans l'angle correspond à une variation

de l'indice de 0,000065 pour le quartz et 0,000082 pour la fluorine. On voit qu'avec de bonnes plaques on peut répondre du résultat, à 1 ou 2 unités près du quatrième ordre décimal. Avec l'angle que j'ai adopté pour mes prismes, on peut aller difficilement au delà de l'indice extraordinaire du quartz; ceci suffit pour les sels cristallisés, dont l'étude m'intéressait spécialement. Il serait facile d'ailleurs, en modifiant l'angle des prismes, d'employer la méthode jusqu'à la limite où la réflexion totale cesse d'être applicable ($n = 1,7$). Ce dernier emploi de l'instrument procède de la méthode instituée par M. Bertrand pour la mesure des indices ([1]).

De même que la lentille demi-boule de M. Bertrand lui permet de mesurer l'angle intérieur des axes optiques quand les rayons ne sortent plus dans l'air, de même on peut se servir, dans ce cas, de la pince à prismes avec interposition d'un liquide convenable. Ce procédé est bien supérieur à l'emploi du bain d'huile, dont la température n'est jamais connue exactement, malgré les variations considérables qu'un changement de température introduit, dans ce cas, dans l'angle apparent des axes optiques.

Enfin, l'appareil que j'ai fait construire peut servir très facilement de goniomètre de Wollaston; le microscope dont il est muni, les mouvements variés de l'axe supportant le cristal en permettent le réglage parfait. Le pointé se fait soit à l'œil comme dans le goniomètre de Wollaston, soit à l'aide de la lunette visant sur l'infini constituée par le microscope à double objectif; l'exactitude est à peu près la même dans les deux cas.

L'appareil a été construit avec beaucoup de soin par M. Ducretet.

([1]) *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 223.

IL NUOVO CIMENTO.

t. XVII et XVIII, 1885.

E. FOSSATI. — Expérience d'acoustique, t. XVII, p. 261-263.

On peut reconnaître la position des nœuds et des ventres dans un tuyau sonore à l'aide d'un petit microphone que l'on abaisse à volonté dans le tuyau. Ce microphone est placé, avec un téléphone, dans le circuit d'une pile de deux éléments Bunsen.

Si l'on veut faire l'expérience dans un cours public, on supprime le téléphone et l'on porte à six le nombre des éléments Bunsen : en employant comme tuyau sonore un tube de verre, on aperçoit, dans l'obscurité, les petites étincelles qui partent aux extrémités des charbons du microphone, aussitôt que cet appareil entre en vibration : le microphone s'illumine aux nœuds et s'éteint aux ventres.

G. LUVINI. — Sur l'état sphéroïdal, t. XVII, p. 15-38.

Après un historique détaillé, M. Luvini rapporte une série d'expériences qu'il a réalisées sur l'eau ordinaire ou distillée, l'eau de savon, l'éther et l'alcool.

La plus intéressante se rapporte à la température des gouttes liquides dans l'air raréfié : en abaissant successivement la pression à 420^{mm} et à 50^{mm}, le liquide (toujours à l'état sphéroïdal, au voisinage d'une paroi incandescente) descend à des températures voisines de 83° et de 40°, c'est-à-dire aux températures auxquelles la force élastique maximum de la vapeur est égale à la pression extérieure. En vase clos, la température du liquide sphéroïdal s'élève au-dessus de la température normale d'ébullition sous la pression atmosphérique (¹).

(¹) M. Luvini cite l'expérience suivante, bien connue des verriers et relatée par les plus anciens auteurs qui ont parlé de l'état sphéroïdal (Deslandes, *Journal de Physique de Rozier*, 1778; Spallanzani, *Viagge alle due Sicilie e in alcune parti dell' Apennino*, Pavia, 1793). Si, après avoir commencé à souffler

M. Luvini a pu souffler, sur des gouttes sphéroïdales, des bulles d'air de grand diamètre : elles paraissent plus persistantes qu'elles ne le seraient sur le même liquide dans les conditions ordinaires; la température de l'air, à leur intérieur, ne dépasse pas celle du liquide.

BARTOLI et STRACCIATI. — Revision de quelques mesures calorimétriques fondamentales, t. XVIII, p. 97-106.

Dans cette Note, les auteurs exposent un projet d'expériences ayant pour objet principal l'étude de la variation de la chaleur spécifique de l'eau avec la température et, subsidiairement, la détermination de l'équivalent mécanique de la chaleur et la mesure de la chaleur solaire. Ils insistent principalement sur la nécessité de n'employer que des thermomètres à mercure corrigés par leur comparaison au thermomètre à air, et montrent, par un tableau tiré de leurs expériences, combien grandes sont les irrégularités résultant de l'inégale dilatation du verre, quand on néglige cette comparaison.

BARTOLI et STRACCIATI. — Propriétés physiques des hydrocarbures C^nH^{2n+2} des pétroles de Pensylvanie, t. XVIII, p. 195-218.

Sur quelques relations établies par M. de Heen entre la dilatabilité et le point d'ébullition des composés appartenant à une même série homologue, p. 107-111.

Sur la dilatation thermique d'un mélange de deux liquides, déduite de la dilatation des composants, par la combinaison d'une formule des auteurs, avec une formule de M. Pawlewski, p. 111-115.

I. Continuant leurs études sur les pétroles de Pensylvanie [1], les auteurs obtiennent les résultats généraux suivants. A mesure que le poids moléculaire augmente:

---

une masse de verre à l'extrémité de sa canne, le verrier injecte un peu d'eau ou de salive dans la masse et ferme la canne avec le pouce, l'eau se réunit en un globule bien transparent qui diminue peu à peu de diamètre : en même temps, la masse de verre se gonfle en un ballon et peut atteindre jusqu'à 2 ou 3 pieds de diamètre : la pression de la vapeur émise dans cette expérience est donc supérieure à 760mm.

[1] Voir *Journal de Physique,* [2], t. IV, p. 559 et 560.

1° Les coefficients moyens de dilatation de 0° à 30° et de 0° au point d'ébullition décroissent régulièrement;

2° Les volumes moléculaires, à la température d'ébullition, diffèrent de ceux que l'on calcule par la règle de Kopp; à chaque addition de CH^2 correspondent des accroissements inégaux du volume moléculaire; les différences sont nettement supérieures aux erreurs d'observation;

3° Les constantes capillaires, mesurées à la température ordinaire, vont en croissant, contrairement à une règle générale qu'avait cru pouvoir énoncer Wilhelmy (¹);

4° Les coefficients de frottement à la température de 22° à 23° croissent régulièrement;

5° L'indice de réfraction, mesuré pour la raie D, croît constamment et régulièrement;

6° La chaleur spécifique reste sensiblement constante;

7° Tous les hydrocarbures considérés sont isolants : leurs pouvoirs inducteurs spécifiques suivent la loi de Maxwell.

II. M. de Heen, dans son *Essai de Physique comparée* (²), énonce la loi empirique suivante : si l'on considère les alcools et les éthers des radicaux mono-atomiques, ainsi que les homologues de la benzine, le produit du coefficient de dilatation par la température d'ébullition comptée à partir de — 273° est un nombre sensiblement constant pour les liquides d'une même série.

MM. Bartoli et Stracciati essayent l'application de cette loi aux hydrocarbures extraits des pétroles de Pensylvanie. En employant pour chaque hydrocarbure son coefficient moyen de dilatation entre 0° et la température d'ébullition, on trouve des produits légèrement croissants. Mais, si l'on remplace ce coefficient de dilatation par le coefficient K de la formule de Mendeleeff

$$D_t = D_0(1 - Kt),$$

on trouve des produits rigoureusement constants.

(¹) *Pogg. Ann.*, t. CXXI, p. 44; 1864.

(²) Voir *Journal de Physique* [2], t. IV, p. 560.

III. Les auteurs ont démontré dans un Mémoire antérieur que, pour les liquides dont la dilatation ne présente pas de singularité et pour les températures auxquelles la tension de vapeur est petite, on a

$$H T_c = \text{const.}$$

Dans cette formule H est le coefficient défini par la relation

$$V_T = \frac{1}{1 - HT},$$

et T_c la température critique absolue.

D'autre part, M. Pawlewski [1] a énoncé cette autre loi, vérifiée expérimentalement par M. O. Strauss [2], que

$$(1) \qquad \theta = \frac{\alpha_1\tau_1 + \alpha_2\tau_2}{\alpha_1 + \alpha_2};$$

θ est la température critique d'un mélange dans les proportions α_1 et α_2 de deux liquides dont les températures critiques sont τ_1 et τ_2. Ces températures sont comptées à partir du zéro absolu.

Or, d'après MM. Bartoli et Stracciati, on doit avoir

$$(2) \qquad H\theta = H_1\tau_1 = H_2\tau_2 = \text{const.},$$

d'où l'on tire, en combinant cette relation avec (1),

$$(3) \qquad H = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\frac{\alpha_1}{H_1} + \frac{\alpha_2}{H_2}}.$$

Les auteurs appliquent la formule (3) à divers mélanges d'hydrure de caproyle C^6H^{14} et d'hydrure de palmityle $C^{16}H^{34}$ extraits des pétroles de Pensylvanie : les résultats du calcul et de l'expérience sont suffisamment d'accord.

A. RIGHI. — Description d'un nouveau polarimètre, t. XVIII, p. 246-253.

Il est formé de deux nicols très voisins N, N', dont les sections principales sont primitivement parallèles; mais on peut incliner

---

(1) Pawlewski, *Ueber die kritischen Temperaturen flüssiger Körper* (*Chem. Ber.*, t. XV, p. 460; 1882.

(2) O. Strauss, *Beiblätter*, t. VI, p. 282.

à volonté la section principale de N′ sur celle de N d'un petit angle α. Dans ces conditions, le système est équivalent au nicol coupé de M. Cornu, à cela près que, les deux nicols ne pouvant se toucher, il est nécessaire d'avoir recours à une disposition accessoire pour obtenir, rigoureusement juxtaposées dans le champ de vision, les deux pénombres à comparer. A cet effet, M. Righi a recours à la disposition du réfractomètre interférentiel de M. Fizeau : les deux nicols sont précédés et suivis de deux couples de lames de verre épaisses et inclinées en sens contraire : les premières écartent le faisceau incident en deux faisceaux séparés dont chacun est reçu par l'un des nicols; les dernières juxtaposent de nouveau les deux faisceaux.

T. CALZECCHI-ONESTI. — Conductibilité électrique des limailles métalliques, t. XVII, p. 38-42.

Un tube de verre contenant une limaille est placé dans un circuit voltaïque; on constate que sa conductibilité est à peu près nulle; mais, si l'on vient à lancer à travers le tube les courants induits d'une bobine de Ruhmkorff, la limaille acquiert une certaine conductibilité qu'elle conserve ensuite, mais qui disparaît peu à peu avec le temps. La valeur de cette conductibilité dépend essentiellement de l'arrangement fortuit des particules métalliques.

TOSCANI. — Études sur le travail interne de la pile, t. XVIII, p. 183-190.

Démonstration expérimentale des lois empiriques suivantes :

Si, dans un élément de pile, les deux surfaces du zinc sont actives, le contingent que chacune d'elles apporte à l'action générale utile est en raison inverse du carré de leur distance au centre de l'électrode inactive (charbon, platine).

Quel que soit le nombre des surfaces de zinc en communication métallique dans un élément, et quelles que soient leurs distances à l'électrode inactive, chacune de ces surfaces concourt à l'action générale utile très approximativement en raison inverse du carré de sa distance à cette électrode.

A. NACCARI et G. GUGLIELMO. — Sur l'échauffement des électrodes dans l'air très raréfié, t. XVII, p. 1-11.

Les résultats obtenus dans ce nouveau travail confirment d'une manière générale ceux qui ont déjà été consignés dans ce Recueil ([1]). A mesure que la pression diminue, l'échauffement *n* de l'électrode négative rapporté à l'unité de courant devient de plus en plus fort : son rapport à l'échauffement *p* de l'électrode positive croît jusqu'à devenir égal à 100 pour une pression voisine de $0^{mm},02$; mais, si la pression devient encore plus faible, l'échauffement *p* augmente et finit par devenir au moins égal à *n*.

On a pris des précautions spéciales pour écarter l'influence du rayonnement de l'une des électrodes sur l'autre, et l'on a mesuré approximativement ce que pourrait être cet effet; il devient très considérable aux basses pressions.

Enfin, on a cherché si, comme on l'avait implicitement admis, les réchauffements *p* et *n* sont, pour une pression donnée, proportionnels à l'intensité *i* du courant; cette étude a montré que, quand on fait croître *i* et pour une pression de $0^{mm},27$, il y a un léger accroissement de *n* et un décroissement marqué de *p*.

Quand on remplace la bobine d'induction par la machine de Holtz, les effets sont différents, et aux plus basses pressions l'échauffement de l'électrode positive demeure toujours négligeable.

P. CARDANI. — Sur la durée des décharges ralenties, t. XVII, p. 120-135.

La décharge d'un condensateur éclate entre un électro-diapason et un cylindre métallique, recouvert d'une feuille de papier enfumé sur laquelle s'inscrivent les vibrations du diapason. La feuille est percée par l'étincelle ou la série d'étincelles constituant la décharge sur une étendue qui en mesure la durée T.

On fait varier à volonté la capacité C du condensateur et la différence de potentiel *e* de ses armatures; de plus, on modifie la résistance *r* du circuit par l'introduction d'un ou plusieurs tubes remplis d'eau. Les expériences de M. Cardani se rapportent toutes

---

([1]) *Journal de Physique* [2], t. IV, p. 561.

à de grandes valeurs de r; elles sont bien représentées par la formule

$$\frac{T}{C} = rk\left\{1 - \left[1 - \frac{\lambda(1 - C^r)}{rk}\right]^e\right\}.$$

k, λ et C sont trois constantes.

A. RIGHI. — Photographies d'étincelles électriques et particulièrement d'étincelles éclatant dans l'eau, t. XVIII, p. 49-54.

M. Righi a réussi à photographier, sur des plaques sèches au gélatinobromure, à peu près toutes les apparences que présente l'étincelle dans l'air, telles qu'il les a décrites dans ses Mémoires antérieurs (1). Il emploie une batterie de soixante-douze grands bocaux ayant chacun environ 13dmq de surface; elle peut fournir de grosses et brillantes étincelles de plus de 12cm de long.

En particulier, M. Righi a pu obtenir et photographier des étincelles éclatant dans l'eau à 7cm ou 8cm de distance; elles sont roses ou rouges avec de faibles charges, blanches et très éclatantes avec les fortes charges; elles n'ont jamais d'auréole. Souvent elles sont ramifiées, comme dans l'air, ou présentent, sur toute leur longueur, de petits traits fort nombreux se détachant à droite et à gauche comme une sorte de duvet.

M. Righi a aussi obtenu de belles photographies d'auréoles positives et négatives autour des deux électrodes, alors que la charge n'est pas suffisante pour que l'étincelle éclate; parfois deux traits de l'auréole, d'éclat différent, se projettent l'un sur l'autre, et l'impression photographique au point de croisement est plus pâle que sur le reste du trait le plus marqué. M. Righi explique cette apparence en admettant que sur le trajet lumineux se trouve un gaz incandescent toujours le même, et doué d'un pouvoir absorbant considérable pour la lumière qu'il est susceptible d'émettre. Si la lumière émise par un trait de l'auréole à température élevée est interceptée par un autre trait à température plus basse, cette lumière sera considérablement affaiblie par suite de l'absorption. Des expériences directes ont confirmé cette interprétation du phénomène.

---

(1) Voir *Journal de Physique*, 1re série, t. VII, p. 177 et t. IX, p. 411; 2e série, t. II, p. 17 et 76.

C. CHISTONI. — Valeurs absolues des éléments magnétiques à Rome pour l'époque 1883,6, t. XVIII, p. 223-228.

Le lieu auquel se rapportent les observations a pour latitude 41°54′,8 et pour longitude à l'orient de Greenwich 12°29′,8. Voici les résultats des mesures :

Déclinaison..................	11°6′,9W.,
Inclinaison..................	58°18′,7,
Composante horizontale......	H = 0,2325 (C. G. S.),
Intensité totale.............	T = 0,4426 (C. G. S.).

A. ROITI. — Électrocalorimètre; mesures faites à l'aide de cet appareil sur le générateur secondaire Gaulard et Gibbs, t. XVII, p. 185-217.

L'électrocalorimètre confronté avec le thermomètre de Riess, t. XVIII, p. 1-12.

1. Un courant qui traverse une spirale bimétallique de Bréguet en élève la température et détord la spirale d'une quantité qui mesure cette élévation. Pendant les premiers instants, l'échauffement est proportionnel à la quantité de chaleur versée par le courant, c'est-à-dire au carré de son intensité; on peut donc, sur ce principe, construire un appareil dont les indications seront comparables à celles de l'électrodynamomètre.

L'*électrocalorimètre* de M. Roiti est formé de deux spirales de Bréguet placées l'une au-dessus de l'autre, l'une avec l'argent à l'intérieur, l'autre à l'extérieur; elles sont fixées par leurs extrémités opposées A, B′, aux bornes qui amènent le courant, réunies par leurs extrémités libres B, A, et vers le milieu C de la hauteur de l'appareil, par une petite tige placée suivant leur axe commun; la dilatation des deux spirales tend à faire tourner dans le même sens un index métallique ou un miroir fixé aux spirales en C.

Le système, soutenu par deux disques d'ébonite, est enfermé dans un cylindre de laiton percé de nombreuses ouvertures; ce cylindre est contenu dans une double enveloppe de grande capacité renfermant de l'eau destinée à protéger les spirales contre le rayonnement des objets exérieurs. On observe les déplacements du point C par la méthode de Poggendorff.

2. L'idée d'employer une spirale de Bréguet comme calorimètre appartient à de la Rive, qui en fit usage dans des recherches sur les lois des courants produits par les piles thermo-électriques et hydro-électriques. Les résultats inexacts obtenus par ce savant furent vivement critiqués par Lenz ([1]) et par Poggendorff dont M. G. Wiedemann reproduit l'opinion dans son Traité ([2]). D'après ces savants, on ne saurait admettre sans démonstration que les échauffements de la spirale sont proportionnels aux quantités de chaleur qu'elle reçoit, parce que le courant se dérivant entre les deux métaux qui la composent, d'après leur section et leur résistance spécifique, les porte à des températures différentes; qu'il y a, par conséquent, de la chaleur fournie à chaque instant par le métal le plus chaud au plus froid. M. Roiti montre qu'il est facile d'écarter cette objection, tant qu'on ne considère que des échauffements assez petits pour que la loi de Newton soit applicable. Désignons par θ_1 et θ_2 les excès de température des deux métaux, au temps t, sur le milieu ambiant, q et hq les quantités de chaleur, rapportées à l'unité de temps, qui y sont développées par le courant au temps t; on peut représenter par $c_1\frac{d\theta_1}{dt}dt$, $c_2\frac{d\theta_2}{dt}dt$, les quantités de chaleur employées à les échauffer, par $a_1\theta_1\,dt$, $a_2\theta_2\,dt$ les quantités de chaleur cédées au milieu, enfin par $b(\theta_1-\theta_2)dt$ la chaleur qui passe d'un métal à l'autre; c_1, c_2, a_1, a_2, b_1, b_2 et h sont des constantes; q une fonction donnée du temps t et, dans le cas particulier d'un courant constant, une constante.

On a les équations

$$(1)\quad \begin{cases} c_1\dfrac{d\theta_1}{dt}+(a_1+b)\theta_1 = q+b\theta_2, \\ c_2\dfrac{d\theta_2}{dt}+(a_2+b)\theta_2 = hq+b\theta_1. \end{cases}$$

Posant

$$(2)\quad \varphi = \theta_1+\lambda\theta_2,$$

([1]) E. Lenz, *Ueber die Eigenschaften der magneto-elektrischen Ströme. Eine Berichtigung des Aufsatzes von Heen.* De la Rive, *Ueber denselben Gegenstand* (*Pogg. Ann.*, t. XLVIII, p. 383; 1839).

([2]) G. Wiedemann, *Die Lehre von der Elektricität*, t. II, p. 389.

les équations (1) peuvent être remplacées par

(3) $$\frac{d\varphi}{dt} + \left(\frac{a_1+b}{c_1} - \frac{b}{c_2}\lambda\right)\varphi = \left(\frac{1}{c_1} + \frac{h}{c_2}\lambda\right)q,$$

où l'on substituera pour λ les valeurs qui satisfont à l'équation caractéristique

(4) $$\lambda^2 - \frac{c_2(a_1+b) - c_1(a_2+b)}{bc_1}\lambda - \frac{c_2}{c_1} = 0.$$

Posons

$$A = \frac{a_1+b}{c_1} - \frac{b}{c_2}\lambda, \qquad B = \frac{1}{c_1} + \frac{h}{c_2}\lambda,$$

(3) devient

$$\frac{d\varphi}{dt} + A\varphi = Bq,$$

d'où

(5) $$\varphi = Be^{-At}\int_0^t qe^{At}\,dt.$$

Si le courant est constant, cette expression se réduit à

$$\varphi = \frac{B}{A}(1 - e^{-At})q = \psi q,$$

et, si l'on donne à t une valeur fixe, φ est proportionnel à q.

Si le courant est périodique et que la durée τ de la période soit négligeable par rapport à t, on a sensiblement

$$\int_0^t qe^{At}\,dt = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau q\,dt\int_0^t e^{At}\,dt$$

et, par suite,

$$\varphi = \psi\frac{1}{\tau}\int_0^\tau q\,dt = \psi q'.$$

φ est proportionnel à la chaleur moyenne q' dégagée par le courant.

Soient ψ_1 et ψ_2 les valeurs de ψ correspondant aux deux racines λ_1, λ_2 de l'équation (4), on aura, si le courant est constant,

$$\theta_1 = \frac{\lambda_1\psi_2 - \lambda_2\psi_1}{\lambda_1 - \lambda_2}q, \qquad \theta_2 = \frac{\psi_1 - \psi_2}{\lambda_1 - \lambda_2}q;$$

s'il est périodique, il suffira de remplacer q par q'. Les excès θ_1, θ_2, au bout d'un temps quelconque, sont donc proportionnels

entre eux et à la quantité de chaleur dégagée par le courant. Ainsi se trouve justifié l'emploi de l'électrocalorimètre.

A cette démonstration théorique, M. Roiti en ajoute une pratique : la comparaison des résultats fournis par l'électrocalorimètre et le thermomètre de Riess. Pour rendre ce dernier appareil plus sensible, M. Roiti trouve avantage à supprimer la colonne liquide; il met l'air intérieur du thermomètre en communication avec un tambour de Marey dont le levier est remplacé par un miroir : celui-ci projette sur un écran l'image d'un fil tendu devant une flamme.

On a employé, soit un élément Daniell, soit une petite machine de M. Marcel Deprez, à courants alternatifs. La sensibilité de l'électrocalorimètre et celle du thermomètre étaient d'ailleurs modifiées à volonté par l'emploi de petits rhéocordes placés en dérivation sur chacun d'eux. Les indications des deux appareils se sont montrées bien proportionnelles, et le coefficient de proportionnalité est demeuré le même, à $\frac{1}{500}$ près, en substituant aux courants constants les courants alternatifs (¹).

G. FERRARIS. — Recherches théoriques et expérimentales sur le générateur secondaire Gaulard et Gibbs, t. XVIII, p. 12-49 et 115-128.

Le générateur secondaire de Gaulard et Gibbs a fait sa première apparition à l'exposition d'électricité de Turin : une Commission composée de MM. F. Weber, Voit, Kittler, Roiti et Ferraris fut chargée de réaliser des expériences sur la valeur de cet appareil par la méthode calorimétrique; mais cette Commission n'ayant pas réuni à temps le matériel nécessaire, M. Ferraris demeura seul chargé d'exécuter les expériences qui font l'objet de son remarquable rapport. D'autre part, M. Roiti, rentré à Florence, disposait l'électrocalorimètre qu'on vient de décrire et l'employait au même objet. Nous laisserons ici de côté les appréciations relatives à la valeur pratique du générateur secondaire, nous bornant à étudier le rapport de M. Ferraris au point de vue de la théorie.

Le générateur secondaire est essentiellement formé d'une bobine

(¹) *Voir* l'analyse suivante pour ce qui concerne l'appareil de MM. Gaulard et Gibbs.

inductrice et d'une bobine induite: la première se place sur le circuit d'une machine quelconque à courants alternatifs; sur le circuit de la seconde on dispose des lampes électriques qui peuvent être d'un système quelconque, ou même appartenir à des systèmes différents.

Les bobines du générateur secondaire sont formées de couronnes superposées taillées dans des lames de cuivre et interrompues sur un secteur de faible étendue; elles portent, aux points d'interruption, de petits prolongements rectangulaires suivant lesquels elles sont soudées les unes aux autres de manière à former une spirale continue. La bobine inductrice et la bobine induite sont identiques et enchevêtrées l'une dans l'autre : l'isolement est obtenu au moyen de disques de carton mince enduits de gomme laque. A l'intérieur des spirales se trouve un noyau de fil de fer doux qu'on peut enfoncer à volonté. D'ailleurs la spirale secondaire est divisée en plusieurs parties qu'on peut à volonté unir en quantité ou en tension; on peut aussi, à volonté, mettre la spirale inductrice hors du circuit de la machine. Deux modèles de l'appareil, de dimensions différentes, sont destinés à recueillir et transformer l'énergie électrique correspondant pour l'un à 1^{chv}, pour l'autre à $1^{chv},80$.

I. Les questions que soulève l'emploi de cet appareil sont, on le comprend, fort nombreuses. M. Ferraris admet :

1° Que les coefficients de self-induction des deux bobines sont égaux entre eux et au coefficient d'induction mutuelle b, et que les coefficients d'induction du noyau sur les deux bobines sont égaux;

2° Que l'intensité m de l'aimantation est due à la somme des intensités $i + i'$ des deux courants.

On a donc à résoudre le système des équations

$$ri = \varepsilon - a\frac{dm}{dt} - b\left(\frac{di}{dt} + \frac{di'}{dt}\right),$$
$$r'i' = \quad - a\frac{dm}{dt} - b\left(\frac{di}{dt} + \frac{di'}{dt}\right),$$
$$m = \mathrm{M}(i + i'),$$

dans lesquelles r et r' représentent les résistances des deux circuits,

ε la force électromotrice du circuit inducteur, qui est en général périodique, M un coefficient dépendant de la structure et des dimensions de l'appareil et qui ne peut être considéré comme indépendant de i et de i' que dans les limites où la théorie de Poisson est applicable. M. Ferraris traite le problème dans cette hypothèse et en supposant que ε est de la forme

$$\varepsilon = \sum E_n \sin \frac{2n\pi}{T}(t + \alpha_n).$$

Il prouve : 1° que i, i' et m sont aussi des fonctions périodiques et qu'elles contiennent toutes le même nombre de termes correspondant chacun à l'un des termes de ε ; 2° que les coefficients de ces termes sont proportionnels aux coefficients correspondants de ε et à des fonctions simples des résistances; 3° que l'argument de chacun de ces termes présente, par rapport à celui du terme correspondant de ε, une différence qui est aussi une fonction simple des résistances.

En particulier, si $r' = 0$, M. Ferraris trouve que l'on a à chaque instant $i = -i'$ et par suite $m = 0$, mais que la phase de l'aimantation présente, par rapport à celle du courant inducteur, un retard égal à $\frac{\pi}{2}$; si $r' = \infty$, $i' = 0$, la phase du courant induit présente un retard égal à $\frac{\pi}{2}$ et m se réduit à Mi; enfin, quel que soit r', la différence de phase de i' et de m est toujours égale à $\frac{\pi}{2}$.

M. Ferraris étudie encore comment varient les différences de potentiel aux extrémités des bobines inductrice et induite. Pour $r' = 0$, la différence de potentiel V aux extrémités de la bobine inductrice, dont la résistance est ρ, a pour expression $V = \frac{\rho}{r}\varepsilon$, comme si la bobine induite n'existait pas; mais, si r' augmente, la valeur maximum de V augmente aussi, et est la plus grande possible pour $r' = \infty$; en même temps V acquiert par rapport à ε une différence de phase croissante; si ρ est très faible par rapport à r, comme cela a lieu d'ordinaire, cette différence de phase atteint $\frac{\pi}{2}$ pour $r' = \infty$.

En ce qui concerne la différence de potentiel V' aux deux extrémités de la bobine induite, elle est égale à V si la résistance ρ'

de cette bobine est négligeable par rapport à la résistance extérieure, ce qui ne s'écarte pas beaucoup non plus de la vérité.

L'énergie absorbée par le générateur secondaire est à chaque instant la différence de l'énergie $\varepsilon i\,dt$ produite par la machine dynamo-électrique et de l'énergie $(r-\rho)i^2dt$ dépensée, en vertu de la loi de Joule, au dehors du générateur. Sa valeur totale est

$$q = \frac{1}{T}\int_0^t [\varepsilon - (r-\rho)i]\,i\,dt;$$

elle équivaut à la chaleur dégagée dans la spirale primaire et dans la totalité du circuit secondaire; pour $r' = 0$ et pour $r' = \infty$, elle se réduit à celle qui est transformée en chaleur dans la spirale primaire.

L'énergie restituée est celle qui se transforme en chaleur dans le circuit secondaire. Son rapport à l'énergie absorbée est le *coefficient de rendement total* que nous désignerons par μ. ρ étant toujours très petit, μ est en général voisin de l'unité; il serait rigoureusement égal à 1 pour $\rho = 0$. Il faut toutefois remarquer que μ est nul pour $r' = 0$ et $r' = \infty$: il y a donc une valeur de r' telle que ce rendement est maximum; le calcul montre qu'elle est indépendante de ρ.

Il est d'ailleurs évident qu'une partie seulement de l'énergie restituée est utilisable extérieurement au générateur: c'est celle qui correspond à la résistance extérieure; son rapport à l'énergie dépensée est le *coefficient de rendement externe* ou *utile* de l'appareil. Ce coefficient ν est toujours plus petit que 1, à moins que $\rho = \rho' = 0$; il est égal à 0 pour $r' = \rho'$ et pour $r' = \infty$; dans l'intervalle, il est susceptible d'un maximum pour une valeur de r' supérieure à celle qui rend maximum le coefficient de rendement total. Toutes choses égales d'ailleurs, le calcul montre que les coefficients de rendement sont d'autant plus grands que le nombre des inversions de la machine dynamo-électrique, employée dans le circuit inducteur, est plus considérable.

M. Ferraris traite encore divers autres problèmes théoriques, relatifs au générateur secondaire, toujours sous la condition des hypothèses indiquées précédemment. Il n'y est pas tenu compte des courants de Faraday développés dans le fer doux, non plus que de l'échauffement qui, d'après un grand nombre d'expérimentateurs, résulte d'une série d'aimantations et de désaimantations

rapides du fer doux. M. Roiti, dans le Mémoire analysé ci-dessus, exprime, au contraire, l'opinion que ces causes secondaires ont une influence notable sur la valeur des quantités à calculer et, en particulier, sur celle du rendement.

II. Les expériences de M. Ferraris, comme celles de M. Roiti, ont été réalisées par une méthode calorimétrique. L'auteur établit, en effet, que cette méthode est la seule qui puisse conduire, sur le rendement de l'appareil, à des résultats incontestables; les autres méthodes précédemment employées soit par l'inventeur lui-même, soit par divers expérimentateurs, faisaient implicitement abstraction des différences de phase entre ε, i, i' et m, mises en evidence par les calculs de M. Ferraris.

Les expériences ont été effectuées en introduisant, soit dans le circuit primaire, soit dans le circuit secondaire, une résistance toujours la même, formée d'un fil d'argentan enroulé sur un cylindre d'ébonite et recouvert d'un enduit de gomme laque. Ce cylindre est plongé dans un calorimètre à eau, protégé, comme d'ordinaire, contre le rayonnement. Les échauffements du calorimètre pendant un même temps sont proportionnels au carré de l'intensité moyenne dans le circuit primaire et dans le circuit secondaire. Une troisième mesure est réalisée dans le circuit primaire, en excluant de ce circuit la bobine inductrice du générateur, mais en y introduisant une résistance variable que l'on règle de façon à ramener le courant à la même intensité moyenne. On évalue cette intensité à l'aide d'un électrodynamomètre placé à poste fixe dans le circuit. Connaissant les résistances employées, on a alors, d'après les calculs de M. Ferraris, tous les éléments nécessaires pour déterminer le rendement total μ et le rendement utile ν du générateur secondaire.

Le Tableau suivant donnera une idée de la manière dont varient ces rendements. La résistance des spirales primaire et secondaire du générateur est de $0^{ohm},28$ environ :

r'.	μ.	ν.	r'.	μ.	ν.
0,28........	0,500	0,000	22,00.......	0,976	0,963
2,00........	0,876	0,753	24,00.......	0,976	0,964
4,00........	0,933	0,867	26,00.......	0,975	0,964
6,00........	0,956	0,911	28,00.......	0,975	0,965

r'.	μ.	ν.	r'.	μ.	ν.
8,00........	0,962	0,928	30,00.......	0,975	0,966
10,00........	0,967	0,940	32,00.......	0,974	0,966
12,00........	0,971	0,948	34,00.......	0,973	0,965
14,00........	0,973	0,954	36,00.......	0,973	0,965
16,00........	0,974	0,957	38,00.......	0,972	0,965
18,00........	0,975	0,959	40,00.......	0,971	0,964
20,00........	0,975	0,961			

Ce Tableau démontre l'existence du maximum de μ et de celui de ν; la position relative de ces maxima est bien celle que fait prévoir la théorie.

A. RIGHI et A. TAMBURINI. — Recherches sur l'action des aimants et des agents thermiques dans l'hypnosie hystérique, t. XVII, p. 11-15.

M. Tamburini ([1]) avait observé que, pendant la période léthargique, l'approche d'un aimant produisait, chez les personnes atteintes d'hypnosie hystérique, une série de modifications de la fonction respiratoire et de la motilité.

D'expériences faites en commun, avec le plus grand soin, par MM. Righi et Tamburini, sur la dame qui avait été le principal sujet des observations de ce dernier, il résulte : 1° qu'il est indifférent d'approcher l'aimant par ses pôles ou par sa ligne neutre; 2° qu'une masse métallique quelconque agit comme l'aimant; 3° qu'un électro-aimant produit exactement les mêmes effets qu'il soit ou non animé par le courant; 4° qu'un tube de verre plein d'eau froide ou d'eau chaude produit aussi des effets analogues, et que ceux-ci disparaissent quand on porte le tube à la température du corps humain.

Il semble donc que les propriétés magnétiques de l'aimant ne sont pour rien dans les phénomènes constatés. Les auteurs annoncent d'ailleurs qu'ils poursuivent ces recherches pour acquérir des notions plus précises sur le mode d'action des aimants, des corps chauds et des corps froids. E. Bouty.

([1]) Tamburini et Sepilli, *Contribuzioni allo studio sperimentale nell' Ipnotismo. Rivista sperimentale di Freniatria e Medicina legale,* 1881-82.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Il Nuovo Cimento, XVII et XVIII.

Mémoires consacrés à la Physique mathématique.

E. Beltrami. — *Sur la représentation des forces newtoniennes au moyen de forces élastiques*, t. XVII, p. 108-117.

C. Somigliana. — *Sur l'équilibre d'un corps élastique isotrope*, t. XVII, p. 140-148 et 272-276, t. XVIII, p. 91-96 et 161-166.

G. Basso. — *Phénomènes de la réflexion cristalline interprétés selon la théorie électromagnétique de la lumière*, t. XVIII, p. 84-91 et 128-145.

E. Beltrami. — *Sur les conditions de résistance des corps élastiques*, t. XVIII, p. 145-156.

E. Beltrami. — *Sur l'usage des coordonnées curvilignes dans les théories du potentiel et de l'élasticité*, t. XVIII, p. 190-192 et 228-246.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. IX; novembre 1886.

Hugoniot. — *Sur l'écoulement des gaz dans le cas du régime permanent*, p. 375.

Boutet. — *Étude expérimentale sur les meilleurs moyens de produire des sons purs et constants dans des tuyaux et spécialement sur l'influence de la matière, de la forme, du diamètre et de l'épaisseur des orifices sonores*, p. 406.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXII; novembre 1886.

Th. Gray. — *Sur l'électrolyse de l'argent et du cuivre et l'application de l'électrolyse à l'étalonnage des ampèremètres et des potentiomètres*, p. 389.

H. Tomlinson. — *Causes d'erreur dans les expériences sur les vibrations torsionnelles*, p. 414.

O. Heaviside. — *Self-induction des fils*, p. 419.

H. Tomlinson. — *Note sur l'effet des actions mécaniques (Stress and Strain) sur la résistance électrique du carbone*, p. 442.

Sir W. Thomson. — *Ondes stationnaires dans l'eau courante*, p. 445.

A. Lodge. — *Nouvelle représentation géométrique des moments et produits d'inertie; relation entre les coefficients de tension à deux dimensions*, p. 453.

A. Cornu. — *Distinction entre les lignes spectrales d'origine solaire et terrestre*, p. 458.

Wiedemann's Annalen.

Tome XXIX; n° 11, 1886.

B. Dessau. — *Sur les couches métalliques produites par la destruction d'un cathode*, p. 353.

E. Hagenbach. — *Propagation de l'électricité dans les fils télégraphiques*, p. 377.

S. Kalischer. — *Sur les recherches de Palmieri, relatives au développement d'électricité par la condensation de la vapeur d'eau*, p. 407.

B. von Kolenko. — *Réclamation relative à la pyro-électricité du quartz*, p. 416.

E. Edlund. — *Remarques sur le Mémoire de M. Hoppe* Sur la théorie de l'induction unipolaire, p. 420.

S. von Wroblewski. — *Représentation de la relation entre l'état gazeux et l'état liquide de la matière à l'aide des isopycnes*, p. 428.

K. Schmidt. — *Réflexion à la surface de milieux cristallisés produisant la polarisation elliptique*, p. 451.

H. Muraoka. — *Déformation des plaques métalliques par le polissage*, p. 471.

K. Exner. — *Conditions dans lesquelles la formule des lentilles est applicable à des lentilles hétérogènes*, p. 484.

E. Budde. — *Moyen pour décider entre les lois fondamentales de l'Électrodynamique de Weber, de Riemann et de Clausius*, p. 488.

G. Kollert. — *Nouveau galvanomètre*, p. 491.

ERRATA.

Page 413, 8e ligne en remontant, *ajouter* défini par la relation...

Page 415, note (²) : *ajouter à la première ligne de la note* antérieurement.

Page 418, *compléter la fig. 2 par le tracé de l'axe des abscisses*. La division 90 se trouve au-dessous du point 3 de la courbe, la division 100 au-dessous du point 1, la division 110 au-dessous du point 2.

Page 419, ligne 4, *lire* théorique. Quelle qu'elle soit, etc.

Page 419, ligne 18, *au lieu de* $0^{mg},5$, *lire :* $0^{mg},05$.

TABLE DES MATIÈRES.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

TABLE PAR NOMS D'AUTEURS

DES MATIÈRES CONTENUES DANS LE QUATRIÈME ET LE CINQUIÈME VOLUME

DE LA 2e SÉRIE (1).

Les titres des Mémoires sont donnés en abrégé. Le premier nombre inscrit à la suite de chaque Mémoire désigne le volume; le second désigne la page.

(1) La table des Tomes I, II et III se trouve à la fin du Tome III.

FIN DE LA TABLE PAR NOMS D'AUTEURS.

TABLE ANALYTIQUE DES MATIÈRES
DES TOMES QUATRIÈME ET CINQUIÈME
DE LA 2e SÉRIE (¹).

Mécanique et Pesanteur.

Actions moléculaires. — Phénomènes physico-chimiques.

(¹) La Table des Tomes I, II et III est à la fin du Tome III.

Acoustique.

Chaleur.

Optique. — Radiations.

Météorologie. — Physique du globe.

Histoire de la Physique.

FIN DE LA TABLE ANALYTIQUE.

Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.